

การให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น  
ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด  
The Secondary Students' Geometrical Reasoning in Teaching through  
Problem-Solving Approach by Open Approach

ณัฏฐิญา จันทรา\*

Nattiya Jantra

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย\*\*

Sudatip Hancherngchai

#### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ คือ กรณีศึกษา กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 33 คน ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาแห่งหนึ่งในจังหวัดภูเก็ต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต จำนวน 6 แผน กล้องวิดีโอ กล้องภาพนิ่ง และเครื่องบันทึกเสียง เก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 ด้วยการบันทึกวิดีโอ ภาพนิ่งและเสียง ข้อมูลวิจัย ได้แก่ ข้อความในรูปโปรโตคอลและผลงานของนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์โปรโตคอล การวิเคราะห์เนื้อหา และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ผลการวิจัยพบว่า การสอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิดนักเรียนมีการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ดังนี้ 1) กระบวนการนิยาม นักเรียนจินตนาการรูปร่างและสังเกตสิ่งรอบตัวเพื่ออธิบายแนวคิดทางเรขาคณิตของตนเอง 2) กระบวนการสร้าง นักเรียนใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตมาใช้ในการแก้ปัญหา และ 3) กระบวนการให้เหตุผล นักเรียนอธิบายและพิสูจน์แนวคิดของตนเองอย่างสมเหตุสมผล

**คำสำคัญ :** การให้เหตุผลทางเรขาคณิต/ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหา/ วิธีการแบบเปิด

---

\*นักศึกษานิเทศศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Bachelor of Education Student Program in Education Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University, Thailand

\*\*อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Advisor, Lecturer Dr., Department of Education Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University, Thailand

Corresponding Author E-mail Address: sudatip\_h@pkr.ac.th

## Abstract

The objective of this research was to analyze the seventh-grade students' geometrical reasoning in classroom teaching through the Open Approach. The qualitative methodology was a case study. The target group was thirty-three seventh-grade students of the secondary school in Phuket province. Research tools were lesson plans, video, camera, and IC recorder. Data was gathered during the second semester of the 2024 academic school year by voice, video, and photo recordings. Data includes protocol and students' worksheets. Protocol, content, and descriptive analysis were used to examine the data following geometrical.

The result revealed that teaching through a problem-solving approach through an Open Approach, students' geometrical reasoning including 1) visualization processes, students imaging the figure and observing something around them to describe their geometrical thinking 2) construction processes, the student using the geometrical tools solved the problems, and 3) reasoning processes, students described and proof their reasonable idea.

**Keywords** : Geometrical Reasoning/ Teaching Through Problem-Solving Approach/ Open Approach

## บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญแต่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554) ดังจะเห็นได้จากโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ผลการประเมินของประเทศไทยพบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 394 คะแนน ซึ่งเมื่อเทียบกับ PISA 2018 พบว่า คะแนนเฉลี่ย

ของประเทศไทยด้านคณิตศาสตร์ลดลง โดยด้านคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยลดลง 25 คะแนน ทั้งนี้ ผลการประเมินของประเทศไทยตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2022 พบว่า คะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566)

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญ ด้วยธรรมชาติของเรขาคณิตเป็นสาระที่ช่วยให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีวิจารณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ ตลอดจนมีเหตุผล และยังเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะเห็นได้จากรูปทรง รูปร่างของวัตถุต่าง ๆ ที่มีอยู่ทั่วไปในชีวิตประจำวัน (NTCM, 2000 อ้างถึงใน นัฐพร คุ่มวง, 2562) ซึ่งการให้เหตุผลทางเรขาคณิตจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดและการให้เหตุผล ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และเน้นให้เหตุผลจากการเรียนเนื้อหาเรขาคณิต จึงมีความสอดคล้องกัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียน โดยควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยใช้การคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545 อ้างถึงใน พิชชากร วัชรสถียร, 2563) อ้างถึงใน เจนสมุทร แสงพันธ์ และอัญชลี ตนานนท์, 2563 เสนอว่าการให้เหตุผลทางเรขาคณิตเกี่ยวข้องกับกระบวนการเชิงการเรียนรู้ 3 ประเภท คือ กระบวนการนิรนัย เป็นกระบวนการที่นักเรียนระบุหรือบอกถึงลักษณะรูปร่างในสองหรือสามมิติ กระบวนการสร้าง กระบวนการนี้เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต และกระบวนการให้เหตุผล เป็นกระบวนการสำหรับการขยายความรู้โดยการอธิบายและการพิสูจน์ อ้างถึงใน วิภู พรหมรักษ์, 2562 เสนอว่า นักเรียนมัธยมศึกษาด้วยความรู้และทักษะต่าง ๆ สิ่งสำคัญที่ครูต้องเตรียมคือ ทำอย่างไรที่จะให้นักเรียนเข้ามามีส่วนร่วมในการคิดและให้เหตุผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนสามารถดำเนินการกับจำนวนหรือแก้ปัญหาได้สำเร็จ นักเรียนต้องสามารถอธิบาย (Explain) หรือแสดงเหตุผล (Justify) ในการกระทำของตนเอง โดยวิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา (Problem solving approach) เป็นวิธีการสอนเนื้อหาและกระบวนการเรียนรู้ วิธีเรียน อย่างเช่น ความคิดรวบยอดและทักษะทางคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างเช่น การคิด แนวคิด และค่านิยม นั้นหมายความว่า เป็นวิธีการที่ใช้เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยพัฒนานักเรียนให้เรียนรู้ด้วยตัวพวกเขาเอง (Isoda, 2012 อ้างถึงใน สุชาติพิทย ชาญชัย และเตือนใจ ศักดิ์สองเมือง, 2564)

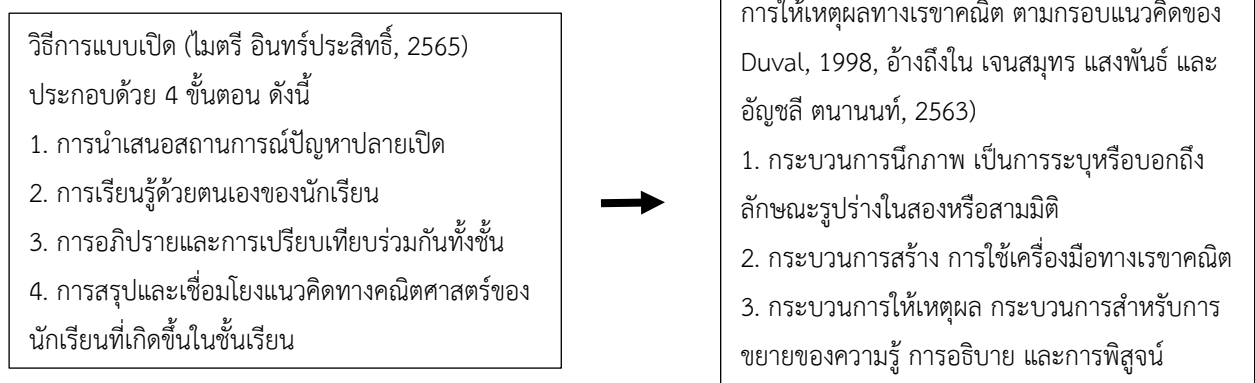
วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาแนวทางหนึ่งที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พบกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย เกิดกระบวนการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ทำความเข้าใจกับปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ จากการแก้ปัญหาที่หลากหลาย คำตอบที่ได้อาจไม่ใช่คำตอบเดียว เพราะวิธีการแบบเปิดเป็นการสอนที่ครูไม่ได้จำกัดวิธีการคิดของผู้เรียน แต่ครูจะทำความเข้าใจกับแนวคิดหรือเหตุผลในการได้มาของคำตอบ เป็นวิธีการสอนที่นักเรียนต้องหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตัวผู้เรียนเอง ได้มีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม ทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการสร้างความรู้ที่อาศัยการมีส่วนร่วม และสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง (วรรณนิภา สารสุวรรณ, 2563) จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด โดยผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย สามารถให้เหตุผลตามความคิดของตนเอง

และมีโอกาสในการนำเสนอแนวคิดของตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าและเห็นความสำคัญของเรขาคณิต และสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางเรขาคณิต อีกทั้งสามารถนำเรขาคณิตไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้ และผู้วิจัยหวังว่าผลการศึกษาในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด

### กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ คือ กรณีศึกษา โดยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

**กลุ่มเป้าหมาย** ผู้วิจัยเลือกกลุ่มเป้าหมายอย่างเฉพาะเจาะจง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/3 โรงเรียนเชิงทะเลวิทยาคม “จุติ-ก้อง อนุสรณ์” ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 33 คน

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 6 แผน ผู้วิจัยและผู้เชี่ยวชาญร่วมกันศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จากนั้นร่วมกันคัดเลือกกิจกรรมจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาของสำนักพิมพ์ Gakko Tosho ประเทศญี่ปุ่นฉบับแปล และกิจกรรมจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาของสำนักพิมพ์ Tokyo Shoseki ประเทศญี่ปุ่น ในการออกแบบสถานการณ์ปัญหาเพื่อการสอนใบกิจกรรม และวางลำดับขั้นการสอน

2. เครื่องบันทึกวิดีโอทัศน์ ใช้บันทึกภาพและเสียงของนักเรียนและครูผู้สอนในระหว่างที่จัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการบันทึกวิดีโอทัศน์มาถอดคำพูดเป็นข้อความในรูปของโพโตคอลสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

3. เครื่องบันทึกภาพนิ่ง ใช้บันทึกภาพ บรรยากาศการเรียนการสอน ผลงานการทำกิจกรรมของนักเรียน ทั้งในส่วนที่เป็นผลงานการให้เหตุผลทางเรขาคณิตบนกระดาน และผลงานการทำกิจกรรมคู่

4. เครื่องบันทึกเสียง ใช้บันทึกเสียงของนักเรียนและครูผู้สอนในระหว่างที่จัดการเรียนการสอน นำข้อมูล มาประกอบกับข้อมูลจากเครื่องบันทึกวีดิทัศน์เพื่อยืนยันความถูกต้องของข้อมูลที่ได้

**การเก็บรวบรวมข้อมูล** ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการแบบเปิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 6 แผน ระหว่างการจัดการเรียนการสอนแต่ละแผน ผู้วิจัยได้เก็บ รวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรม การบันทึกวีดิทัศน์ การบันทึกเสียง และการบันทึกภาพนิ่ง จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไป ทำการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

**การวิเคราะห์ข้อมูล** ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้แก่ ผลงานนักเรียน ข้อมูลใน รูปโปรโตคอลที่ได้จากการถอดความจากเครื่องบันทึกวีดิทัศน์ เครื่องบันทึกเสียง และภาพนิ่ง โดยผู้วิจัยเลือกใช้การ วิเคราะห์โปรโตคอล การวิเคราะห์เนื้อหา และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีการให้เหตุผล ทางเรขาคณิต

## ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผู้วิจัยได้นำเสนอตัวอย่างของการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวน 3 แผน มีรายละเอียดดังนี้

**1. ผลการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ กิจกรรม เรื่อง การใช้เครื่องมือเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉากและ เส้นขนาน** กิจกรรมนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ให้นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉาก และเส้นขนาน โดยช่วงที่ 1 ครูเริ่มต้นถามคำถามกระตุ้น “ในชีวิตประจำวันนักเรียนสามารถเจอเส้นตั้งฉากกับเส้นขนานได้ ตรงไหน” ครูนำเสนอคำสั่งที่ 1 “เลือกใช้เครื่องมือสร้างเส้นตั้งฉาก และเขียนขั้นตอนการสร้าง” แจกใบกิจกรรม และอภิปรายร่วมกัน ในช่วงที่ 2 ครูนำเสนอคำสั่งที่ 2 “เลือกใช้เครื่องมือสร้างเส้นขนาน และเขียนขั้นตอน การสร้าง” แจกใบกิจกรรม ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูสังเกตแนวคิด หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมา นำเสนอแนวคิดของตนเอง อภิปรายแนวคิดเหล่านั้นร่วมกัน และสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้

จากการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนมีการเลือกใช้เครื่องมือสร้างเส้นตั้งฉาก และเส้นขนาน พร้อมเขียนขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

**1.1 กระบวนการนิยามภาพ** ในกระบวนการนี้ นักเรียนจินตนาการรูปร่าง สังเกตหาเส้นตั้งฉากและเส้น ขนาน ดังโปรโตคอล Item 1-15

|        |    |   |                                                                                   |
|--------|----|---|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Item 1 | T  | : | มีคำถามมาถาม ในชีวิตประจำวันนักเรียนสามารถเจอเส้นตั้งฉากกับเส้นขนานได้ ตรงไหนบ้าง |
| Item 2 | Sa | : | (มองไปรอบ ๆ ห้อง )                                                                |
| Item 3 | S1 | : | <u>โต๊ะ</u>                                                                       |
| Item 4 | S2 | : | <u>ป้ายบอกทาง</u>                                                                 |
| Item 5 | S3 | : | <u>มุมห้อง</u>                                                                    |

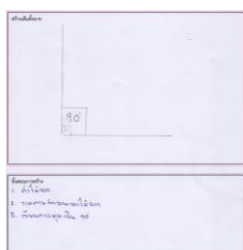
|         |    |   |                                                              |  |
|---------|----|---|--------------------------------------------------------------|--|
| Item 6  | T  | : | โต๊ะ ป้ายบอกทาง มุมห้อง คนอื่น                               |  |
| Item 7  | S4 | : | <u>ทีวี</u>                                                  |  |
| Item 8  | S3 | : | <u>กระดาน</u>                                                |  |
| Item 9  | T  | : | อ่า จ้าครูถามต่อ โต๊ะเป็นเส้นตั้งฉากหรือขนาน                 |  |
| Item 10 | Sa | : | <u>ขนาน</u>                                                  |  |
| Item 11 | T  | : | ขนาน ตรงไหนขนาน                                              |  |
| Item 12 | S3 | : | ตรงมุมครับ                                                   |  |
| Item 13 | T  | : | ตรงไหนนะชี้ให้ครูดูหน่อย                                     |  |
| Item 14 | S5 | : | <u>ตรงนี้ครับ ขอบโต๊ะครับ (เอามือลากไปตามด้านยาวของโต๊ะ)</u> |  |
| Item 15 | S3 | : | ตรงขอบโต๊ะครับ (เอามือลูบไปตามด้านยาวของโต๊ะ)                |  |



ภาพที่ 2 การแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับเส้นตั้งฉากและเส้นขนานในชีวิตประจำวัน

จากโปรโตคอล Item 1-15 และภาพที่ 2 พบว่า นักเรียนมีการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ในกระบวนการนิกภาพ โดยคำถาม “ในชีวิตประจำวันนักเรียนสามารถเจอเส้นตั้งฉากกับเส้นขนานได้ตรงไหนบ้าง” นักเรียนมีการสำรวจสิ่งรอบตัวและบอกได้ว่าสามารถเจอเส้นตั้งฉากและเส้นขนาน ดัง Item 3, 4, 5, 7, 8 “โต๊ะ, ป้ายบอกทาง, มุมห้อง, ทีวี, กระดาน” และจากคำถาม “อ่า จ้าครูถามต่อ โต๊ะเป็นเส้นตั้งฉากหรือขนาน” นักเรียนร่วมกันตอบ ดัง Item 10 “ขนาน” ซึ่งในคำพูดและพฤติกรรมของ Item 14 ที่บอกว่า “ตรงนี้ครับ ขอบโต๊ะครับ (เอามือลากไปตามด้านยาวของโต๊ะ)” เป็นการอธิบายลักษณะเส้นขนานที่ตนเองคิดไว้ในใจ แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการนิกภาพ

**1.2 กระบวนการสร้าง** ในกระบวนการนี้ นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉากที่ต้องการ ดังใบกิจกรรม

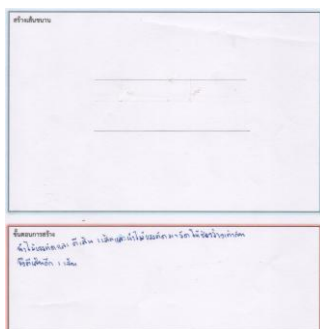


#### ขั้นตอนการสร้าง

1. ตั้งไม้ฉาก
2. วาดตามลักษณะของไม้ฉาก
3. เขียนตรงมุมเป็น 90°

ภาพที่ 3 ใบกิจกรรม เรื่อง การใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉาก

จากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนเลือกเครื่องมือทางเรขาคณิต คือ ไม้ฉาก โดย “ตั้งไม้ฉาก” และ “วาดตามลักษณะของไม้ฉาก” ลงบนกระดาษ เกิดเส้นตรง 2 เส้น ทำมุมกัน  $90^{\circ}$  จึง “เขียนตรงมุมเป็น  $90^{\circ}$ ” จะได้เส้นตั้งฉากตามที่โจทย์ต้องการ เป็นการเชื่อมสมบัติของเส้นตั้งฉากกับคุณสมบัติของไม้ฉากมาใช้ในการสร้าง แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการสร้างนอกจากนี้นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต สร้างเส้นขนานที่ต้องการ ดังใบกิจกรรม



#### ขั้นตอนการสร้าง

นำไม้บรรทัดและตีเส้น 1 เส้น และนำไม้บรรทัดมาวัดให้ช่องว่างเท่ากัน จึงตีเส้นอีก 1 เส้น

#### ภาพที่ 4 ใบกิจกรรม เรื่อง การใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตสร้างเส้นขนาน

จากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนเลือกเครื่องมือทางเรขาคณิต คือ ไม้บรรทัด โดย “นำไม้บรรทัดและตีเส้น 1 เส้น และนำไม้บรรทัดมาวัดให้ช่องว่างเท่ากัน จึงตีเส้นอีก 1 เส้น” นักเรียนมีการเชื่อมสมบัติของเส้นขนานกับเครื่องมือทางเรขาคณิต คือ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง 2 เส้นต้องเท่ากัน โดยใช้ไม้บรรทัดมาช่วยในขีดเส้นและวัดระยะ แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการสร้าง

**1.3 กระบวนการให้เหตุผล** ในกระบวนการนี้ นักเรียนให้เหตุผลแบบนิรนัยโดยใช้นิยามเส้นตั้งฉากประกอบการอธิบาย ดังโปรโตคอล Item 180-185

|          |     |   |                                                                                |  |
|----------|-----|---|--------------------------------------------------------------------------------|--|
| Item 180 | T   | : | สร้างยังไงคะ                                                                   |  |
| Item 181 | S10 | : | ใช้ไม้ฉากทาบ                                                                   |  |
| Item 182 | T   | : | เอาไม้ฉากไปทาบ ทาบแล้วยังไงต่อ                                                 |  |
| Item 183 | S8  | : | วาดตามไม้ฉาก                                                                   |  |
| Item 184 | T   | : | วาดตามไม้ฉาก ก็คือลากเส้นตามไม้ฉากถูกมัย แล้วรู้ได้ไงว่าเส้นที่เราสร้างตั้งฉาก |  |
| Item 185 | S8  | : | <u>ก็เพราะมันมีมุม 90 องศา</u>                                                 |  |

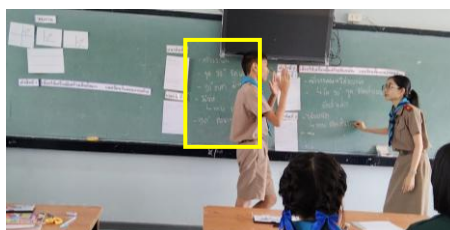


#### ภาพที่ 5 การแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างมุมฉาก

จากโปรโตคอล Item 180-185 และภาพที่ 5 พบว่า นักเรียนสามารถยืนยันได้ว่าเส้นที่สร้างจากการวาดตามไม้ฉากเป็นเส้นตั้งฉาก ดัง Item 185 “ก็เพราะมันมีมุม 90 องศา” เป็นการบอกนิยามของเส้นตั้งฉาก ซึ่งเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการให้เหตุผลนอกจากนี้

นักเรียนให้เหตุผลแบบนิรนัยโดยใช้นิยามเส้นขนาน ใช้คำพูดอย่างเป็นธรรมชาติประกอบการอธิบาย ดังโปรโตคอล Item 244-246

|          |    |   |                                                                                       |
|----------|----|---|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Item 244 | S1 | : | เอาไม้บรรทัดมาทาบแล้วขีดด้านบนกับด้านล่าง                                             |
| Item 245 | T  | : | แล้วรู้ได้ยังไงอะคะว่ามันขนานกัน                                                      |
| Item 246 | S1 | : | <u>รู้สิ เพราะไม้บรรทัดมันเท่ากัน (ยกมือขึ้นแนวตั้ง) ด้านบนกับด้านล่างต้องเท่ากัน</u> |



ภาพที่ 6 การแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับความขนาน

จากโปรโตคอล Item 244-246 และภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนสามารถยืนยันได้ว่าเส้นที่สร้างจากการเอาไม้บรรทัดมาทาบแล้วขีดด้านบนกับด้านล่างเป็นเส้นขนาน ดัง Item 246 “รู้สิ เพราะไม้บรรทัดมันเท่ากัน (ยกมือขึ้นแนวตั้ง) ด้านบนกับด้านล่างต้องเท่ากัน” นักเรียนมีการใช้ท่าทาง โดยการยกมือขึ้นในแนวตั้ง ประกอบการอธิบายโดยใช้คำพูดอย่างเป็นธรรมชาติว่าเท่ากัน แสดงถึงเส้นตรงสองเส้นระยะห่างระหว่างด้านบนกับด้านล่างเท่ากัน เป็นการอธิบายสมบัติของเส้นขนาน แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการให้เหตุผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลในกิจกรรม การใช้เครื่องมือเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉากและเส้นขนาน พบว่า นักเรียนมีกระบวนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตทั้งกระบวนการนิยาม กระบวนการสร้าง และกระบวนการให้เหตุผล

## 2. ผลการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้กิจกรรม เรื่อง การสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสาม

กิจกรรมนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ และสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสามที่กำหนดให้ โดยใช้วงเวียนและสันตรง พร้อมอธิบายได้ ครูเริ่มต้นบทเรียนด้วยการนำนักเรียนทบทวนส่วนประกอบของสามเหลี่ยม จากนั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา “สร้างสามเหลี่ยม” ตามด้วยคำสั่ง “ใช้วงเวียนและสันตรงสร้างสามเหลี่ยม ABC ให้แต่ละด้านยาวตามกำหนด และเขียนขั้นตอนการสร้าง” แจกใบกิจกรรม ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูสังเกตแนวคิด หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมาเสนอแนวคิดของตนเอง อภิปรายร่วมกัน และสรุปตามลำดับจากการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนมีการสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ และสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสามที่กำหนดให้ โดยใช้วงเวียนและสันตรง พร้อมอธิบายได้ ดังนี้



2.1 กระบวนการนึ่งภาพ ในกระบวนการนี้ นักเรียนจินตนาการรูปร่าง โดยสังเกตสิ่งรอบตัวเชื่อมโยงรูปสองมิติกับสามมิติ ดังโปรโตคอล Item 1-5

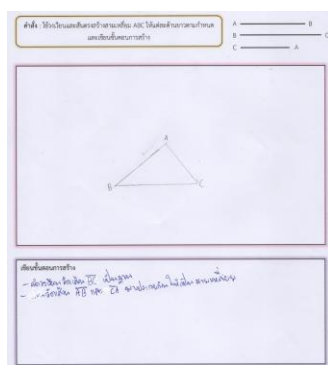
|        |     |   |                                |
|--------|-----|---|--------------------------------|
| Item 1 | T   | : | เรามาทบทวนกันก่อน นี้อะไร      |
| Item 2 | Sa  | : | สามเหลี่ยม                     |
| Item 3 | T   | : | รูปสามเหลี่ยมมีลักษณะยังไงบ้าง |
| Item 4 | S1  | : | มีสามมุม                       |
| Item 5 | S14 | : | <u>คล้าย ๆ พีระมิด</u>         |



ภาพที่ 7 สื่อประกอบสถานการณ์ปัญหา กิจกรรมการสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสาม

จากโปรโตคอล Item 1-5 พบว่า ครูเริ่มต้นบทเรียนด้วยการแสดงภาพสามเหลี่ยมก่อนถามคำถามว่า “รูปสามเหลี่ยมมีลักษณะยังไงบ้าง” นักเรียนจึงเกิดการจินตนาการเชื่อมโยงรูปสามเหลี่ยมที่เป็นสองมิติเข้ากับสิ่งรอบตัวที่เป็นสามมิติ คือ พีระมิด ดัง Item 5 “คล้าย ๆ พีระมิด” ซึ่งพีระมิดแต่ละด้านจะมีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมประกอบกัน แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการนึ่งภาพ

2.2 กระบวนการสร้าง ในกระบวนการนี้ นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตสร้างสามเหลี่ยมที่ต้องการ ดังใบกิจกรรม และโปรโตคอล Item 146-149



#### ขั้นตอนการสร้าง

- นำวงเวียนวัดเส้น  $\overline{BC}$  เป็นฐาน
- วัดเส้น  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CA}$  มาประกอบกันให้เป็นสามเหลี่ยม

ภาพที่ 8 ใบกิจกรรมของ S8 กับ S12 เรื่อง การสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสาม

|          |         |   |                                                |
|----------|---------|---|------------------------------------------------|
| Item 146 | S8, S12 | : | <u>(ใช้วงเวียนและไม้บรรทัดสร้างสามเหลี่ยม)</u> |
| Item 147 | S12     | : | วัดเส้นใหม่                                    |
| Item 148 | S8      | : | <u>ก็คือให้ B ตรง B ให้ C ตรง C ว้างนี้</u>    |
| Item 149 | S12     | : | ใช่                                            |



ภาพที่ 9 การแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม

จากใบกิจกรรม โปรโตคอล Item 146-149 และภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต คือ วงเวียน ในการวัดความยาวของส่วนของเส้นตรง ดังใบกิจกรรม “นำวงเวียนวัดเส้น BC” “วัดเส้น AB และ CA” ใช้การกางรศมีให้มีขนาดเท่ากับเส้นที่กำหนด ก่อนใช้ไม้บรรทัดลากเส้น ดังภาพ ที่ 9 และพฤติกรรมใน Item 146 “ใช้วงเวียนและไม้บรรทัดสร้างสามเหลี่ยม” เพื่อสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนใช้การวัดความยาวทีละด้านและกำหนดจุดศูนย์กลางในการสร้างส่วนของเส้นตรงถัดไปเพื่อให้ AB และ CA มาประกบกันให้เป็นสามเหลี่ยม ดัง Item 148 “ก็คือให้ B ตรง B ให้ C ตรง C ว้างั้น” แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการสร้าง

จากการวิเคราะห์ข้อมูลในกิจกรรม การสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสาม พบว่า นักเรียนมีกระบวนการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ได้แก่ กระบวนการนิยาม และกระบวนการสร้าง

**3. ผลการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ เรื่อง การสร้างรูปเรขาคณิตจากวงกลมที่ซ้อนกัน** กิจกรรมนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถลากเส้นเชื่อมจุดตัดของวงกลมเพื่อสร้างรูปเรขาคณิตและบอกชื่อรูปเรขาคณิตได้ โดยเริ่มต้นด้วยการทบทวนวงกลมสามวงที่ซ้อนทับกัน จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา “หารูปเรขาคณิตที่ซ่อนอยู่” ตามด้วยคำสั่งที่ 1 “ลากเส้นเชื่อมจุดตัดของวงกลมให้เป็นรูปเรขาคณิต พร้อมระบายสี” และคำสั่งที่ 2 “บอกชื่อรูปเรขาคณิตที่พบ” แจกใบกิจกรรม ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูสังเกตแนวคิด หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเอง

อภิปรายร่วมกัน และสรุปตามลำดับ

จากการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนมีการลากเส้นเชื่อมจุดตัดของวงกลมให้เป็นรูปเรขาคณิต พร้อมระบายสี และบอกชื่อรูปเรขาคณิตที่พบ ดังนี้

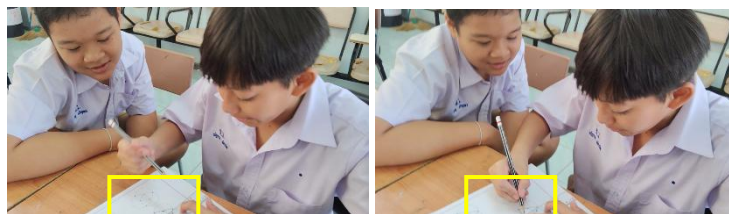
**3.1 กระบวนการนิยาม** ในกระบวนการนี้ นักเรียนจินตนาการเกี่ยวกับรูปร่างของรูปเรขาคณิตในสองมิติ ดังโปรโตคอล Item 47-50

|         |     |   |                                                                                              |
|---------|-----|---|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Item 47 | T   | : | อานี้ ๆ ครูมีวงกลม 3 วงซ้อนกัน เดี่ยวจะให้ทุกคนเนี่ย ลองลากเส้นเชื่อมจุดตัด รู้จักจุดตัดมั้ย |
| Item 48 | Sa  | : | รู้จัก                                                                                       |
| Item 49 | T   | : | ลากเส้นเชื่อมจุดตัดนะ คิดว่าจะเป็นรูปอะไร                                                    |
| Item 50 | S12 | : | สามเหลี่ยม เพราะมันมีจุดตัดแค่ 3 อัน                                                         |

จากโปรโตคอล Item 47-50 พบว่า ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนคาดการณ์แนวคิดของตนเอง คือ “ลากเส้นเชื่อมจุดตัดนะ คิดว่าจะเป็นรูปอะไร” นักเรียนแสดงความคิดเห็น ดัง Item 50 “สามเหลี่ยม เพราะมันมี

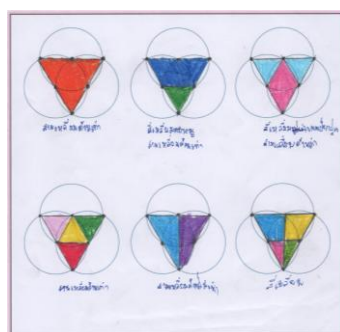
จุดตัดแค่ 3 อัน” เห็นได้ชัดว่านักเรียนผ่านการสำรวจวงกลม 3 วงซ้อนกัน จึงพบจุดตัด เกิดภาพในใจเชื่อมจุดตัด 3 จุด สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการนิรนัยภาพ

**3.2 กระบวนการสร้าง** ในกระบวนการนี้ นักเรียนใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต นำมาแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้ ดังภาพนิ่ง โปรโตคอล Item 244-248 และใบกิจกรรม



ภาพที่ 10 การสร้างรูปเรขาคณิตจากวงกลมที่ซ้อนกัน

|          |    |   |                                                                                                  |  |
|----------|----|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Item 244 | T  | : | S5 ครูขอถามหน่อยนี่สามเหลี่ยมอะไรครับ                                                            |  |
| Item 245 | S5 | : | (เงยหน้านึก)                                                                                     |  |
| Item 246 | S3 | : | มันจะเป็นสามเหลี่ยมแบบพอดิเลยอะครู เพราะว่ามันจะเป็นแบบ 3 เรานับตามจำนวนที่จุดไว้ (เอามือชี้รูป) |  |
| Item 247 | T  | : | พอดิยังงีอะ ที่ S3 บอก                                                                           |  |
| Item 248 | S3 | : | <u>พอเราจุดไว้ไข่ม้อยครับ แล้วรูปทรงมันเหมือนสามเหลี่ยม ผมก็เลยขีดตามที่จุดอะครับ</u>            |  |



ภาพที่ 11 ใบกิจกรรมของ S3 กับ S5 เรื่อง การสร้างรูปเรขาคณิตจากวงกลมที่ซ้อนกัน

จากภาพที่ 10 โปรโตคอล Item 244-248 และใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต คือ ไม้บรรทัด โดยใช้ดินสอจุด จุดที่วงกลมตัดกันก่อนขีดเส้นเชื่อมจุดสร้างรูปสามเหลี่ยม ดังจุดสีน้ำเงินที่แสดงในใบกิจกรรมและโปรโตคอล Item 248 “พอเราจุดไว้ไข่ม้อยครับ แล้วรูปทรงมันเหมือนสามเหลี่ยม ผมก็เลยขีดตามที่จุดอะครับ” จะได้รูปเรขาคณิตตามต้องการ แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการสร้าง

**3.3 กระบวนการให้เหตุผล** ในกระบวนการนี้ นักเรียนมีกระบวนการขยายความรู้โดยการอธิบายและการพิสูจน์สำหรับการบอกชื่อรูปเรขาคณิต ดังโปรโตคอล Item 280-291

|          |     |   |                                                                  |
|----------|-----|---|------------------------------------------------------------------|
| Item 280 | S1  | : | (ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นเชื่อมจุดตัดเกิดเป็นสามเหลี่ยม) เสร็จแล้วค่ะ |
| Item 281 | T   | : | อาทุกคน นี่รูปอะไรคะ                                             |
| Item 282 | Sa  | : | สามเหลี่ยม                                                       |
| Item 283 | S12 | : | สามเหลี่ยมด้านฉาก                                                |
| Item 284 | T   | : | สามเหลี่ยมอะไร S1                                                |
| Item 285 | S12 | : | สามเหลี่ยมด้านฉาก                                                |
| Item 286 | S1  | : | มุมฉาก                                                           |
| Item 287 | T   | : | อาสามเหลี่ยมมุมฉาก                                               |
| Item 288 | S12 | : | <u>สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า</u>                                     |
| Item 289 | S1  | : | <u>ด้านไม่เท่ามันอีกอันนี่</u>                                   |
| Item 290 | S6  | : | <u>วัดไม่เท่ากัน</u>                                             |
| Item 291 | S12 | : | มันไม่เท่า                                                       |



**ภาพที่ 12** การแสดงแนวคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยม

จากโปรโตคอล Item 280-291 และภาพที่ 12 พบว่า นักเรียนสามารถบอกชื่อรูปเรขาคณิตได้ โดยพิจารณาจากความยาวของด้าน ดัง Item 288 “สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า” เกิดการโต้แย้งกันดัง Item 289 “ด้านไม่เท่ามันอีกอันนี่” จึงมีการขยายความรู้โดยการอธิบายว่าเหตุใดจึงเป็นสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า ใช้การพิสูจน์โดยการวัดความยาวสามเหลี่ยมพบว่าแต่ละด้านไม่เท่ากัน ดัง Item 290 “วัดไม่เท่ากัน” แสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในกระบวนการให้เหตุผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลในกิจกรรม การสร้างรูปเรขาคณิตจากวงกลมที่ซ้อนกัน พบว่านักเรียนมีกระบวนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตทั้งกระบวนการนึกภาพ กระบวนการสร้าง และกระบวนการให้เหตุผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิดจำนวน 6 แผน สามารถสรุปการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียน ดังตารางที่ 1

**ตารางที่ 1** สรุปผลการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละกิจกรรม

| กิจกรรมการจัดการเรียนรู้                                  | การให้เหตุผลทางเรขาคณิต |                    |                        |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------|--------------------|------------------------|
|                                                           | กระบวนการ<br>นิภาพ      | กระบวนการ<br>สร้าง | กระบวนการ<br>ให้เหตุผล |
| 1) การใช้เครื่องมือทางเรขาคณิตสร้างเส้นตั้งฉากและเส้นขนาน | ✓                       | ✓                  | ✓                      |
| 2) สมบัติของวงกลมสองวงที่ไขว้กัน                          | -                       | ✓                  | ✓                      |
| 3) เส้นแบ่งครึ่งแนวตั้งฉาก                                | -                       | ✓                  | ✓                      |
| 4) การสร้างรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านทั้งสาม             | ✓                       | ✓                  | -                      |
| 5) การสร้างรูปเรขาคณิตจากวงกลมที่ซ้อนกัน                  | ✓                       | ✓                  | ✓                      |
| 6) การสร้างสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน                          | -                       | ✓                  | ✓                      |

จากตารางที่ 1 พบว่า นักเรียนเกิดการให้เหตุผลทางเรขาคณิตจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-6 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางเรขาคณิตทั้งหมด โดยแยกเป็น 3 กระบวนการ คือ 1) กระบวนการนิภาพ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1, 4 และ 5 นักเรียนจินตนาการรูปร่างและสังเกตสิ่งรอบตัวเพื่ออธิบายแนวคิดทางเรขาคณิตของตนเอง 2) กระบวนการสร้าง นักเรียนเลือกใช้เครื่องมือทางเรขาคณิต ได้แก่ ไม้บรรทัด ไม้ฉาก ครึ่งวงกลม และวงเวียน นำมาแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้ในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ 3) กระบวนการให้เหตุผล นักเรียนมีกระบวนการขยายความรู้โดยการอธิบายและการพิสูจน์ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 และ 5-6 นักเรียนแสดงออกโดยการพูดสนทนากันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับครู และจากใบกิจกรรมของนักเรียน

## อภิปรายผล

จากผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด นักเรียนมีการให้เหตุผลทางเรขาคณิตทั้ง 3 กระบวนการ ได้แก่ 1) กระบวนการนิภาพ 2) กระบวนการสร้าง 3) กระบวนการให้เหตุผล โดยทุกแผนการจัดการเรียนรู้เกิดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต หมายความว่า ชั้นเรียนที่จัดการเรียนการสอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด นักเรียนสามารถที่จะแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับงานวิจัยของ จารุวรรณ สอนแปง และเจนสมุทร แสงพันธ์ (2560) ได้ทำวิจัย เรื่อง บทบาทครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัย พบว่า บทบาทครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ปรากฏในการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ประกอบด้วย 1) การนำเข้าสู่ปัญหาเรขาคณิต ครูมีการใช้คำถามเพื่อเน้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการนิภาพ คือนักเรียนสามารถตีความจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดได้