

วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาชั้นปีที่ 2
เรื่อง การลบในแนวตั้ง ในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด
Mathematical Way of Thinking of the 2nd Grade Students on
Subtraction in Vertical Form in Classroom Teaching by Open Approach

ธิดารัตน์ พิวดดี¹, จุลาลักษณ์ ใจอ่อน², ศศลักษณ์ ขลิกลำ³
Thidarat Piwdee, Julaluk Jai-on, Sasaluk kligkum

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการลบในแนวตั้ง ในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน กล้องวิดีโอและกล้องบันทึกภาพนิ่ง เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยการบันทึกวิดีโอและเสียงในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 ข้อมูลวิจัย ได้แก่ โพรโตคอลและผลงานของนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์ โพรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์

ผลการวิจัยพบว่า วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด มีดังนี้ 1) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยการกระทำ นักเรียนใช้สื่อรูปธรรมและแถบกระดาษแทนจำนวนเพื่อสร้างแนวคิดเบื้องต้น 2) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยการวาดภาพ นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงแทนจำนวนอย่างเป็นรูปธรรม และ 3) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยสัญลักษณ์ นักเรียนแสดงตัวเลขและเครื่องหมายลบในแนวตั้ง อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาและการพิสูจน์คำตอบได้อย่างเป็นระบบ

คำสำคัญ : วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์/ วิธีการแบบเปิด/ การลบในแนวตั้ง

¹ นักศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Bachelor of Education Program in Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University, Thailand

² อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Advisor, Assistant Professor Dr., Mathematics Program, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University, Thailand

³ คุณครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนเทศบาลวัดขจรรังสรรค์

Senior Professional Level Teacher, Mathematics Learning Area, Wat Khajon Rangsan Municipal School, Thailand

Corresponding Author E-mail Address: julaluk.j@pkru.ac.th

Abstract

This research aimed to examine the second-grade students' mathematical way of thinking on subtraction in vertical form in classroom implementing Open Approach. A qualitative research methodology was used. The target group consisted of 20 second-grade students. Research instruments included four lesson plans, a video recorder, and camera. Data was collected through video and audio recordings during the first semester of the 2025 academic year. Research data included protocols and students' worksheets. Data were analyzed using protocol analysis and analytical description.

The results revealed that in classroom teaching by the Open Approach, students' mathematical thinking methods included: 1) mathematical way of thinking through action: students used concrete objects and paper strips to represent numbers and develop initial concepts. 2) mathematical way of thinking through delineate: students drew pictures to concretely represent numbers. 3) mathematical way of thinking through represented symbols: students displayed numbers and subtraction signs vertically, systematically explaining problem-solving steps and proving answers.

Keywords: Mathematical Way of Thinking/ Open Approach/ Subtraction in Vertical Form

บทนำ

ความยุ่งยากประการหนึ่งของนักเรียนชั้นประถมศึกษาคือการแก้สถานการณ์ปัญหาเลขคณิต (Kenedi et al., 2019) ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่เกิดจากการไม่เข้าใจโครงสร้างของโจทย์ปัญหา และไม่สามารถเชื่อมโยงปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องในสถานการณ์โจทย์ปัญหาเข้าด้วยกันได้ (Cummins, 1991) อย่างการลบเป็นเนื้อหาหนึ่งของคณิตศาสตร์ โดยเด็ก ๆ เริ่มเรียนรู้ตั้งแต่ระดับปฐมวัย ในช่วงปีแรก ๆ เด็ก ๆ จะเรียนรู้เรื่องการลบโดยสัญชาตญาณในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในสภาพแวดล้อมรอบตัว ส่วนระดับประถมศึกษานั้นเริ่มเรียนรู้เกี่ยวกับความหมายของการลบอย่าง การลบแบบเอาออก การลบแบบแตกต่าง และขั้นตอนวิธีการคำนวณการลบ (Fuson, 1992) จากการศึกษาเกี่ยวกับการบวกและการลบจำนวนที่มีสามหลักพบว่านักเรียนจำนวนมากดูเหมือนจะ "มองไม่เห็น" ความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขที่กำหนดในปัญหา และด้วยเหตุนี้จึงใช้วิธีการและกลยุทธ์แบบเดียวกันโดยไม่คำนึงถึงปัญหา นั่นหมายความว่าความเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของนักเรียนจะไม่สามารถพัฒนาขึ้นเองได้โดยปราศจากการสอนที่ส่งเสริมให้พิจารณาลักษณะของปัญหา (Kullberg et al., 2024)

เป้าหมายแรกของการสอนคณิตศาสตร์คือทำให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหา (Schoenfeld, 1992 อ้างถึงใน สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย, 2564) ดังนั้นการแก้ปัญหาคือเป็นจุดเน้นสำคัญของคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน ซึ่งปัญหามีลักษณะเป็นสถานการณ์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมอาจจะมีหนึ่งวิธีการหรือมากกว่าก็ได้ นอกจากนี้ควรมีความสลับซับซ้อนเพียงพอที่จะทำให้ทายนักเรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป

(NCTM, 2000) การจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่น่าสนใจที่ให้ความสำคัญกับเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะความแตกต่างทางการคิดคือ วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ในการสอนนี้ปัญหาที่ใช้จะเป็นปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิดโดยจะถูกนำเสนอในช่วงแรกของการสอน จากนั้นเป็นการใช้คำตอบที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการเตรียมประสบการณ์ในการค้นหาสิ่งใหม่ๆ ในกระบวนการการสอนนั้น สิ่งนี้สามารถรวมความรู้ ทักษะหรือวิธีการคิดของนักเรียนที่เรียนผ่านมาแล้ว (Becker and Shimada, 1997; ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2565) มีขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) นำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) การเรียนรู้ด้วยตัวเองของนักเรียน 3) การอภิปรายและเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน และ 4) การสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2565)

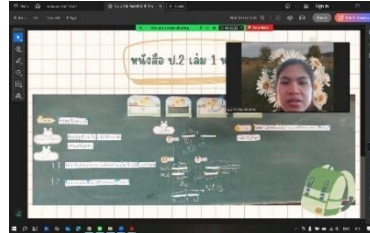
จากการทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่างานวิจัยที่ผ่านมาเน้นการศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างการศึกษาของ จตุพร นาสินสร้อย และคณะ (2558) ที่ศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การคูณ และ กิตติศักดิ์ ใจอ่อน และ กตัญญูตา บางโท (2564) ที่ศึกษาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องพื้นที่ ซึ่งผลการวิจัยมีความสอดคล้องกันโดยพบว่านักเรียนมีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย จำแนกได้เป็น 7 แนวคิด ได้แก่ แนวคิดเกี่ยวกับเซต แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธี แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน และแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด แต่ยังคงขาดงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ และจากการสังเกตการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนประสบปัญหาในการเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เชิงนามธรรมโดยเฉพาะอย่างยิ่งขั้นตอนในการคำนวณไม่ว่าจะเป็นการบวกหรือลบในแนวตั้ง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมุ่งศึกษาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในเรื่องการลบในแนวตั้ง ในการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดขั้นตอน และวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้เห็นลักษณะและพัฒนาการของวิธีการคิดของนักเรียนได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการลบในแนวตั้งในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ดำเนินการในโรงเรียนที่นำโมเดลเชิงนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิดไปใช้ในโรงเรียนตั้งแต่ปีการศึกษา 2563 ซึ่งผู้วิจัยในฐานะที่เป็นนักศึกษานิเทศศาสตร์ปฏิบัติการสอนในสถานศึกษาของโรงเรียนดังกล่าว ได้เข้าร่วมการวางแผนการจัดการเรียนรู้ สังเกตการจัดการเรียนรู้และสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ร่วมกับครูประจำการและผู้เชี่ยวชาญจากมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ตเป็นประจำทุกสัปดาห์ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 การดำเนินงานตามโมเดลเชิงนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิด

แหล่งอ้างอิง: Inprasitha (2022)

กลุ่มเป้าหมาย ผู้วิจัยเลือกกลุ่มเป้าหมายอย่างเฉพาะเจาะจง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเทศบาลวัดขจรรังสรรค์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 จำนวน 20 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญร่วมกันคัดเลือกกิจกรรมจากหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศญี่ปุ่น ให้สอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัดของหลักสูตรแกนกลาง จากนั้นผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญ ร่วมกันกำหนดจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนรู้ ออกแบบสถานการณ์ปัญหา คำสั่ง คาดการณ์แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สื่อการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ใบกิจกรรม สื่อเสริมสำหรับขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำนวน 4 แผน และหลังจากเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน ผู้วิจัย ผู้เชี่ยวชาญร่วมกันสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อนำมาวางแผนการจัดการเรียนการสอนในชั่วโมงถัดไป

2. เครื่องบันทึกเสียง ใช้เครื่องบันทึกเสียงบันทึกในขณะที่มีการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนและการสะท้อนผลหลังการจัดการเรียนการสอนระหว่างผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ในเครื่องบันทึกแต่ละครั้ง มาถอดคำพูดในรูปของข้อความเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3. เครื่องบันทึกวิดีโอ ใช้บันทึกพฤติกรรมของครูและนักเรียนในขณะที่จัดการเรียนการสอนตามชั้น การสอนของวิธีการแบบเปิดในชั้นเรียน

4. เครื่องบันทึกภาพนิ่ง ใช้สำหรับบันทึกภาพนิ่งในขณะที่จัดการเรียนการสอนตามชั้นการสอนของวิธีการ แบบเปิดในชั้นเรียน

การเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 ด้วยการบันทึกวิดีโอ บันทึกภาพนิ่งและเสียง ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

การวิเคราะห์ข้อมูล ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้แก่ ผลงานนักเรียน ข้อมูลในรูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดความจากเครื่องบันทึกวิดีโอและเครื่องบันทึกเสียง ผู้วิจัยได้เลือกใช้การ วิเคราะห์โปรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การลบในแนวตั้ง ผู้วิจัยได้นำเสนอตัวอย่างของการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวน 1 แผน มีรายละเอียดดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ กิจกรรม เรื่อง การคิดเกี่ยวกับการคำนวณ

กิจกรรมนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ นักเรียนเริ่มใช้แถบกระดาษในการแสดงแทนการลบของจำนวนคูกี้ที่มีอยู่ (ทั้งหมด) และจำนวนคูกี้ที่ แบ่ง ให้เพื่อนไป และจะเหลือคูกี้จำนวนเท่าไร และแถบกระดาษไหนจะแทนปริมาณของจำนวนคูกี้ทั้งหมดหรือคูกี้ที่แบ่งให้เพื่อนไป หรือคูกี้ที่เหลือ และจะติดแถบกระดาษยังไงเพื่อเป็นการแสดงแทนจำนวนคูกี้ตามสถานการณ์ที่จะเป็นแนวคิดที่เพื่อนเข้าใจเรียนรู้พร้อมกันทั้งชั้นเรียน โดยขั้นที่ 1 ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา “ฝ่ายมีคูกี้ 25 ชิ้น แบ่งให้ปีโป 13 ชิ้น เหลือคูกี้ที่อยู่เท่าไร” จากนั้น ครูนำเสนอคำสั่งที่ 1.1 “ให้นักเรียนติดแถบกระดาษเพื่อหาจำนวนคูกี้ที่เหลือ และเข้าใจง่าย” แจกใบกิจกรรมและอภิปรายร่วมกันในคำสั่งที่ 1 ในช่วงที่ 2 ครูนำเสนอคำสั่ง 1.2 “ให้นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการติดแถบกระดาษ” แจกใบกิจกรรม ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูสังเกตแนวคิด หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเอง อภิปรายแนวคิดเหล่านั้นร่วมกัน หลังจากนั้นครูนำเสนอคำสั่งที่ 2 “ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ และหาวิธีการบอกว่าเหลือคูกี้เท่าไร” ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูสังเกตแนวคิด หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเอง อภิปรายแนวคิดเหล่านั้นร่วมกัน และสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

จากการวิเคราะห์วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนจะติดแถบกระดาษให้ชนกันเพื่อแสดงแทนจำนวนคูกี้ทั้งหมด แถบสีฟ้าคือคูกี้ของฝ่ายที่เหลือ 12 ชิ้นและแถบสีชมพูคือที่แบ่งให้ปีโป 13 ชิ้น สองแถบรวมกันทั้งหมด 25 ชิ้น พร้อมเขียนวิธีการติดแถบกระดาษ ดังนี้

1.1 วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการกระทำ ในขั้นนี้ นักเรียนเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติ ลองคิดลองถูก โดยใช้แถบกระดาษจริงที่ครูเตรียมมาให้ ดังโปรโตคอล Item 282 – Item 317

Item 282	T	ทั้งหมดของฝ่ายคือเท่าไร
Item 283	Sa	25 ชิ้น
Item 284	T	ให้ปีโป
Item 285	Sa	13 ชิ้น
Item 286	T	แล้วไหนคือ 25 จากตรงนี้
Item 287	S1	สองแถบ
Item 288	T	สองแถบ
Item 289	S2	เพราะว่าให้ไป 13 มันจะเหลือ 12 มันก็ต้องเอามารวมกัน
Item 290	T	ไหนมาแสดงสี มาแสดงที่หนูพูดสี
Item 292	T	ไหนคือทั้งหมดของหนู



ภาพที่ 2 การแสดงวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เกี่ยวกับการติดแถบกระดาษตามสถานการณ์ปัญหา

จากโปรโตคอล Item 282–289 และภาพที่ 2 พบว่านักเรียนเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยการติดแถบกระดาษแทนจำนวนคูกี้ และสามารถอธิบายได้ว่าแถบสองส่วนรวมกันแทนจำนวนทั้งหมด 25 ชิ้น สะท้อนความเข้าใจความสัมพันธ์แบบส่วนรวม–ส่วนย่อย (part-whole relationship) โดยนักเรียนมอง 13 และ 12 เป็นส่วนย่อยที่ประกอบเป็นจำนวนทั้งหมด พร้อมให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่า “เพราะว่าให้ไป 13 มันจะเหลือ 12 มันก็ต้องเอามารวมกัน” (Item 289) พฤติกรรมดังกล่าวแสดงถึงการเริ่มสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนและเป็นฐานสำคัญต่อการพัฒนาไปสู่การคิดเชิงนามธรรมในลำดับถัดไป

- Item 293 S4 ฝ่ายเขียนทั้งหมดเป็น 25
- Item 294 T ทั้งหมดเป็น 25 ทั้งหมดจากไหนถึงไหนคะ
- Item 295 S1 จากตรงนี้
- Item 296 T จากตรงนี้สิ
- Item 297 S1 สีฟ้า
- Item 298 T ถึง
- Item 299 S1 สีชมพู
- Item 300 T อ่า มันมี 25 ชิ้น แล้วแบ่งให้ไป 13 ชิ้น แล้วเหลือเท่าไร
- Item 301 Sa เหลือ 12 ชิ้น
- Item 302 S1 แล้วแถบกระดาษของหนูน้นน้อยกว่าแล้วมันก็ต้องเปลี่ยนแถบกระดาษ
- Item 303 T เปลี่ยนแถบกระดาษยังไง
- Item 304 S1 ของบีต้องยาวกว่า เพราะมันเยอะกว่า
- Item 305 T อ่า ของบีต้องยาวกว่า
- Item 306 T แล้วใครสังเกตไหมละ ว่าแถบกระดาษที่ครูให้มันเท่ากันไหมละ
- Item 307 S1 ตอนนั้นหนูก็ว่าทำไหมมันไม่เท่ากัน
- Item 308 T อ่า สงสัยไหมว่าทำไหมมันไม่เท่ากัน
- Item 309 Sa สงสัย
- Item 310 S1 เพราะว่ามันมีจำนวนไม่เท่ากัน
- Item 311 S4 เพราะว่ามันมีจำนวนน้อยกว่ากับมากกว่า
- Item 312 T มากกว่าสีอะไร
- Item 313 Sa สีฟ้า

Item 314	T	สีฟ้า เท่าไร
Item 315	Ss	13
Item 316	T	แล้วสีชมพูละ
Item 317	S	สีชมพู 12



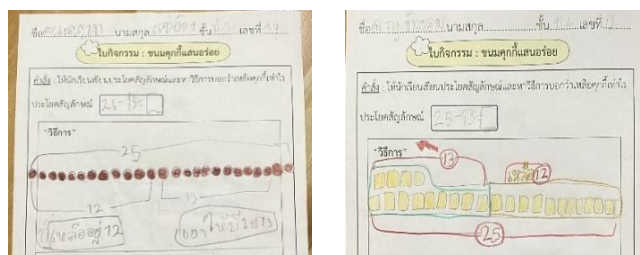
ภาพที่ 3 การเขียนอธิบายวิธีการคิดในการติดแถบกระดาษ

จากพื้นฐานการเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติในภาพที่ 3 และการวิเคราะห์โพโตคอล Item 298 – Item 317 ในภาพที่ 2 พบว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการติดแถบกระดาษได้ โดยเชื่อมโยงจำนวนทั้งหมด 25 กับการกำหนดช่วงของแถบกระดาษตามคำถามของครู ดัง Item 294 “ทั้งหมดเป็น 25 ทั้งหมดจากไหนถึงไหนคะ” แสดงให้เห็นความเข้าใจความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อย (part-whole relationship) เมื่อพิจารณากระบวนการคิด นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์โดยเชื่อมโยงจำนวนทั้งหมดกับหน่วยย่อยอย่างเป็นระบบ ไม่เพียงทำตามขั้นตอนการติดแถบกระดาษ แต่สามารถอธิบายการประกอบส่วนย่อยให้เป็นส่วนรวมได้อย่างมีเหตุผล สะท้อนพัฒนาการจากการกระทำเชิงรูปธรรมไปสู่การจัดระบบความคิด ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของการสร้างความเข้าใจเชิงนามธรรมทางคณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป

1.2 วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพแทน (Iconic Representation) ในขั้นนี้ นักเรียนเรียนรู้โดยการเปลี่ยนประสบการณ์จากการกระทำ เป็นภาพวาด เพื่อแสดงแทนจำนวนสิ่งของจริง ดังโพโตคอล Item 318 – Item 342

Item 318	T	แนวคิดเมื่อวานไหนของต้นหอม ของต้นหอมทำยังไงคะเมื่อวาน จำได้ไหมมาแสดงให้เพื่อนดูมา เอาใบงานไปดู
Item 319	T	ขั้นตอนแรกต้นหอมทำยังไงก่อน
Item 320	S4	วาดคุกกี้ 25 ชิ้น
Item 321	T	วาดคุกกี้ 25 ชิ้นแล้ว...
Item 322	S4	แล้วก็แบ่งให้ปี
Item 323	T	แบ่งให้ปีตรงไหน ตรงนี้
Item 324	S4	แล้วก็เหลือ 12
Item 325	T	แบ่งให้ปี 13 ชิ้น แล้วก็อันไหนที่เหลือ เหลืออยู่ฝั่งไหน
Item 326	T	แล้วมาดูแนวคิดของคนถัดไป ของข้าวหอม ข้าวหอมทำยังไงมาแสดงให้เพื่อนดู
Item 327	T	แล้วเดี๋ยวครูจะถามว่าของต้นหอมกับข้าวหอมต่างกันยังไง
Item 328	S4	ข้าวหอมมีคุกกี้ 25 ชิ้น

Item 329	S1	13 เอาไปให้บี
Item 330	T	เอาไปให้บี
Item 331	S4	เหลือ 12
Item 332	T	ของข้าวหอมกับของต้นหอมแตกต่างกันตรงไหน
Item 333	S4	ของข้าวหอมมีลูกศรของต้นหอมไม่มีลูกศร
Item 334	T	ของต้นหอมลูกศรอยู่ทางไหน
Item 335	S4	อยู่ฝั่งขวา
Item 336	T	อ่าอยู่ตรงนี้
Item 337	T	คำตอบคือเหลือ 12 ขึ้นเหมือนกันไหม
Item 338	S5	เหมือนกัน
Item 339	S4	แต่มันสลับที่กัน
Item 340	T	แต่มันสลับที่กัน มันสลับที่กันยังไง
Item 341	Sa	ต้นหอมเอาออกด้านขวา ข้าวหอมเอาออกทางซ้าย
Item 342	T	หยิบออกทางขวา กับ หยิบออกทางซ้าย



ภาพที่ 4 การเขียนภาพแทน เพื่อแสดงแทนจำนวนจริง

จากภาพที่ 4 และโปรโตคอล Item 318 – Item 342 พบว่า นักเรียนสร้างภาพแทนเพื่อแสดงจำนวนได้อย่างถูกต้อง โดยใช้สัญลักษณ์หรือรูปภาพแทนค่าจำนวน สะท้อนความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกับตัวแทนเชิงรูปธรรม นอกจากนี้ จากโปรโตคอล Item 332–Item 342 แสดงให้เห็นการเชื่อมโยงจากการรับรู้เชิงรูปธรรมไปสู่ความเข้าใจเชิงนามธรรม ไม่เพียงแต่เขียนภาพตาม แต่สามารถตีความความหมายของภาพแทนเชิงปริมาณได้ ส่งผลให้นักเรียนเริ่มมีความเข้าใจโครงสร้างของจำนวนและเชื่อมโยงกับค่าจำนวนจริง ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญต่อการเรียนรู้การดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนในขั้นสูงขึ้น เช่น การลบแบบมีการยืม

1.3 วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ นักเรียนเรียนรู้โดยสามารถเข้าใจและใช้สัญลักษณ์นามธรรม ตัวเลข หรือภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งถือเป็นขั้นสูงสุด ดังโปรโตคอล Item 343 – Item 386

Item 343	T	มีแนวตั้งด้วย
Item 344	T	เปาเริ่มติดยังไง ไปเอาบล็อกลูกมา
Item 345	T	อ่า...ไปเปอร์เพื่อนเขียนยังไง
Item 346	S10	เริ่มจากแนวตั้ง

Item 347	T	เพื่อนเขียนเป็นแนวตั้ง 25 มาจากไหน
Item 348	S6	25 มาจากฝ่าย
Item 349	T	25 มาจากฝ่าย คู่ก็ของฝ่ายใช่ไหม
Item 350	S6	ใช่
Item 351	T	อันนี้ของฝ่าย แล้ว 13 ละ
Item 352	S6	13 ของปี
Item 353	T	แล้วเพื่อนเขียนเครื่องหมายลบ แล้วเพื่อนคำนวณยังไง
Item 354	T	ต้องคำนวณหลักไหนก่อน
Item 355	T	คำนวณหลักไหนก่อนเปา
Item 356	S6, S7	หลักหน่วย
Item 357	T	หลักหน่วย หลักหน่วยคือ
Item 358	S8	5
Item 359	T	5 กับ.....
Item 360	S9	3
Item 361	T	5-3
Item 362	T	ได้
Item 363	Sa	2
Item 364	T	แล้วคำนวณยังไงต่อ คำนวณหลักไหนต่อ
Item 365	Sa	หลักสิบ
Item 366	T	หลักสิบ
Item 367	T&Sa	2-1 (2 สิบ – 1 สิบ)
Item 368	S4	เหลือ 1 สิบ
Item 369	T	เหลือ 1 สิบ
Item 370	T	ที่เหลือคือ ที่เหลือคือ 12
Item 371	T	สรุปวันนี้ สรุปตรงไหนดี สรุปตรงนี้นะ
Item 372	T	เรื่องที่เราเรียนอยู่ตอนนี้ คือ การอะไร
Item 373	Sa	การลบ
Item 374	T	อ่า การลบ
Item 375	T	การลบจำนวนคู่ก็ สรุปว่าประโยคสัญลักษณ์ ของคนไหนคือที่ถูกต้อง
Item 376	Sa	25-13
Item 377	T	แล้วรู้ได้ยังไงว่าข้อนี้มันคือ การลบ
Item 378	S6	มีคำว่า “แบ่ง” กับ “เหลือ”
Item 379	T	แล้วอีกอย่างหนึ่งวันนี้ 25 เราหยิบอะไรออกไป

Item 380	Sa	13
Item 381	T	อำเภอ 13 หยิบ 13 ออกจากตรงไหน
Item 382	S4	จาก 25
Item 383	T	แล้วก็จาก 25 โดยการหยิบอันดับแรกคือ
Item 384	T&S6	หยิบแห่งสิบลงมา 1 หยิบบล็อกหน่วยลงมา 3
Item 385	T	แล้วก็ที่เหลือ คือ
Item 386	S4	12



ภาพที่ 5 การใช้สัญลักษณ์ ตัวเลข ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 5 และโพรโตคอล Item 343–Item 386 พบว่า นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และตัวเลขอธิบายสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับลูกก็ในลักษณะการลบหรือการเอาออกได้ โดยสามารถแสดงขั้นตอนการลบ 13 ออกจาก 25 ตามกระบวนการลบในแนวตั้ง และเขียนแทนสถานการณ์เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเมื่อพิจารณากระบวนการคิด พบว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงจากภาพแทนจำนวนไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยเข้าใจว่าการลบคือการ “เอาออก” จากจำนวนทั้งหมด แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนพัฒนาจากการใช้สื่อรูปธรรมไปสู่การใช้สัญลักษณ์อย่างมีความหมาย และสามารถอธิบายกระบวนการคิดของตนเองผ่านภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งสะท้อนพัฒนาการของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

ตารางที่ 1 สรุปผลวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละกิจกรรม

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้	วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์		
	การกระทำ	การใช้ภาพแทน	การใช้สัญลักษณ์
1. การคิดเกี่ยวกับการคำนวณ	✓	✓	✓
2. ทบทวน (จำนวนปลาทอง)		✓	✓
3. การลบเลข 2 หลักในแนวตั้ง	✓	✓	✓
4. การลบในแนวตั้ง			✓

จากตารางที่ 1 พบว่า นักเรียนเกิดวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและสามารถอธิบายแนวคิดวิธีการแก้ปัญหามาของตนเองได้ในชั้นเรียนที่จัดการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง การลบในแนวตั้ง พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-4 นักเรียนมีวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด โดยแยกเป็น 3 วิธีการคิด คือ 1) วิธีการคิดผ่านการกระทำ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 และ 3 นักเรียนเรียนรู้ผ่านการกระทำ การลองผิดลองถูก เพื่ออธิบายวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองและหาข้อสรุปวิธีการคิดใน

ท้ายที่สุด 2) วิธีการคิดโดยใช้ภาพแทน นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงแทนจำนวนของสิ่งของ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการคิดของแต่ละแนวคิดที่เกิดขึ้นมา 3) วิธีการคิดโดยใช้สัญลักษณ์ นักเรียนมีกระบวนการขยายความรู้โดยการอธิบายและการพิสูจน์โดยการตั้งลงในแนวตั้ง โดยใช้สัญลักษณ์ ตัวเลข และอธิบายวิธีการคิดของตนเอง ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-4 นักเรียนแสดงออกโดยการออกมานำเสนอวิธีการคิดหน้าชั้นเรียน พูดสนทนากันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับครู และจากใบกิจกรรมของนักเรียน

อภิปรายผล

ผลการวิจัยนี้สะท้อนว่าวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการกระทำ การใช้ภาพแทน และการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งเป็นผลจากการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดสอดคล้องกับแนวคิดของ Goldin (2003) ที่กล่าวถึงวิธีการคิดจะถูกแสดงแทนผ่าน การใช้สัญลักษณ์และการกระทำ และจะเห็นว่าวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการเชื่อมโยงจากบทเรียนก่อนหน้าสอดคล้องกับแนวคิดลำดับการสอน (Flow of Lesson) ของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2565) ที่เน้นการเชื่อมโยงการเรียนรู้จากบทเรียนก่อนหน้า บทเรียนปัจจุบัน และบทเรียนในอนาคต โดยนักเรียนนำความรู้เดิมเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อยมาใช้ในการพัฒนาแนวคิดผ่านสถานการณ์ปัญหา เริ่มจากสื่อรูปธรรมไปสู่ภาพแทนและสัญลักษณ์ ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการอภิปรายร่วมกัน ส่งผลให้เกิดความเข้าใจเชิงลึก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner (1960) ที่อธิบายการพัฒนาการเรียนรู้จากการกระทำไปสู่ภาพแทนและสัญลักษณ์ นอกจากนี้ ในขั้นสรุป ครูได้เชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนไปสู่การใช้สัญลักษณ์ ส่งผลให้นักเรียนสามารถดำเนินการลงในแนวตั้งได้อย่างมีความหมาย ซึ่งความเข้าใจดังกล่าวยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการต่อยอดไปสู่การเรียนรู้ในอนาคต

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการลบหรือหัวข้อทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ครูควรให้ความสำคัญกับสื่อรูปธรรม (Enactive) ให้เพียงพอ และไม่ควรรีบเร่งให้นักเรียนขยับไปสู่การใช้ตัวเลข (Symbolic) เพียงอย่างเดียว จนกว่านักเรียนจะสามารถสื่อสารแนวคิดผ่านภาพ (Iconic) ได้อย่างชัดเจน

1.2 ครูควรใช้เทคนิคการตั้งคำถามที่ช่วยเชื่อมโยงระหว่างผลงานภาพวาดของนักเรียนกับการตั้งลงในแนวตั้ง เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่ถูกหักออกจริงกับค่าหลักของตัวเลข

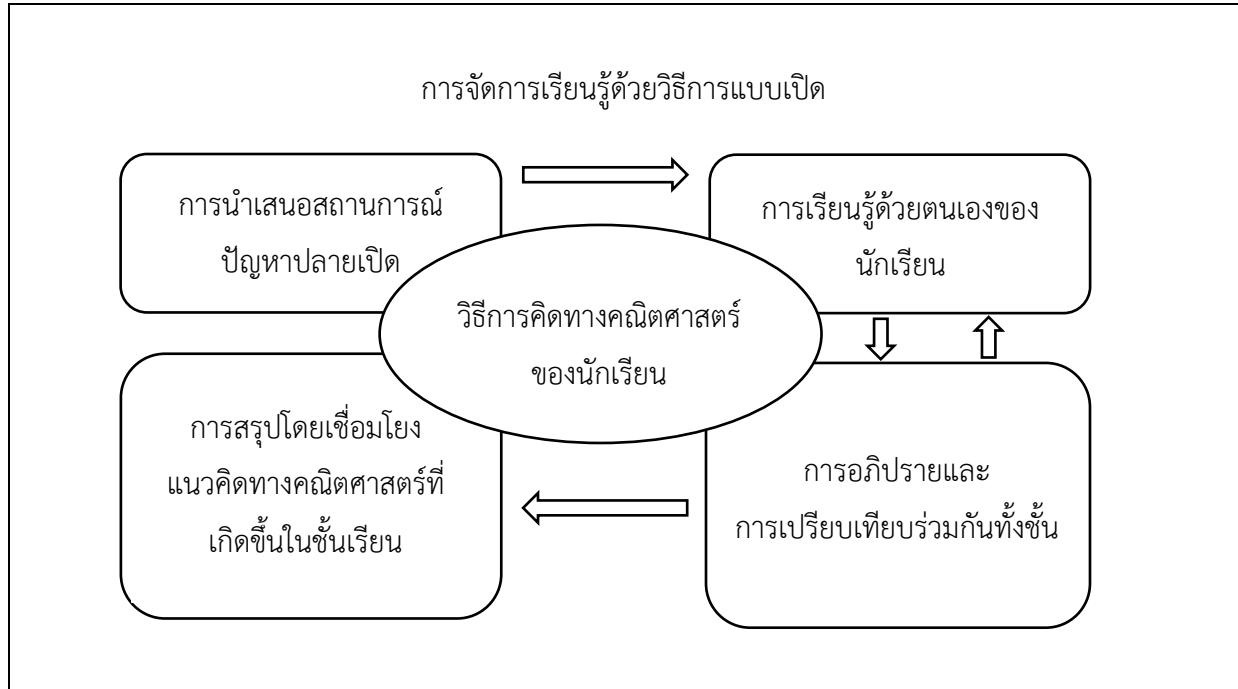
2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาเปรียบเทียบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในหัวข้ออื่นๆ เช่น การบวกที่มีการทด หรือการลบที่มีการกระจาย เพื่อศึกษาความต่อเนื่องของการพัฒนาแนวคิดของนักเรียนภายใต้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

2.2 ควรมีการออกแบบการวิจัยที่เน้นการเก็บข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับกระบวนการคิดของนักเรียน เช่น การบันทึกวิดีโอ การสัมภาษณ์ หรือการวิเคราะห์ผลงานของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้สามารถอธิบาย

พัฒนาการของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น รวมทั้งพิจารณาการออกแบบสถานการณ์ปัญหาให้หลากหลายและสอดคล้องกับระดับความสามารถของผู้เรียน

องค์ความรู้ใหม่จากการวิจัย



ภาพที่ 6 การสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด

(ปรับจาก ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2565)

แผนผังนี้แสดงองค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัย โดยชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดกับการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน องค์ความรู้ใหม่ที่ได้คือ การอธิบายว่าขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างเป็นลำดับ จากการกระทำ การใช้ภาพแทน ไปสู่การใช้สัญลักษณ์ กระบวนการดังกล่าวเกิดขึ้นผ่านการมีส่วนร่วม การลงมือปฏิบัติ และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งและเป็นระบบ

สรุป

การวิจัยครั้งนี้พบว่า วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง การลบในแนวตั้ง ส่งเสริมให้เกิดวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการกระทำ นักเรียนเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยสื่อรูปธรรม เช่น แถบกระดาษแทนจำนวน และใช้การลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบพร้อมให้เหตุผลประกอบได้ 2) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้ภาพแทน นักเรียนสามารถถ่ายทอดประสบการณ์จากการกระทำเป็นภาพวาดเพื่อแสดงแทนจำนวน และอธิบายวิธีการคิดจากภาพได้ และ 3) วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้สัญลักษณ์ นักเรียน

สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขและเครื่องหมายลบ ในการแก้ปัญหาและเขียนขั้นตอนการลบในแนวตั้งได้อย่างเป็นระบบ

รายการอ้างอิง

กิตติศักดิ์ ใจอ่อน และกตัญญูตา บางโท. (2560). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องพื้นที่ โดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี*, 31(1), 28–37.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

จตุพร นาสินสร้อย, นฤมล ช่างศรี และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2558). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การคูณ ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ณัฐพล หงส์ทอง, หัตยา สำนักบ้านโคก, และวาสิกา อัครนิตย์. (2567). ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนที่ใช้วัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. *วารสารคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสร้างสรรค์*, 2(1), 6-16.

บงกช นิมิตระกูล. (2559). การพัฒนาการคิดเชิงความสัมพันธ์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา*, 27(2), 70-81.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2565). *การสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: บริษัท ไอ.ดี.ปริ้นท์ดีไซน์ จำกัด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. บริษัท 3-ดี เอ็ดดูเคชั่น.

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และเดือนใจ ศักดิ์สองเมือง. (2564). การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด. *วารสารสหวิทยาการสังคมและการสื่อสาร*, 4(3), 54-64.

Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.

Cummins, D. D. (1991). Children's Interpretations of Arithmetic Word Problems. *Cognition and Instruction*, 8(3), 261–289.