

การวิเคราะห์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส ภายหลังได้รับวัคซีน

Analysis of Mathematical Modeling for Chickenpox Disease after Vaccination

รัตติยา ชั่งชาติ^{1*}, สุริณี อยู่เอี่ยม¹, กษิต สัมพันธ์รัตน์¹, นที สุ่มงคล¹

Rattiya Sungchasi^{1*}, Surinee Yuaiam¹, Kasit Sumpattarat¹, Natee Sumongkhon¹

บทคัดย่อ

โรคอีสุกอีใสเป็นโรคติดต่อเกิดจากเชื้อไวรัส วาริเซลลาซอสเตอร์ (Varicella Zoster Virus – VZV) หรือ Human Herpes Virus type 3 (HHV-3) โรคชนิดนี้เป็นโรคติดต่อผ่านการหายใจ ไอ จาม การสัมผัสผู้ป่วยหรือใช้ของร่วมกัน ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการแพร่เชื้อโรคอีสุกอีใสโดยพิจารณา ระยะฟักตัวของโรคและการฉีดวัคซีนในระยะเวลาที่แตกต่างกัน ผู้วิจัยได้หาจุดสมดุลด้วยเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค และสภาวะเรื้อรังแล้วนำมาแสดงในรูปแบบค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน หลังจากนั้นได้วิเคราะห์ถึงความเสถียรภาพภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะเรื้อรังผลลัพธ์ที่สอดคล้องเงื่อนไขของเร้าเฮอริวิท (Routh – Hurwitz) ผลของการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าค่าพารามิเตอร์ a , α , และ จะทำให้ค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน (Basic Reproduction Number :) อยู่ในสภาวะไร้โรคเมื่อ และอยู่ในสภาวะเรื้อรังเมื่อของการแพร่ระบาดโรค

คำสำคัญ: ค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน, โรคอีสุกอีใส, จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค, จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง

Citation:

Sungchasi R, Yuaiam S, Sumpattarat K, Sumongkhon N. Analysis of mathematical modeling for chickenpox disease after vaccination. Health Sci J Thai 2025; 7(3): 85-93. (in Thai); <https://doi.org/10.55164/hsjt.v7i3.272645>

¹ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ภูเก็ต 83000

¹ Department of Mathematics Faculty of Science Phuket Rajabhat University, Phuket, 83000, Thailand

Abstract

The chickenpox is a contagious disease caused by the varicella zoster virus (VZV), also known as human herpes virus type 3 (HHV-3), and is called "chickenpox." This type of disease is contagious and transmitted through respiratory droplets, coughing, sneezing, direct contact with an infected person, or sharing contaminated items. Researchers have developed a mathematical model to describe the transmission of chickenpox, considering the disease's incubation period and vaccination at different time intervals. The researchers identified equilibrium points and the conditions that lead to their stability under disease-free and endemic states. These findings were then presented in the form of the basic reproduction number (Basic Reproduction Number :). The stability analysis was then performed under disease-free and epidemic conditions, and the results were consistent with the Routh-Hurwitz criterion. Numerical analysis revealed that the parameters , and determine whether the basic reproduction value () will remain in the disease-free state when or in the epidemic state when .

บทนำ

โรคอีสุกอีใสเป็นโรคแพร่ระบาดได้ง่าย เกิดขึ้นได้ทุกเพศ ทุกวัยส่วนใหญ่จะเกิดในวัยเด็กมากกว่าวัยผู้ใหญ่ มีการแพร่ระบาดได้ทั้งปีแต่มักพบการแพร่ระบาดมากที่สุดในช่วงฤดูฝนหรือช่วงฤดูหนาว เนื่องจากอากาศหนาวจะทำให้ไวรัสอยู่ได้ดีขึ้นแล้วทำให้พบโรคนี้มากขึ้นด้วย การติดต่อของโรคจะผ่านทางอากาศ ไอ จาม การสัมผัสผู้ป่วยหรือใช้ของร่วมกัน อาการ ไม่รุนแรง เช่น มีไข้เล็กน้อย รู้สึกไม่สบายตัว และมีผื่นแดงจนต่อมาเปลี่ยนเป็นตุ่มน้ำใส ๆ มีระยะในการฟักตัวประมาณ 10-21 วัน หลังจากมีการสัมผัสผู้ป่วยที่เป็นโรคอีสุกอีใสในระยะของการแพร่ระบาดของเชื้อ ด้วยระยะของการแพร่เชื้อจะเกิดขึ้นตั้งแต่ 48 ชั่วโมงก่อนการมีผื่นขึ้นตามร่างกาย จนถึงผื่นแห้งตกสะเก็ดทั้งหมด ลักษณะของตุ่มน้ำจะอยู่เดี่ยว ๆ และมีรอยบุ๋มตรงกลางต่างจากตุ่มใช้ทริพิษซึ่งลักษณะตุ่มจะอยู่รวมเป็นกลุ่มและไม่มีรอยบุ๋มตรงกลาง ปกติจะพบตุ่มมีหลายขนาด (ขนาด 2 - 3 มิลลิเมตร) ทั้งชนิดนูนแดง (Papule) ตุ่มใส (Vesicle) และตกสะเก็ด (Scab) อยู่ในช่วงเวลาเดียวกันทั่วร่างกาย พบที่บริเวณลำตัวได้มากกว่า แขน ขา และใบหน้า กรณีมีอาการเล็กน้อยหรือติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ ทำให้บางครั้งอาจสังเกตไม่พบผื่นหรือตุ่มน้ำได้ แม้ว่าโรคอีสุกอีใส อาการของโรคจะมีอยู่ 2 ลักษณะ คือ เด็กจะมีไข้ต่ำ อ่อนเพลีย ปวดศีรษะ เบื่ออาหาร ส่วนวัยผู้ใหญ่จะมีไข้สูง มีอาการปวดเมื่อยตามเนื้อตัวคล้ายกับไข้หวัด และอาการอีกอย่างคือ มีผื่นขึ้นพร้อมกับเริ่มมีไข้ในระยะแรกจะเป็นผื่นสีแดงจนกลายเป็นตุ่มน้ำใส ๆ และคัน หลังจากนั้นประมาณอีก 2 - 3 วัน ก็จะตกสะเก็ด จะเกิดอาการเจ็บคอที่เกิดตุ่มภายในปาก ระยะเวลาของโรคจากเริ่มมีตุ่มและตกสะเก็ดมีระยะเวลาประมาณ 6 - 7 วัน ถ้าผู้ป่วยดังกล่าวมีอาการแทรกซ้อนด้วยการติดเชื้อแบคทีเรีย จะทำให้ผื่นและตุ่มใส ๆ กลายเป็นหนองและแผลเป็นเกิดจากตุ่มตามมา ผู้ป่วยบางรายที่ติดเชื้อดังกล่าวอาจจะเข้าสู่กระแสเลือด ส่งผลต่อภาวะโลหิตเป็นพิษและปอดบวมได้ การรักษาของโรคดังกล่าวจะรักษาตามอาการของโรคถ้าไม่มีอาการแทรกซ้อน ควรพักผ่อน และดื่มน้ำมาก ๆ ถ้ามีไข้สูงให้รับประทานพาราเซตามอลเพื่อลดอาการไข้ ไม่ควรรับประทานแอสไพรินเพราะอาจจะทำให้อาการทางสมองและตับได้(1-4)

