

การศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด

A Study of Mathematical Modelling on Addition of numbers up to 10 First-Grade Students
in Open Approach

กุลณัฐ สุโสะ¹ หนึ่งฤทัย หนูหลง² และจุฬาลักษณ์ ใจอ่อน^{3*}

บทคัดย่อ

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนได้รับโอกาสที่หลากหลายและบ่มเพาะนักเรียนให้สามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายต่อสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง (Canbazoglu-Albayrak & Tarim, 2024) ในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิดเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับโลกชีวิตจริงของนักเรียน จากนั้นนักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาและค่อยๆ พัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และกลายเป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2562) งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 เก็บรวบรวมข้อมูล โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 จำนวน 14 แผน บันทึกวิดีโอทัศน์ และรวบรวมชิ้นงานของนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดของ Borromeo Ferri (2006)

ผลการวิจัยพบว่า ชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด นักเรียนมีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ครบทั้ง 6 ขั้นตอน กล่าวคือ นักเรียนเริ่มต้นด้วย 1) การทำความเข้าใจโจทย์ ด้วยการพูดคุยหรือแสดงการมีส่วนร่วมกับสถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนอ 2) การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น ด้วยการวาดภาพ วาดบล็อก และลูกศร 3) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ ด้วยการแปลงภาพ บล็อก และลูกศรให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ 4) การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ด้วยการนับและการใช้ความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อย 5) การตีความ ด้วยการแปลความผลลัพธ์เชื่อมโยงกลับไปภาพบล็อกหรือภาพจากสถานการณ์ปัญหา และ 6) การตรวจสอบ ด้วยการอภิปรายเปรียบเทียบแนวคิดเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาที่ง่ายและเหมาะสมร่วมกันผ่านการตรวจสอบกับสถานการณ์จริง

คำสำคัญ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ วิธีการแบบเปิด

*Corresponding author

¹นักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาการศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต (s6510357201@pkru.ac.th)

²ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียน อบจ.บ้านตลาดเหนือ (วันครู 2502) สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดภูเก็ต อ.เมืองภูเก็ต จ.ภูเก็ต

³ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สาขาวิชาการศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต (julaluk.j@pkru.ac.th)

1. บทนำ (Introduction)

คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตอนต้นเป็นรากฐานสำคัญของการเรียนรู้ เพราะช่วยพัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผล การแก้ปัญหา และการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) กำหนดให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจเรื่องจำนวนและการดำเนินการ โดยเฉพาะความหมายของการบวก การลบ และความสัมพันธ์ของจำนวน ซึ่งเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560) อย่างไรก็ตามในชั้นเรียนจริงพบว่า นักเรียนจำนวนหนึ่งยังพึ่งพาการนับทีละหนึ่งหรือการท่องจำ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ไม่เข้าใจการใช้ความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อย (Number Bonds) ซึ่งไม่สามารถอธิบายเหตุผลหรือเลือกวิธีที่ยืดหยุ่นเมื่อเจอโจทย์สถานการณ์ได้

จากการศึกษาด้านสมรรถนะทางจำนวนของนักเรียนในวัยเริ่มต้น พบว่าความเข้าใจพื้นฐานเรื่องจำนวนและการดำเนินการเป็นเงื่อนไขสำคัญของการทำงาน (task) ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน และผู้เรียนที่มีปัญหาด้านคณิตศาสตร์มักมีข้อจำกัดในทักษะพื้นฐานเหล่านี้ (Powell & Fuchs, 2012) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับคณิตศาสตร์ผ่านการแทน (เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์/สมการ) การให้เหตุผล และการตรวจสอบความสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับนิยาม “ความฉลาดรู้ทางคณิตศาสตร์ (mathematical literacy)” ของ OECD ที่เน้นการตั้งปัญหา การใช้ และการตีความคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในบริบทจริง (OECD, 2023) อย่างไรก็ตาม งานวิจัยด้านการสร้างแบบจำลองในระดับประถมยังต้องการหลักฐานเพิ่มเติม โดยเฉพาะการทำความเข้าใจ กระบวนการคิดและรูปแบบการแทนของผู้เรียนระดับประถมศึกษา (Albarracín & Stohlmann, 2016) นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยของ Alsina & Salgado (2022) ที่ยืนยันว่าเด็กเล็กสามารถเริ่มกระบวนการสร้างแบบจำลองได้ เมื่อออกแบบกิจกรรมให้เหมาะสมและเปิดโอกาสให้แปลความจากบริบทจริงไปสู่โลกคณิตศาสตร์และย้อนกลับอย่างเป็นขั้นตอน

การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดเป็นแนวทางที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย แลกเปลี่ยนแนวคิดทั้งชั้น และสรุปเชื่อมโยงแนวคิดสำคัญ โดย Inprasitha (2011) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดว่ามี 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย (1) การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (2) นักเรียนเรียนรู้จากการแก้ปัญหาด้วยตนเอง (3) การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ (4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขั้นตอนการสอนนี้สอดคล้องโดยตรงกับธรรมชาติของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการพื้นที่ให้ผู้เรียนแทนสถานการณ์ ทดลองวิธี อภิปรายตรวจสอบ และสรุปเชื่อมโยงอย่างมีเหตุผล ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีความสำคัญทั้งเชิงหลักสูตรและเชิงปฏิบัติ เพราะช่วยอธิบายว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สร้างและพัฒนาแบบจำลองเพื่อทำความเข้าใจการบวกอย่างไร ภายใต้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด และสามารถนำไปใช้เป็นแนวทางออกแบบสถานการณ์ปัญหา สื่อ การอภิปรายเพื่อนำไปสู่การสรุปบทเรียน อย่างมีความหมายต่อผู้เรียน

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด

3. นิยามศัพท์เฉพาะ

1) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ เงื่อนไขเพื่อกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาจริง เพื่อนำไปสร้างตัวแทนในการแก้ปัญหาวิเคราะห์ คำนวณ แล้วแปลความหมายจากผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปสู่สถานการณ์จริง จนถึงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้

2) วิธีการแบบเปิด (Open Approach) หมายถึง วิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาของนักเรียนผ่านสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด โดยครูเริ่มต้นนำเสนอสถานการณ์ที่เชื่อมโยงกับโลกในชีวิตจริงของนักเรียน จากนั้นนำเสนอโมเดลแนวคิดในการแก้ปัญหา จากการที่นักเรียนเริ่มต้นเรียนรู้ด้วยความพยายามในการแก้ปัญหาผ่านมุมมองของตนเองและพยายามแก้ปัญหาด้วยตนเอง เริ่มต้นจากแนวคิดของตนเองที่มีความหมาย และค่อยๆ พัฒนาเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และในที่สุดกลายเป็นความคิดรวบยอด หรือ กฎ สูตรทางคณิตศาสตร์ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2562)

4. กรอบแนวคิดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้กรอบแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Ferri (2006) ผู้วิจัยได้ปรับรายละเอียดให้สอดคล้องกับบริบทของการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดดังนี้

1) การทำความเข้าใจโจทย์ (understanding the task) หมายถึง การทำความเข้าใจต่อสถานการณ์ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงด้วยการอ่าน การพูดคุย หรือการแสดงความคิดเห็นต่อสถานการณ์ปัญหาและคำสั่ง

2) การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) หมายถึง การเปลี่ยนแปลงข้อความ หรือตัวเลขจากสถานการณ์ปัญหาและคำสั่ง ให้เป็นข้อความสั้นๆ ตัวแปร หรือสัญลักษณ์ต่างๆ ที่จำเป็นต่อการดำเนินการแก้ปัญหา

3) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing) หมายถึง การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างตัวแทนของตนเอง เช่น รูปภาพ กราฟ และสมการ

4) การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Working Mathematically) หมายถึง การแก้ปัญหาในแบบจำลองโดยใช้ความสามารถในการสร้างแบบจำลอง เช่น การคำนวณเลข การอ่านตารางข้อมูล เป็นต้น เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

5) การตีความ (Interpreting) หมายถึง การแปลผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ให้กลับไปสู่ผลลัพธ์ในบริบทของชีวิตจริง (สถานการณ์ปัญหา)

6) การตรวจสอบ (Validating): การตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงกับตัวแทนทางความคิดของตนเอง

5. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ในการอธิบายการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1) กลุ่มเป้าหมาย และบริบทของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการคัดเลือกกลุ่มเป้าหมายโดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง โดยคัดเลือกจากชั้นเรียนที่ผู้วิจัยเป็นครูผู้สอน ซึ่งกลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2568 โรงเรียนอบจ.บ้านตลาดเหนือ (วันครู 2502) สังกัดกองการศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม องค์การบริหารส่วนจังหวัดภูเก็ต ทางโรงเรียนได้จัดการเรียนการสอนตามแนวทางการศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิดตั้งแต่ปีการศึกษา 2566 จนถึงปัจจุบัน ซึ่งมีการจัดการเรียนการสอนตลอดทั้งปีการศึกษา โดยแนวทางการดำเนินงานของการศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิดมีการจัดทีมการศึกษาชั้นเรียนที่ประกอบด้วย ครูผู้สอน ครูผู้สังเกต และผู้เชี่ยวชาญเพื่อร่วมมือกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และกำกับทิศทางการสอนให้เป็นไปตามแนวทางของกระบวนการของ TLSOA

2) เครื่องมือการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางวิธีการแบบเปิด หน่วยการเรียนรู้ เรื่องการบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 จำนวน 14 แผน เครื่องบันทึกวิดีโอ และเครื่องบันทึกเสียง

3) การเก็บรวบรวมข้อมูล

เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วางแผนสำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูลไว้ดังต่อไปนี้

(1) การวางแผนเก็บข้อมูล ผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอน ครูผู้สังเกต ครูพี่เลี้ยง และอาจารย์นิเทศก์ ประชุมร่วมกันเพื่อรับทราบแผนการดำเนินการวิจัย กำหนดบทบาทหน้าที่ และวางแผนเกี่ยวกับระยะเวลาการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อให้สอดคล้องกับแผนการศึกษาของโรงเรียน

(2) การสร้างและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยร่วมกับทีมการศึกษาชั้นเรียน ประกอบด้วย ครูผู้สังเกต ครูพี่เลี้ยง และอาจารย์นิเทศก์ร่วมกันเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ โดยร่วมกันกำหนดเป้าหมายของบทเรียน สถานการณ์ปัญหา คำสั่ง คาคาการณ์แนวคิดของนักเรียน และเตรียมสื่อการสอนเป็นประจำทุกสัปดาห์ โดยในวันจันทร์ถึงศุกร์จะร่วมกันวางแผนการจัดการเรียนรู้ในช่วงเวลาหลังเลิกเรียน หรือในเวลาว่างที่สมาชิกทีมการศึกษาชั้นเรียนสะดวกพร้อมกัน และทุกวันพฤหัสบดี เวลา 19:00 น. เป็นต้นไป จะเป็นการสะท้อนผลร่วมกับผู้เชี่ยวชาญ และอาจารย์นิเทศก์เพื่อให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในคาบต่อไป

(3) การเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัย ผู้วิจัยและทีมการศึกษาชั้นเรียน นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ร่วมกันพัฒนาขึ้น และผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญแล้วไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยผู้วิจัยทำหน้าที่ เป็นผู้สอน ครูผู้สังเกตและครูพี่เลี้ยง ทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตและบันทึกวิดีโอทัศนชั้นเรียน ในระหว่างที่จัดการเรียน การสอน เมื่อการสอนเสร็จสิ้นลง ผู้วิจัยจะบันทึกภาพแนวคิดของนักเรียนที่อยู่บนกระดาน และแนวคิด ของนักเรียนจากชิ้นงานของนักเรียน เพื่อใช้ประกอบการวิเคราะห์ข้อมูล

4) การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงบรรยายประกอบกับข้อมูลเชิงประจักษ์ คือ โพรโทคอลการสอน ภาพถ่าย และชิ้นงานการทำกิจกรรมของนักเรียน โดยนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Ferri (2006)

6. ผลการวิจัย

ผลการศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากการวิเคราะห์โพรโทคอลการสอน และการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนทั้งจากกระดานและชิ้นงานการทำกิจกรรมของนักเรียน ตามกรอบแนวคิดของ Ferri (2006) ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง การบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 จำนวน 14 แผน พบการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครบทั้ง 6 ขั้นตอน ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงการวิเคราะห์การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

แผนจัดการเรียนรู้	การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์					
	ขั้นที่ 1	ขั้นที่ 2	ขั้นที่ 3	ขั้นที่ 4	ขั้นที่ 5	ขั้นที่ 6
แผนที่ 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
แผนที่ 2	✓	✓	✓	✓	✓	-
แผนที่ 3	✓	✓	✓	✓	✓	-
แผนที่ 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓
แผนที่ 5	✓	-	-	✓	-	-
แผนที่ 6	✓	✓	✓	✓	✓	✓
แผนที่ 7	✓	✓	✓	✓	✓	-
แผนที่ 8	✓	✓	✓	✓	-	-
แผนที่ 9	✓	-	-	✓	-	-
แผนที่ 10	✓	-	-	✓	-	✓
แผนที่ 11	✓	✓	✓	✓	-	✓
แผนที่ 12	✓	✓	✓	✓	✓	✓
แผนที่ 13	✓	-	-	✓	-	-
แผนที่ 14	✓	-	✓	✓	✓	-
รวม	14	9	10	14	8	6

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง การบวกที่มีผลลัพธ์ไม่เกิน 10 ครบทั้ง 6 ขั้นตอน โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีครบทั้ง 6 ขั้นตอน มีจำนวน 4 แผน และขั้นตอนที่พบได้มากที่สุดคือ ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจโจทย์ และขั้นตอนที่ 4 การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่พบได้น้อยที่สุดคือ ขั้นตอนที่ 6 การตรวจสอบ ทั้งนี้จะขอยกตัวอย่างการวิเคราะห์การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

1) การทำความเข้าใจโจทย์ (Understanding the Task)

เมื่อวิเคราะห์โปรโตคอลการทำกิจกรรมในชั้นเรียนพบว่า การทำความเข้าใจโจทย์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นเมื่อครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด และให้นักเรียนสำรวจสถานการณ์ ภาพ และคำสั่งบนกระดานจากนั้นครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจที่มีต่อเงื่อนไขและคำสั่งที่ต้องปฏิบัติ ดังตัวอย่างโปรโตคอลการสอนในสถานการณ์การโยนบอล โดยให้นักเรียนแบ่งทีมเป็นทีมสีแดง สีน้ำเงิน และสีม่วง แข่งกันโยนบอล 2 รอบพร้อมบันทึกผลด้วยการติดภาพลูกบอลที่โยนได้บนกระดาน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลของแต่ละทีมโยนได้ทั้งสองรอบ โดยครูจะติดสถานการณ์และคำสั่งบนกระดานให้นักเรียนอ่านพร้อมกัน จากนั้นครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเงื่อนไข ดังโปรโตคอลต่อไปนี้

- T : คำสั่งของครูคือ ให้ทำอะไรนะคะ
Ss : โยนบอล
T : โยนบอลกี่รอบคะ
Ss : สองรอบ
T : คำสั่งต่อไป ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลทั้งหมดของแต่ละทีมโยนได้
(ครูอ่านคำสั่ง) ครูให้ทำอะไรนะคะ
Sa : เขียนประโยคสัญลักษณ์ หาจำนวนบอลทั้งหมด

จากโปรโตคอลดังกล่าว แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการทำความเข้าใจโจทย์ด้วยการตอบคำถามได้ว่า คำสั่งให้ทำอะไร และต้องการทำอะไร

2) การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น (Simplifying the Problem)

ในการทำให้ปัญหาง่ายขึ้นของนักเรียนนั้นนักเรียนจะเปลี่ยนข้อความหรือตัวเลข จากสถานการณ์ปัญหาและคำสั่งให้เป็นข้อความสั้นๆ ตัวแปร หรือทำสัญลักษณ์ต่างๆ เช่น ทำลูกศร วงกลม ขีดล้อมรอบเพื่อแสดงขอบเขตของสิ่งที่จำเป็นต่อการดำเนินการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างหลักฐานโปรโตคอลการสอนในสถานการณ์การโยนบอล กล่าวคือหลังจากการโยนบอลและบันทึกผลทั้งสองรอบแล้ว นักเรียนได้ทำให้ปัญหาง่ายขึ้นโดยใช้คำพูดสั้นๆ ในการกำหนดตัวตั้งให้เป็นจำนวนบอลที่โยนได้ในรอบที่หนึ่ง และตัวบวกเป็นจำนวนบอลที่โยนได้ในรอบที่สองตามลำดับ และใช้คำพูดสั้นๆ เพื่ออธิบายสิ่งที่จะดำเนินการต่อ ดังโปรโตคอลต่อไปนี้

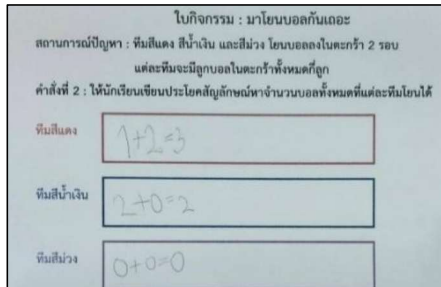
- T : ประโยคสัญลักษณ์ของทีมสีแดงเราต้องเขียนยังไงนะ
Sa : รอบแรกได้หนึ่งลูก รอบที่สองได้สองลูก เอามารวมกัน

จากโปรโตคอลดังกล่าวจะเห็นว่า นักเรียนกำหนดตัวตั้งและตัวบวกจากจำนวนลูกบอลตามลำดับการโยนในแต่ละรอบ และใช้คำพูดสั้นๆ คือ “เอามารวมกัน” เพื่ออธิบายวิธีการที่นักเรียนจะต้องดำเนินการในขั้นต่อไป

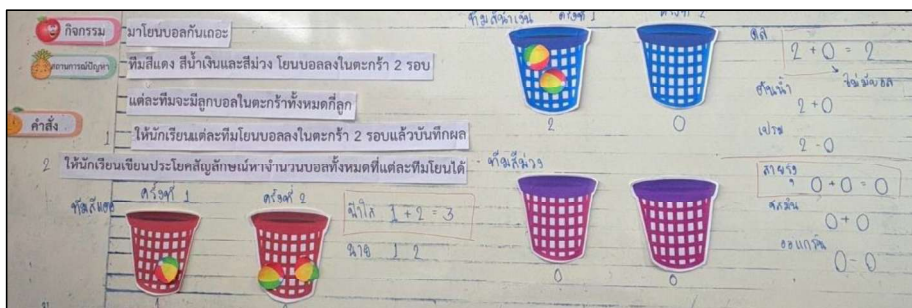
3) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing)

ในการทำให้เป็นคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนสร้างการแสดงแทนโดยใช้การวาดรูป การแทนด้วยบล็อกหรือสื่อสิ่งของ หรือเขียนประโยคสัญลักษณ์ ดังตัวอย่างหลักฐานแนวคิดของนักเรียนในสถานการณ์การโยนบอล

กล่าวคือเมื่อนักเรียนได้กำหนดตัวตั้งและตัวบวกแล้ว จึงนำมาเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลทั้งหมดของแต่ละทีมได้ และการใช้บล็อกไม้เพื่อแทนการหาจำนวนปลาทองจากสถานการณ์ “มีปลาทองกี่ตัวนะ” (กำหนดให้มีปลาทองในอ่าง 6 ตัว และเทปลาทองลงไปเพิ่มอีก 2 ตัว) ดังนี้



ภาพ 1 แสดงแนวคิดของนักเรียนในการเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลทั้งหมดในใบงาน



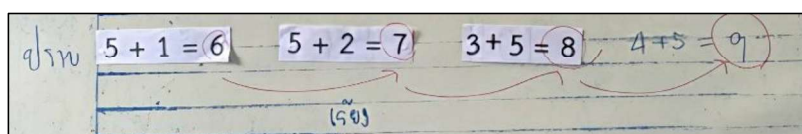
ภาพ 2 แสดงแนวคิดของนักเรียนในการเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลทั้งหมดบนกระดาน



ภาพ 3 แสดงการแทนบล็อกไม้เพื่อหาจำนวนปลาทอง (6+2) การบวกแบบเพิ่ม

4) การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Working Mathematically)

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบด้วย การนับ และการใช้ความสัมพันธ์ของจำนวนในการหาคำตอบ ดังตัวอย่างหลักฐานผลงานของนักเรียนในกิจกรรม “มาบวกกันเถอะ” นักเรียนใช้ความสัมพันธ์ของตัวตั้ง ตัวบวกและผลลัพธ์ เพื่อคำนวณหาคำตอบ ดังภาพ 4 และนักเรียนยังใช้การนับจำนวนบล็อกเพื่อหาคำตอบของจำนวนวัวทั้งหมด ดังภาพ 5



ภาพ 4 แสดงแนวคิดของนักเรียนในการหาคำตอบจากบัตรการบวกโดยใช้ความสัมพันธ์ของจำนวน



ภาพ 5 แสดงแนวคิดของนักเรียนในการนับบล็อกที่ละ 1 เพื่อหาจำนวนวัวทั้งหมด

5) การตีความ (Interpreting)

ในขั้นการตีความ นักเรียนจะอธิบายคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้ว่าหมายถึงอะไร เมื่อพิจารณาตามสถานการณ์ปัญหา เช่น สถานการณ์ปัญหาการโยนบอล และเขียนประโยคสัญลักษณ์เพื่อหาจำนวนบอลทั้งหมดของนักเรียนแต่ละทีม นักเรียนสามารถบอกความหมายของผลลัพธ์ที่เป็นประโยคสัญลักษณ์ “ $0+0=0$ ” ดังภาพ 2 ได้ว่าหมายถึงอะไร ดังโปรแกรมต่อไปนี้

- T : มาดูสิว่า หาจำนวนบอลทั้งหมดของทีมสีม่วงจะต้องเขียนประโยคสัญลักษณ์แบบของใคร
Se : ของสายรุ้ง
T : ของสายรุ้งยังไงเอ่ย
Sc : ศูนย์บวกศูนย์ไม่มีค่าก็ได้ศูนย์
T : ไม่มีค่ายังไงนะ
Ss : ไม่มีบอลในตะกร้า บวกกันก็ได้ศูนย์ จะต้องเขียนแบบของสายรุ้ง

จากโปรแกรมดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $0+0=0$ โดยการเชื่อมโยงกลับไปยังสถานการณ์ในโลกชีวิตจริง คือ “ไม่มีบอลในตะกร้า บวกกันก็ได้ศูนย์”

6) การตรวจสอบ (Validating)

ในขั้นการตรวจสอบ นักเรียนได้พิจารณาว่าผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์นั้นสอดคล้องกับสถานการณ์จริงหรือไม่ เช่น สถานการณ์การโยนบอล เมื่อนักเรียนได้คำตอบการบวกจำนวนบอลทั้งหมดแล้ว นักเรียนจะทำการตรวจสอบกับสถานการณ์จริง คือภาพจำนวนลูกบอลที่ติดอยู่บนกระดาน ว่ามีจำนวนเท่ากับที่ตนเองบวกได้หรือไม่ ดังโปรแกรมต่อไปนี้

- T : สรุปลีแดงเราต้องเขียนแบบไหน
Ss : ฟ้าใส
T : ยังไง ยังไง
Ss : หนึ่งบวกสองเท่ากับสาม (ดูจากภาพลูกบอลบนกระดาน)
T : สีน้าเงินล่ะ
Ss : สองบวกศูนย์เท่ากับสอง (ดูจากภาพลูกบอลบนกระดาน)
T : สีม่วงล่ะ
Ss : ศูนย์บวกศูนย์เท่ากับศูนย์ (ดูจากภาพลูกบอลบนกระดาน)

7. อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยที่ว่า ในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดนักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ครบทั้ง 6 ขั้นตอน โดยนักเรียนเริ่มจาก (1) การทำความเข้าใจโจทย์ ผ่านการพูดคุย ซักถามและแสดงการมีส่วนร่วมกับสถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนอ จากนั้นเข้าสู่ (2) การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น โดยใช้การวาดภาพ วาดบล็อก ลูกศรและข้อความสั้นๆ เพื่อช่วยจัดโครงสร้างของปัญหา ต่อด้วย (3) การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ ด้วยการแปลงภาพ บล็อก และลูกศรให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ในขั้น (4) การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนใช้การนับและการใช้ความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อยเพื่อหาผลลัพธ์ เมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนดำเนิน (5) การตีความ โดยแปลความหมายของผลลัพธ์และเชื่อมโยงกลับไปยังภาพบล็อกหรือภาพจากสถานการณ์ปัญหา สุดท้ายคือ (6) การตรวจสอบ ผ่านการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกัน เพื่อค้นหาแนวทางการแก้ปัญหาที่ง่ายและเหมาะสมที่สุดด้วยการตรวจสอบกับสถานการณ์จริง

ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดสนับสนุนให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ครบทั้ง 6 ขั้นตอน ตั้งแต่การทำความเข้าใจโจทย์ การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การตีความ และการตรวจสอบ โดยเฉพาะขั้น “การตีความ” และ “การตรวจสอบ” ที่เกิดจากการเชื่อมโยงผลลัพธ์กลับไปยังการแสดงแทน (ภาพ/บล็อก) ผ่านการอภิปรายเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกัน สอดคล้องกับแนวคิดของ Ferri (2006) ที่อธิบายว่าการสร้างแบบจำลองเป็นกระบวนการที่เชื่อมโยงผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ไปสู่ผลลัพธ์ในโลกจริง ผ่านการตีความและการตรวจสอบความสมเหตุสมผลซึ่งเป็นช่วงสำคัญของการแก้ปัญหา นอกจากนี้ผลการวิจัยยังแสดงให้เห็นว่าวิธีการแบบเปิดที่ประกอบด้วยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด การเรียนรู้ด้วยตนเอง การอภิปรายเปรียบเทียบแนวคิด และการสรุปเชื่อมโยงแนวคิด ช่วยให้ผู้เรียนสร้างการแสดงแทนได้หลากหลาย และนำไปสู่การใช้ยุทธวิธีการบวกอย่างมีความหมาย เช่น การนับและการใช้ความสัมพันธ์แบบส่วนรวม-ส่วนย่อย ซึ่งสอดคล้องกับหลักการของวิธีการแบบเปิดที่มุ่งให้ผู้เรียนคิดด้วยตนเองและเรียนรู้จากการแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน (Inprasitha, 2006) และงานวิจัยของ Woranetsudathip (2021) ที่ศึกษายุทธวิธีของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในการแก้ปัญหาแบบปลายเปิดเรื่องการบวก พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเรื่องการบวกได้หลายรูปแบบ และเมื่อพิจารณาในภาพรวมขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นที่ปรากฏในงานวิจัยนี้ยังเป็นไปในทิศทางเดียวกับแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เสนอไว้ในงานของสิรินทิพย์ ญาณะพันธ์ (2563) ซึ่งประกอบด้วยขั้นทำความเข้าใจปัญหา ทำให้ปัญหาง่ายขึ้น คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ แปลความหมายและตรวจสอบ และการนำเสนอ

8. ข้อเสนอแนะการวิจัย

8.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1) ควรนำผลการศึกษาไปใช้เป็นแนวทางปรับปรุงและพัฒนาการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับบริบทจริงของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเริ่มจากความเข้าใจบริบทก่อนเข้าสู่การคำนวณ

2) ควรส่งเสริมการใช้การแสดงผลหลากหลายรูปแบบ (เช่น ภาพ บล็อก ลูกศร วัตถุจริง) และค่อยๆ
เชื่อมไปสู่ “ประโยชน์สัญลักษณ์” เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาการคิดจากรูปธรรมสู่สัญลักษณ์ได้อย่างมีความหมาย

8.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาวิจัยในกลุ่มตัวอย่างที่ต่างระดับชั้นเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ครอบคลุมมากยิ่งขึ้น

9. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจาก สาขาวิชาการศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ราชภัฏภูเก็ต

10. เอกสารอ้างอิง

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2562). *คณิตศาสตร์สำหรับระดับประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1* (พิมพ์ครั้งที่ 2).

ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สิรินทิพย์ ญาณะพันธ์ และสิรินภา กิจเกื้อกูล. (2564). การจัดการเรียนรู้โดยใช้การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องปริมาตรและความจุของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากสำหรับนักเรียนชน
เผ่าลาหู่ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา*, 16(2), 221–230.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551*. กระทรวงศึกษาธิการ.

Alsina, Á., & Salgado, M. (2022). Understanding early mathematical modelling: First steps in the
process of translation between real-world contexts and mathematics. *International Journal
of Science and Mathematics Education*, 20(8), 1719–1742. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10232-8>

Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM
– The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95.

Canbazoglu - Albayrak, H. B., & Tarım, K. (2025). How are the cognitive mathematical modelling
processes of third grade elementary school students? *Asia Pacific Education Review*, 26(4),
885–899. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s12564-024-10015-0>

Inprasitha, M. (2006). Open-ended approach and teacher education. *Tsukuba Journal of Educational
Study in Mathematics*, 25, 169–177.

_____. (2011). One feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing a learning unit.
Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 34(1), 47–66.

OECD. (2023). *PISA 2022 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. Retrieved from
<https://doi.org/10.1787/dfef0bf9c-en>

- Powell, S. R., & Fuchs, L. S. (2012). Early numerical competencies and students with mathematics difficulty. *Focus on Exceptional Children, 44*(5), 1–16. <https://doi.org/10.17161/foec.v44i5.6686>
- Stohlmann, M., & Albarracín, L. (2016). What is known about elementary grades mathematical modelling. *Educational Research International, 2016*, 1–9. Retrieved from <https://doi.org/10.1155/2016/5240683>
- Woranetsudathip, N. (2021). Examine first grade students’ strategies of solving open-ended problems on addition. *Asia Research Network Journal of Education, 1*(1), 15–24. Retrieved from <https://doi.org/10.14456/arnje.2021.2>