โรคอีสุกอีใสในประเทศไทยมีการระบาดเป็นระยะๆ โดยพบได้ในช่วงอายุ 5-9 ปีมากที่สุด รองลงมาคือในช่วงอายุ 0-4 ปี จากผลการสำรวจตั้งแต่ปี พ.ศ. 2011 - พ.ศ.2020 พบว่ามีผู้ป่วยมากที่สุดในปี พ.ศ. 2014 ตามภาพ (Figure)1(1-3)



Figure 1 Number of patients in Thailand(1-2)

ในปี ค.ศ. 2024 Tawakalt A. Ayoola และคณะผู้วิจัย(4) ได้ตรวจสอบผลการฉีดวัคซีนในการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยวิเคราะห์หาความเสถียรภาพของจุดสมดุลในสภาวะปราศจากโรคและจุดสมดุลสภาวะเรื้อรังจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว พบว่าอัตราการฉีดวัคซีนมีผลต่อการระบาดของโรคอีสุกอีใสและปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน ซึ่งคำนวณโดยใช้วิธีเมทริกซ์รุ่นต่อไปและการพยากรณ์โดยใช้วิธี Laplace Adomian Decomposition และพิจารณาผลกระทบของการฉีดวัคซีนการควบคุมแนวโน้มการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส(2-4)

ในปี ค.ศ. 2019 Sania Qureshi และคณะผู้วิจัย(5) ได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นประกอบด้วยตัวแปรและพารามิเตอร์ทั้งหมด โดยนำทฤษฎีจุดคงที่ที่ใช้ในการศึกษาในการพิสูจน์ถึงการเกิดโรคระบาดและการป้องกันของโรค ทั้งนี้ผู้วิจัยได้เก็บข้อมูลเป็นเวลา 25 สัปดาห์พบว่าตัวแบบประกอบด้วย คือ Mittag-Leffler Non-Singular และ Non-Local Kernel ซึ่งปัจจัยที่มีผลทำให้มีการแพร่ระบาดของโรคตามตัวแบบดังกล่าว

ในปี ค.ศ. 2018 รัตติยา ชังชาติและพัณณิ พงศ์สัมพันธ์(6) ได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคไข้หวัดใหญ่เพื่ออธิบายการแพร่ระบาดของไข้หวัดใหญ่โดยพิจารณาการฟักตัวที่แตกต่างกันซึ่งมีการตรวจสอบความเสถียรภาพของจุดสมดุลคือจุดสมดุลสภาวะปลอดโรคและสภาวะเรื้อรัง ค่าการสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน การวิเคราะห์เชิงตัวเลขแสดงผลลัพธ์ของตัวแบบ พบว่าอัตราการเกิดเชื้อไข้หวัด N1H1 และอัตราการเสี่ยงกลับมาเป็นโรคไข้หวัดใหญ่อีกครั้งจะส่งผลต่อการระบาดของโรคไข้หวัดใหญ่ได้นำวิธีวิเคราะห์ในการหาจุดเสถียรภาพของจุดสมดุลในสภาวะไร้โรคและในสภาวะเรื้อรังในการพิจารณาของค่าพารามิเตอร์ของโรคดังกล่าวด้วย

จากการศึกษาและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทำให้ทราบถึงความสำคัญของการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสหลังจากการได้รับวัคซีน ซึ่งบทความวิจัยดังกล่าวนี้จะมีการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของ Sania Qureshi และคณะผู้วิจัย(5) และรัตติยา ชังชาติและพัณณิ พงศ์สัมพันธ์(6) โดยสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากการแบ่งกลุ่มประชากรออกเป็น 4 กลุ่มคือประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S) ประชากรที่ติดเชื้อแต่ยังไม่แพร่เชื้อประชากรติดเชื้อ (E) ประชากรที่ติดเชื้อ (I) และประชากรที่มีภูมิคุ้มกัน (R) ในบทความวิจัยนี้จะพิสูจน์ทฤษฎีบทของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ หาจุดสมดุลในสภาวะไร้โรคและในสภาวะระบาดเรื้อรังเพื่อหาค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐานด้วยวิธีรุ่นถัดไป (Next generation matrix) หลังจากนั้นหาความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับที่สภาวะไร้โรคและสภาวะเรื้อรังด้วยเงื่อนไขรูทเฮอริวิท (Routh – Hurwitz) และหาผลเชิงตัวเลขเพื่อสนับสนุนผลเชิงทฤษฎีด้วยรูปแบบของกราฟในการจำลองของแต่ละกรณี อีกทั้งข้อมูลที่ได้อีกหนึ่งตัวแบบดังกล่าวจะบ่งบอกแนวทางควบคุม ป้องกันโรคให้ลดลงหรือโรคสงบลง(6-7)

วัตถุประสงค์การวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสหลังจากได้รับวัคซีน เพื่อการวิเคราะห์พารามิเตอร์ของตัวแบบด้วยการคำนวณค่าพารามิเตอร์แต่ละตัวในค่าสืบพันธุ์พื้นฐานว่าพารามิเตอร์ใดมีผลต่อการลดการแพร่

ระบาดของโรคมามากที่สุดในกรณีนี้ และทำให้ทราบว่าในการระบาดของโรคต้องควบคุมพารามิเตอร์ใดที่มีผลต่อค่า ลดลง เพื่อเป็นแนวทางในการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคดังกล่าว

วิธีการวิจัย

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการวิจัย จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับโรคระบาดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือ SEIR (Susceptible - Exposed- Infectious - Recovered) ซึ่งแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือ กลุ่ม Susceptible (S) เป็นกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่ม Exposed (E) เป็นกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ยังไม่แพร่เชื้อ กลุ่ม Infectious (I) เป็นกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและกลุ่ม Recovered (R) เป็นกลุ่มประชากรที่มีภูมิคุ้มกัน โดยที่ N เป็นจำนวนประชากรทั้งหมด ทั้งนี้กลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่างนำข้อมูลมาจากสำนักกระบาดวิทยา กระทรวงสาธารณสุข(1) (Figure) 2

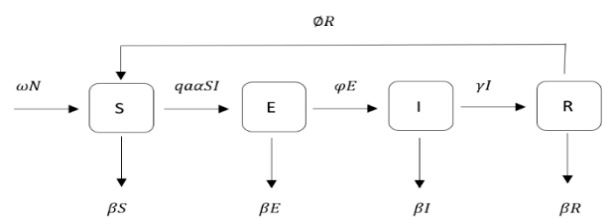


Figure 2 Diagram for mathematical modeling

จากภาพ (Figure) 2 จะได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญไม่เชิงเส้นต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \omega N + \phi R - qa\alpha SI - \beta S \\ \frac{dE}{dt} &= qa\alpha SI - \beta E - \phi E \\ \frac{dI}{dt} &= \phi E - \beta I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \beta R - \phi R\end{aligned}\quad (1)$$

เมื่อ ω เป็นอัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์, α เป็นอัตราการเกิดจากไวรัสวาริเซลลาซอสเตอร์ (Varicella Zoster Virus – VZV), α (Alpha) เป็นอัตราการสัมผัสเชื้อ, ϕ (Psi) เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อ γ (Lambda) เป็นอัตราการมีภูมิคุ้มกัน, β (Beta) เป็นอัตราการตายโดยธรรมชาติ, N เป็นจำนวนประชากรของมนุษย์และ ρ (Phi) เป็นอัตราการฟื้นไข้หลังจากภูมิคุ้มกันลดลงของการเกิดโรค q อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่โดยกำหนดให้จำนวนประชากรคงที่ซึ่งมีความสัมพันธ์ของตัวแปร คือ $N = S + E + I + R$

เมื่อกำหนดให้ $S = S/N, E = E/N$, และ สามารถจัดระบบสมการ (1) ใหม่ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{S}}{dt} &= \omega + \phi\bar{R} - \bar{S}(q\alpha\bar{I} + \beta) \\ \frac{d\bar{E}}{dt} &= q\alpha\bar{I}\bar{S} - \bar{E}(\beta + \phi) \\ \frac{d\bar{I}}{dt} &= \phi\bar{E} - \bar{I}(\beta + \gamma)\end{aligned}\quad (2)$$

และ $\bar{R}$ สามารถหาได้จากเงื่อนไข $\bar{S} + \bar{E} + \bar{I} + \bar{R} = 1$ จะได้ $\bar{R} = 1 - (\bar{S} + \bar{E} + \bar{I})$ จากนั้นตรวจสอบความเสถียรภาพของระบบสมการ (2) และกำหนดค่าพารามิเตอร์เพื่อดูแนวโน้มของจำนวนผู้ติดเชื้อและเพื่อควบคุมการป้องกันการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส

การหาขอบเขตของจุดสมดุล (Invariant Region)

ทฤษฎีบท 1 การหาขอบเขตของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากเงื่อนไขเริ่มต้นของระบบสมการ(1) จะได้ว่า $S > 0, E > 0, I > 0$ และ $R > 0$ ทำให้ได้ขอบเขตที่มีค่าคงที่ที่อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\Theta = \{S(t), E(t), I(t), R(t) \in R_+^4 : N \leq 1\}$$

บทพิสูจน์ โดยพิจารณาจากประชากรที่มีค่าคงที่ เมื่อ $N = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$ จากระบบสมการ (1)

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= \frac{dS(t)}{dt} + \frac{dE(t)}{dt} + \frac{dI(t)}{dt} + \frac{dR(t)}{dt} \\ &= (\omega N + \phi R - q\alpha SI - \beta S) + (q\alpha SI - \beta E - \phi E) + (\phi E - \beta I - \gamma I) + \\ &= \omega N - \beta S - \beta E - \beta I - \beta R \\ &= \omega - \beta(S + E + I + R) \\ \frac{dN}{dt} &\leq \omega - \beta N(t)\end{aligned}$$

พิจารณา

$$\frac{dN}{dt} + \beta N(t) \leq \omega \quad (3)$$

จากทฤษฎีการหาปริพันธ์ $P(x) = e^{\int p(x)dx}$ จะได้ตัวประกอบของการหาปริพันธ์ในการแก้สมการเชิงเส้น คือ

$$P(t) = e^{\int \omega dt} = e^{\omega t}$$

นำตัวประกอบการหาปริพันธ์ $P(t) = e^{\omega t}$ คูณตลอดทั้งสมการ (9)

$$\frac{dN}{dt} + \beta N(t) \leq \omega \quad \text{จะได้}$$

$$(e^{\omega t}) \frac{dN}{dt} + (e^{\omega t}) \beta N(t) \leq (e^{\omega t}) \omega$$

และเนื่องจากสมการฝั่งซ้ายมือจะเท่ากับ $\frac{d}{dt} [P(t)N(t)]$ จะได้ว่า

$$\frac{d}{dt} [P(t)N(t)] \leq (e^{\omega t}) \omega$$

ทำการแยกตัวประกอบสมการข้างต้นจะได้

$$d [P(t) N(t)] \leq (e^{\omega t}) \omega dt$$

ทำการหาปริพันธ์ทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\int d[P(t)N(t)] \leq \int (e^{\omega t}) \omega dt$$

โดยที่ เป็นค่าคงตัวใด ๆ จะได้ว่า

$$P(t)N(t) \leq e^{\omega t} + c$$

ดังนั้น

$$P(t)N(t) \leq e^{\omega t} + c \quad \text{หรือ} \quad N(t) \leq \frac{1}{e^{\omega t}} [e^{\omega t} + c]$$

เพราะฉะนั้น ผลเฉลยของสมการโดยทั่วไปของสมการเชิงเส้นในระบบสมการนี้คือ

$$N(t) \leq 1 + ce^{-\omega t}$$

เนื่องจาก $N(t) = N(0)$ ที่ $t = 0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}N(t) &\leq 1 + c_1 e^{-\omega t} \\ N(0) &\leq 1 + c_1 e^{-\omega t} \\ c &\leq N(0) - 1\end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ผลเฉลยของระบบสมการ (3) คือ

$$N(t) \leq 1 + (N(0) - 1)e^{-\omega t}$$

นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า $N(t) \rightarrow 1$ เมื่อ $t \rightarrow \infty, e^{-\omega t} \rightarrow 0$ ดังนั้นเซตของผลเฉลยที่มีความเป็นไปได้ทั้งหมดของระบบสมการ (1) จะอยู่ในขอบเขตดังนี้

$$\Theta = \{S(t), E(t), I(t), R(t) \in R_+^4 : N \leq 1\}$$

การหาจุดสมดุลของระบบสมการ

พิจารณาหาจุดสมดุลของสมการโดยให้ระบบสมการ (2) เท่ากับศูนย์จะได้จุดสมดุลสองจุด ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้ ทฤษฎีบท 2 จากระบบสมการ (2) จะได้จุดสมดุล 2 จุด คือ

1) จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (Disease Free Equilibrium

$$\text{Point}) E_0 = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = \left(\frac{\omega}{\beta}, 0, 0\right)$$

2) จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง (Endemic Equilibrium point)

$$E_1 = (\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*) = \left(\frac{(\beta+\gamma)(\beta+\phi)}{q\alpha\phi}, \right.$$

$$\left. \frac{(\beta+\gamma)(\beta+\phi)[- \beta(\beta+\gamma)(\beta+\phi) + q\phi\alpha\omega]}{q\alpha\phi\alpha[(\beta+\gamma)(\beta+\phi) + (\beta+\gamma+\phi)\phi]} \right.$$

$$\left. \frac{(\beta-\phi)(-\beta(\beta+\gamma)(\beta+\phi) + q\alpha\phi\omega)}{q\alpha\beta((\beta+\gamma)(\beta-\phi) + (\beta+\gamma+\phi)\phi)} \right)$$

บทพิสูจน์ หาจุดสมดุลของสมการ (2) ได้จาก

$$\omega N + \phi \bar{R} - q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} - \beta \bar{S} = 0 \quad (3)$$

$$q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} - \beta \bar{E} - \phi \bar{E} = 0 \quad (4)$$

$$\phi \bar{E} - \beta \bar{I} - \gamma \bar{I} = 0 \quad (5)$$

จากสมการ (3) จะได้

$$-q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} - \beta \bar{S} = -\omega \bar{N} - \phi \bar{R}$$

$$\bar{S} = \frac{\omega \bar{N} + \phi \bar{R}}{\alpha \bar{I} + \beta}$$

จากสมการ (4) จะได้

$$-\beta \bar{E} - \phi \bar{E} = -q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I}$$

$$\bar{E} = \frac{q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I}}{\beta + \phi}$$

จากสมการ (5) จะได้

$$\bar{I} \left(\frac{q\alpha\alpha \bar{S}}{\beta + \phi} - \beta - \gamma \right) = 0$$

นั่นคือ

$$\bar{I} = 0, \quad \frac{q\alpha\alpha \bar{S}}{\beta + \phi} - \beta - \gamma = 0$$

จากกรณีที่ 1 เมื่อ $\bar{I} = 0$ จะได้ $\bar{S} = \frac{\omega}{\beta}$ และ $\bar{I} = 0$

ดังนั้น จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค

$$E_0 = (\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*) = \left(\frac{\omega}{\beta}, 0, 0 \right)$$

กรณีที่ 2 :

จากสมการ (3) ;

$$\omega \bar{N} + \phi \bar{R} - q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} - \beta \bar{S} = 0$$

จะได้

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{\omega + \phi \bar{R}}{q\alpha\alpha \left(\frac{q\alpha\alpha \bar{S}}{\beta + \phi} - \beta - \gamma \right) + \beta - \phi} \\ &= \frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi)}{q\alpha\alpha\phi} \end{aligned}$$

จากสมการ (4);

$$q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} - \beta \bar{E} - \phi \bar{E} = 0$$

จะได้

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \frac{q\alpha\alpha \bar{S} \left(\frac{q\alpha\alpha \bar{S}}{\beta + \phi} - \beta - \gamma \right)}{\beta + \phi} \\ &= \frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi) [-\beta(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + q\alpha\alpha\omega]}{q\alpha\beta\phi\alpha [(\beta + \phi) + (\beta + \gamma + \phi)\phi]} \end{aligned}$$

ดังนั้น จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง

$$\begin{aligned} E_1 = (\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*) &= \left(\frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi)}{q\alpha\alpha\phi}, \right. \\ &\quad \left. \frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi) [-\beta(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + q\alpha\alpha\omega]}{q\alpha\beta\phi\alpha [(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + (\beta + \gamma + \phi)\phi]} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{(\beta - \phi)(-\beta(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + q\alpha\alpha\phi\omega)}{q\alpha\beta((\beta + \gamma)(\beta - \phi) + (\beta + \gamma + \phi)\phi)}$$

ค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน (Basic Reproduction Number: R_0)

ค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน (Basic Reproduction Number: R_0)

คือ ค่าที่บอกจำนวนคน 1 คน จะแพร่เชื้อต่อให้กับคนอื่น ๆ

เฉลี่ยกี่คน ถ้า $R_0 < 1$ แสดงว่า จำนวนผู้ป่วยติดเชื้อลดลง และ

โรคจะหมดไปในที่สุด แต่ถ้า $R_0 > 1$ แสดงว่า จำนวนผู้ป่วยจะ

เพิ่มขึ้นและเกิดการแพร่ระบาด มีวิธีการหาค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐาน

(Basic Reproduction Number: R_0) ด้วยวิธีรุ่นถัดไป (Next

Generation Method)⁽⁷⁾ ในการหาค่าสืบพันธุ์ขั้นพื้นฐานจาก

สมการ $R_0 = \rho(FV^{-1})$ โดยการจัดให้อยู่ในรูปสมการดังนี้⁽⁶⁻⁹⁾

$$\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$$

เมื่อ F คือเมทริกซ์ของกลุ่มประชากรผู้ป่วยที่ติดเชื้อใหม่

และ คือเมทริกซ์ของกลุ่มประชากรผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจาก

กลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง พบว่า

$$X = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}), F(X) = (0, q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I}, 0), V(X) = (-\omega \bar{N} - \phi \bar{R} + q\alpha\alpha \bar{S} \bar{I} + \beta \bar{S} \bar{E} + \phi \bar{E} - \beta \bar{I} + \gamma \bar{I})$$

หาจาโคเบียนเมทริกซ์ของ และ ตามลำดับ

$$F = [0 \ 0 \ 0 \ q\alpha\alpha \bar{I} \ 0 \ q\alpha\alpha \bar{S} \ 0 \ 0 \ 0] \text{ และ}$$

$$V = [q\alpha\alpha \bar{I} + \beta \ 0 \ q\alpha\alpha \bar{S} \ 0 \ \beta + \phi \ 0 \ 0 \ -\phi \ \beta + \gamma]$$

พิจารณาจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคที่จุด

$$E_0 = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = \left(\frac{\omega}{\beta}, 0, 0 \right) \text{ จะได้}$$

$$F_{E_0} = \left[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ q\alpha\alpha \left(\frac{\omega}{\beta} \right) \ 0 \ 0 \ 0 \right],$$

$$V_{E_0} = \left[\beta \ 0 \ q\alpha\alpha \left(\frac{\omega}{\beta} \right) \ 0 \ \beta + \phi \ 0 \ 0 \ -\phi \ \beta + \gamma \right] \text{ และ}$$

$$V_{E_0}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi)}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} & 0 & 0 & \frac{-\phi q\alpha\alpha \omega}{\beta^2(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} & \frac{(\beta - \phi)(\beta + \gamma)}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} \\ \frac{(\beta - \phi)(\beta + \gamma)}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} & \frac{\beta - \phi\phi}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} & \frac{-(\beta + \phi)\left(\frac{q\alpha\alpha\omega}{\beta}\right)}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} & 0 & \frac{(\beta - \phi)(\beta + \gamma)}{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)} \end{bmatrix}$$

ผลคูณของ $F_{E_0} V_{E_0}^{-1}$ จะได้

$$F_{E_0} V_{E_0}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Spectral Radius ของ $F_{E_0} V_{E_0}^{-1}$ เขียนแทนด้วย

$$\rho(F_{E_0} V_{E_0}^{-1}) = \frac{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)}{q\alpha\alpha\omega}$$

ดังนั้น Spectral Radius คือ $R_0 = \frac{\beta(\beta + \phi)(\beta + \gamma)}{q\alpha\alpha\omega}$

การวิเคราะห์ความเสถียรภาพ (Stability Analysis)

เมื่อนำจุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (E_0) และจุดสมดุลใน

สภาวะเรื้อรัง (E_1) มาวิเคราะห์ความเสถียรภาพ⁽¹⁰⁻¹²⁾ จะได้

ทฤษฎีบท ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3

1) ถ้า $R_0 < 1$ แล้ว จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (E_0) จะเป็นจุดเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Locally Asymptotic Stable Point)

2) ถ้า $R_0 > 1$ แล้ว จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง (E_1) จะเป็นจุดเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Locally Asymptotic Stable Point)

บทพิสูจน์ ,

จะได้เมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian Matrix) ของ คือ

$$f = \omega + \phi(\bar{S} + \bar{E} + \bar{I}) - S(qa\alpha\bar{I} - \beta), f = qa\alpha\bar{S} - \bar{E}(\beta - \phi), f = \phi\bar{E} - I(\beta - \gamma)$$

$$J(F) = \begin{bmatrix} \phi - qa\alpha\bar{I} - \beta & \phi & \phi - qa\alpha\bar{S} \\ qa\alpha\bar{I} & -\beta - \phi & qa\alpha\bar{S} \\ 0 & \phi & -\beta - \gamma \end{bmatrix}$$

กรณีที่ 1 จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค

$$(E_0) = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = (\frac{\omega}{\beta}, 0, 0)$$

$$J(F_{E_0}) = \begin{bmatrix} \phi - qa\alpha(0) - \beta & \phi & \phi - qa\alpha(\frac{\omega}{\beta}) \\ qa\alpha(0) & -\beta - \phi & qa\alpha(\frac{\omega}{\beta}) \\ 0 & \phi & -\beta - \gamma \end{bmatrix}$$

ค่าลักษณะเฉพาะของ $J(F_{E_0})$ จาก $\det(J(F_{E_0}) - \lambda I) = 0$ จะได้

$$\det(J(F_{E_0}) - \lambda I) = \begin{vmatrix} \phi - qa\alpha(0) - \beta - \lambda & \phi & \phi - qa\alpha(\frac{\omega}{\beta}) \\ qa\alpha(0) & -\beta - \phi - \lambda & qa\alpha(\frac{\omega}{\beta}) \\ 0 & \phi & -\beta - \gamma - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(\phi - \beta - \lambda)(\beta^2 + \beta\gamma + 2\beta\lambda + \gamma\lambda + \lambda^2 - qa\alpha\phi + \beta\phi + \gamma\phi + \phi\lambda) = 0$$

จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค $E_0 = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I})$ สมการลักษณะ

$$\text{เฉพาะ คือ } \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$$

$$\text{เมื่อ } a_1 = 3\beta + \gamma - \phi + \phi, a_2 = 3\beta^2 + 2\beta\gamma - \gamma\phi - aqa\phi + 2\beta\phi + \gamma\phi - \phi\phi, a_3 = (\beta - \phi)[-aqa\phi + (\beta + \gamma)(\beta + \phi)]$$

ถ้า $R_0 < 1$ แล้วค่าลักษณะเฉพาะของ $J(F_{E_0})$ ทั้งหมด จะมีค่าน้อยกว่า 1

ดังนั้นจุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (E_0) จะเป็นจุดเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Locally Asymptotic Stable Point)

เมื่อ $R_0 < 1$ จะได้ว่าจุดสมดุลในสภาวะไร้โรคจะพิจารณาค่า $a_1 > 0, a_3 > 0$ และ $a_1a_2 - a_3 > 0$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hurwitz⁽⁹⁻¹²⁾ แสดงดังภาพ (Figure) 3

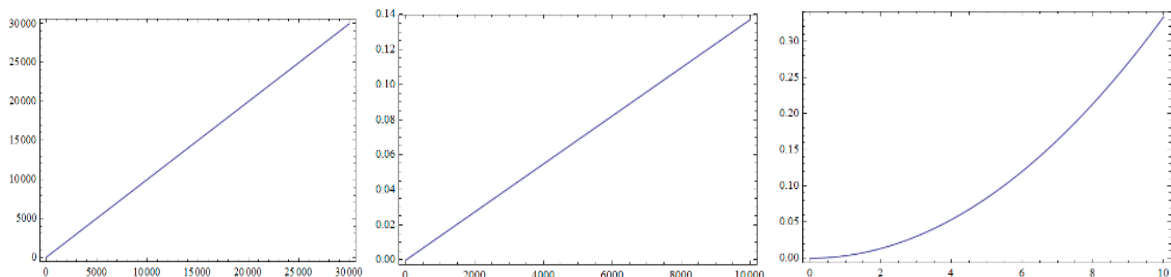


Figure 3 The parameters for the equilibrium point in a disease-free state that correspond to the conditions Routh –Hurwitz⁽⁹⁻¹²⁾

กรณีที่ 2 จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง

$$E_1 = (\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*) = \left(\frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi)}{qa\alpha\phi}, \frac{(\beta + \gamma)(\beta + \phi)[- \beta(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + qa\alpha\omega]}{qa\beta\phi\alpha[(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + (\beta + \gamma + \phi)\phi]}, \frac{(\beta - \phi)(- \beta(\beta + \gamma)(\beta + \phi) + qa\alpha\phi\omega)}{qa\alpha\beta((\beta + \gamma)(\beta - \phi) + (\beta + \gamma + \phi)\phi)} \right)$$

$$J(F_{E_1}) = \begin{bmatrix} -\phi - qa\alpha\bar{I}^* - \beta & -\phi & -\phi - qa\alpha\bar{S}^* \\ qa\alpha\bar{I}^* & -\beta - \phi & qa\alpha\bar{S}^* \\ 0 & \phi & -\beta - \gamma \end{bmatrix}$$

ค่าลักษณะเฉพาะของ $J(F_{E_1})$ จาก $\det(J(F_{E_1}) - \lambda I) = 0$ จะได้

$$\det(J(F_{E_1}) - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\phi - qa\alpha\bar{I}^* - \beta - \lambda & -\phi & -\phi - qa\alpha\bar{S}^* \\ qa\alpha\bar{I}^* & -\beta - \phi - \lambda & qa\alpha\bar{S}^* \\ 0 & \phi & -\beta - \gamma - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(\beta - \gamma - \lambda)[- \bar{I}^* qa\alpha\phi(- \bar{I}^* qa\alpha - \beta - \lambda + \phi) - (- \bar{S}^* qa\alpha\beta - \bar{S}^* qa\alpha\lambda - \bar{I}^* qa\alpha\phi - \bar{S}^* qa\alpha\phi)] = 0$$

จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง $E_0 = (S, E, I)$ สมการลักษณะเฉพาะ คือ $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$

$$\begin{aligned}
a_1 &= \{ 2\beta^3 + \emptyset \varphi [q\alpha\alpha - \emptyset - \varphi] + \gamma^2 [\emptyset + \varphi] + \beta^2 [3\gamma + \emptyset + 3\varphi] + \gamma [-\emptyset^2 + \varphi^2] + \\
&\quad \beta [\gamma^2 - \emptyset^2 + 2\emptyset\varphi + \varphi^2 + 2\gamma (\emptyset + 2\varphi)] + q\alpha\varphi\alpha\omega \} / [(\beta + \gamma) (\beta + \emptyset) + (\beta + \gamma + \emptyset)\varphi], \\
a_2 &= \left\{ \frac{1}{[(\beta + \gamma) (\beta + \emptyset) + (\beta + \gamma + \emptyset)\varphi]} \right\} \{ 2\beta^4 + 2\beta^3 [4\gamma + \emptyset + 4\varphi] - \gamma^2 [\emptyset^2 + \varphi^2] + \\
&\quad \beta^2 [2\gamma^2 - \emptyset^2 + 2\emptyset\varphi + 2\varphi^2 + 2\gamma (\emptyset + 4\varphi) + \gamma\varphi (-\emptyset^2 + q\alpha\alpha(\emptyset + \omega)) + \\
&\quad \varphi (-\emptyset^2\varphi - q\alpha\alpha(\emptyset - \varphi) (\emptyset + \omega)) + \beta (\emptyset\varphi (-2\emptyset + \varphi) + \gamma^2 (\emptyset + 4\varphi) + \\
&\quad \gamma^2 (-2\emptyset^2 + \emptyset\varphi + 4\varphi^2) + 2q\alpha\alpha\varphi (\emptyset + \omega)) \}, \\
a_3 &= \left\{ \frac{1}{[(\beta + \gamma) (\beta + \emptyset) + (\beta + \gamma + \emptyset)\varphi]} \right\} \{ \beta^2 + 2\beta^4[\gamma + \varphi] - \gamma\varphi\emptyset [\gamma\emptyset + 3(\gamma + \emptyset)\varphi] + \\
&\quad \beta^3 [\gamma^2 - \emptyset^2 + 4\gamma\varphi - 2\emptyset\varphi + \varphi^2] + q\alpha\alpha\varphi [-\gamma\emptyset + (\gamma + \emptyset)\varphi] [\emptyset + \omega] + \\
&\quad \beta^2 [2\gamma^2\varphi + \gamma(-2\emptyset^2 - 5\emptyset\varphi + 2\varphi^2) + \varphi (-2\emptyset(-2\emptyset + \varphi) + q\alpha\alpha(\emptyset + \omega))] + \\
&\quad \beta [\gamma^2(-\emptyset^2 - 3\emptyset\varphi + \varphi^2) + \gamma\varphi(-5\emptyset(\emptyset + \varphi) + q\alpha\alpha(\emptyset + \omega)) + \varphi (-3\emptyset^2\varphi - \\
&\quad q\alpha\alpha(\emptyset + \varphi)(\emptyset + \omega))] \},
\end{aligned}$$

ถ้า $R_0 < 1$ แล้วค่าลักษณะเฉพาะของ $J(F_{E_0})$ ทั้งหมดจะมีค่ามากกว่า 1

ดังนั้นจุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง จะเป็นจุดเสถียรภาพ กับเงื่อนไข Routh-Hurwitz⁽⁹⁻¹²⁾ แสดงดังภาพ (Figure) 4 เฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ (Locally Asymptotic Stable Point) เมื่อจะได้ว่าจุดสมดุลในสภาวะเรื้อรังจะพิจารณาค่า และ ซึ่งสอดคล้อง

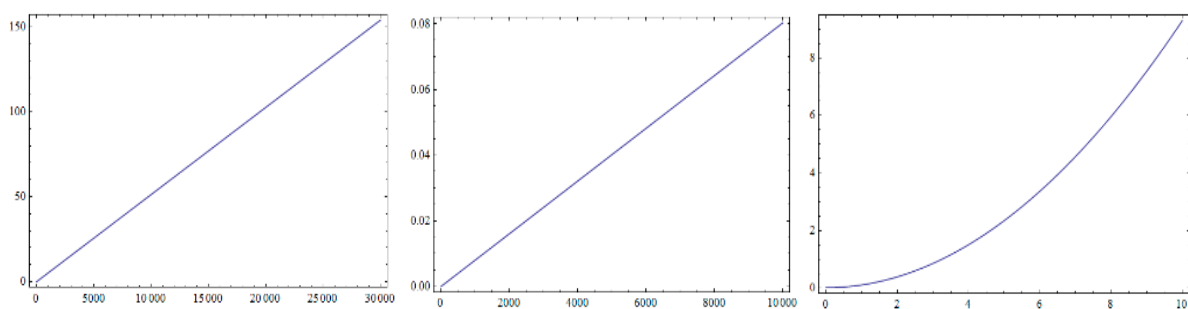


Figure 4 The parameters for the equilibrium point in a endemic state that correspond to the conditions Routh-Hurwitz⁽⁹⁻¹²⁾

ผลการวิเคราะห์สำหรับงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่ได้จากการศึกษาและสำรวจข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสตามตาราง (Table) 1⁽²⁻³⁾

Table 1 The value parameters related to the spread of chickenpox

Biological Meaning	Parameters	Value Parameters
Total Population	N	100 – 70,000
Birth Rate of Population	ω	$1/(365 * 77.5)^*$
Infection Rate	α	0.001 – 0.5*
Incubation Rate	φ	$1/15^*$
Death Rate	β	$1/(365 * 77.5)^*$
Immunity Rate	γ	0.000071*

Table 1 The value parameters related to the spread of chickenpox (continue)

Biological Meaning	Parameters	Value Parameters
Influenza Vaccination Rate	q	0.001 – 0.1*
Varicella Salter Virus Incidence Rate	a	0.001 – 0.7*
Recovery Rate After Immunity Decreases in the Occurrence of the Disease	$\emptyset$	0.001 – 0.9*

Note: Units per day

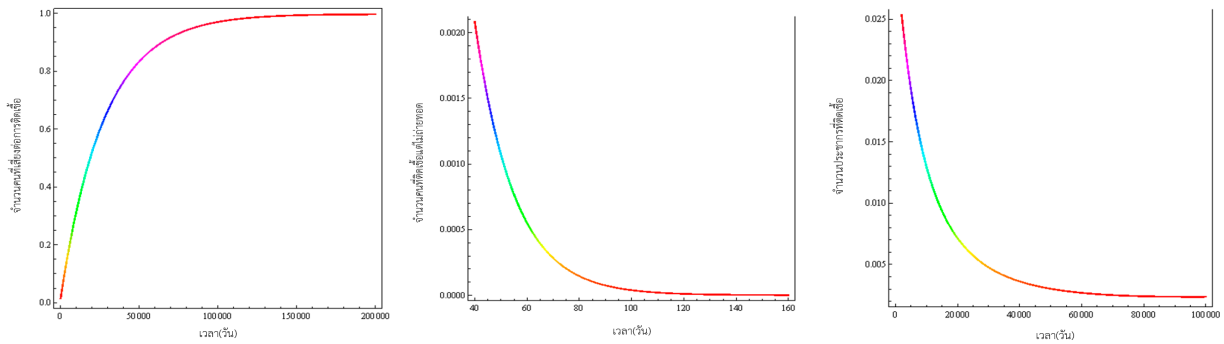


Figure 5 The graph showing the proportion of susceptible population to the disease, exposed population to the disease and infectious population to the disease in the disease-free state from (Figure) 5. We can see that the solutions equation approach to the disease free equilibrium state $E_0 = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = \left(\frac{\omega}{\beta}, 0, 0\right)$ when $R_0 = 0.965$.

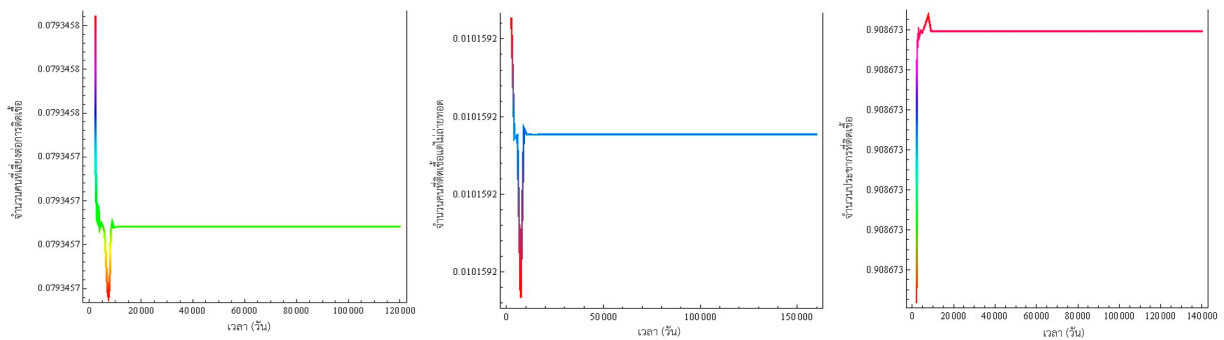


Figure 6 The graph showing the proportion of susceptible population to the disease, exposed population to the disease and infectious population to the disease in the endemic state from (Figure) 6. We can see that the solutions equation approach to the endemic equilibrium state $E_1 = (S^*, E^*, I^*) = (0.793457, 0.00227915, 0.0203855)$ when $R_0 = 1.6031$ ($\alpha = 0.29$, $q = 0.069$ and $a = 0.4697$)

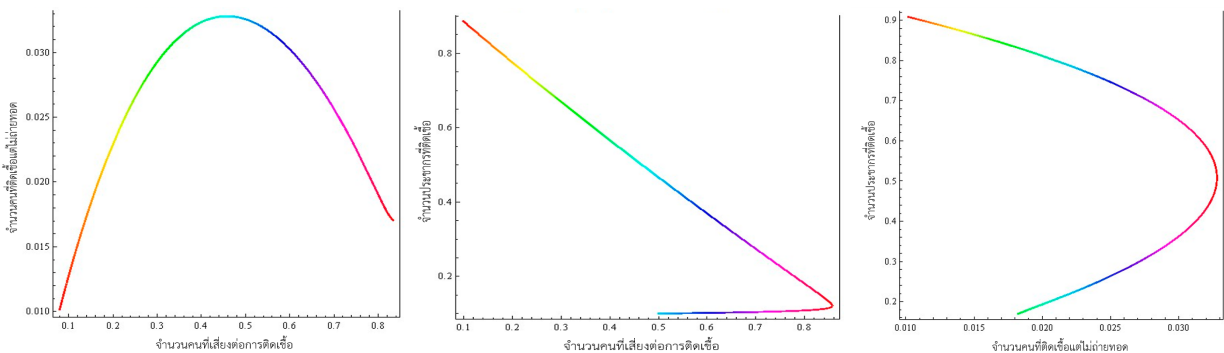


Figure 7 The graph showing the proportion of susceptible population to the disease, exposed population to the disease and infectious population to the disease in the endemic state from (Figure) 7. The solutions equation approach to the endemic equilibrium state onto (S, E) , (S, I) and (E, I) .

อภิปรายผล

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำงานวิจัยของ Ayoola Tawakalt A. และคณะผู้วิจัย⁽⁴⁾, Qureshi S. และคณะผู้วิจัย⁽⁵⁾ และรัตติยา ชิงขาสลธิ์ และพนันธิ พงศ์สัมพันธ์⁽⁶⁾ เป็นต้น จนพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นมากำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่ระบาด

ของโรคอีสุกอีใสภายหลังจากการได้รับวัคซีนใช้หัดใหญ่ด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือ SEIR (Susceptible- Exposed- Infectious - Recovered) ซึ่งประกอบด้วยประชากร 4 กลุ่ม คือ ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S) ประชากรที่ติดเชื้อแต่ยังไม่แพร่เชื้อ (E) ประชากรที่ติดเชื้อ (I) และประชากรที่มีภูมิคุ้มกัน (R) โดยกำหนดให้ประชากรมีขนาดคงที่

จากการศึกษาของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้พิจารณาจุดสมดุลในสภาวะไร้โรค (E_0) และจุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง (E_1) และหาค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = \frac{\beta(\beta+\varphi)(\beta+\gamma)}{q\varphi\alpha\omega}$ พบว่าที่จุดสมดุลในสภาวะไร้โรคผลเฉลยเชิงตัวเลขจะเข้าสู่จุดสมดุล $E_0 = (\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}) = (\frac{\omega}{\beta}, 0, 0)$ เมื่อ $R_0 = 0.965$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hurwitz เมื่อ $R_0 < 1$ แล้วทำให้จุดสมดุลในสภาวะไร้โรคเกิดความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ และจุดสมดุลในสภาวะเรื้อรังผลเฉลยเชิงตัวเลขจะเข้าสู่จุดสมดุล $E_1 = (S^*, E^*, I^*) = (0.793457, 0.00227915, 0.203855)$ เมื่อ $R_0 = 1.26031$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hurwitz เมื่อ $R_0 > 1$ แล้วทำให้จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรังเกิดความเสถียรภาพเฉพาะที่เชิงเส้นกำกับ

จากผลการศึกษาพบว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน R_0 เพิ่มขึ้นจะทำให้การเข้าสู่ของกราฟเร็วขึ้นด้วยการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ α (อัตราการเกิดจากไวรัสวาริเซลลาซอสเตอร์) α (อัตราการสัมผัสเชื้อ) ϕ (อัตราการฟื้นฟูหลังจากภูมิคุ้มกันลดลงของการเกิดได้) และ q (อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคไข้หวัดใหญ่) จะทำให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) อยู่ในสภาวะไร้โรคเมื่อ $R_0 < 1$ และอยู่ในสภาวะเรื้อรังเมื่อ $R_0 > 1$ และตัวแบบดังกล่าวจะเกิดจุดสมดุลที่มีความเสถียรภาพในสภาวะไร้โรคและในสภาวะเรื้อรังและยังมีผลต่อสัดส่วนของประชากรในแต่ละกลุ่มด้วย จะเห็นได้ว่าพารามิเตอร์ดังกล่าวจะสามารถพยากรณ์จำนวนประชากรที่ติดเชื้อและแพร่ระบาดของเชื้อได้ในอนาคต ซึ่งจะเป็ประโยชน์ในการเฝ้าระวังของการแพร่ระบาดของโรคและโอกาสของการแพร่ระบาดของโรคดังกล่าวในอนาคตข้างหน้าด้วย จากผลการวิเคราะห์พารามิเตอร์ดังกล่าวสามารถนำผลการวิเคราะห์นี้ไปสู่การวางแผนและเตรียมการป้องกันและควบคุมโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยที่ติดเชื้อโรคอีสุกอีใสและโรคอื่นๆ ในอนาคตได้อีกด้วย

สรุปผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ด้วยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นคือ ตัวแบบ SEIR มีผลการวิเคราะห์ผลเฉลยเชิงตัวเลข เกิดขึ้นสองจุดคือจุดสมดุลในสภาวะไร้โรคตามค่าพารามิเตอร์ในตาราง (Table)1 ได้ผลตามภาพ (Figure) 5 และจุดสมดุลในสภาวะเรื้อรังตามค่าพารามิเตอร์ในตาราง (Table)1 ตามภาพ (Figure) 6 และตามภาพ (Figure) 7 และทำให้ทราบว่ามีปัจจัยบางปัจจัยที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงต่อการระบาดของโรค ด้วยสถานการณ์ปัจจุบันการแพร่ระบาดของโรคอื่นๆ ด้วย จึงต้องสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ประเภทอื่นๆ ที่มีความละเอียดมากขึ้นหรือนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้กับการระบาดของโรคอื่นๆ ได้ จากการศึกษาแล้วพัฒนาตัวแบบดังกล่าวประชากรต้องได้รับการฉีดวัคซีนเพื่อป้องกันการแพร่ระบาดของโรคและจะเป็นแนวทางในการควบคุมในการป้องกัน

โรคสำหรับผู้สัมผัสของเชื้อดังกล่าว

เอกสารอ้างอิง

1. Bureau of Epidemiology. Epidemiological Surveillance Report, National Trustworthy and Competent Authority in Epidemiological Surveillance and Investigation. [Internet]. 2023. [Cited in 5 March, 2023] Available from: <https://appsdoe.moph.go.th/boeeng/annual.php>
2. Tansuity O, Pongsumpun P. Chickenpox Transmission Model in Thailand. Journal of Science Ladkrabang 2013; 22(1): 1-14. (In Thai)
3. Ayoola TA, Popoola AO, Olayiwola MO, Alaje A. Mathematical modeling of chickenpox transmission using the Laplace Adomian Decomposition Method. Results in Control and Optimization 2024; 15(105):1-16.
4. Qureshi S, Yusuf A. Modeling chickenpox disease with fractional derivatives:From caputo to atangana-baleanu. Chaos Solutions & Fractals 2019; 122(2019): 111-118.
5. Sungchasi R, Pongsumpun P. Mathematical Model of Influenza with Its Incubation. Journal of Science Ladkrabang 2018; 27(2): 15-31. (in Thai)
6. Navarasuchitr I, Panpuang N, Sriwongsan W. Mathematical Model for COVID-19 in Thailand. Science and Technology Nakhon Sawan Rajabhat University Journal 2022; 14(19): 26-37. (in Thai)
7. Van den Driessche P, Watmough J. Reproduction Numbers and Sub-Threshold Endemic Equilibrium for Compartmental Models of Disease Transmission. Mathematical Biosciences 2002; 180(1-2): 29-48.
8. Sungchasi R, Tang I, Pongsumpun P. Mathematical Modeling: Global Stability Analysis of Super Spreading Transmission of Respiratory Syncytial Virus (RSV) Disease. Computation 2022; 10(7): 120.
9. Esteva L, Vargas C. Analysis of a dengue disease Transmission model. Mathematical Biosciences 1998; 150(2): 131-151.
10. Leah E.K.. Mathematical Models in Biology. New York 1998; Random House.
11. Schuette MC. A qualitative analysis of a model for the transmission of varicella-zoster virus. Mathematical Biosciences 2003; 182(2): 113-126.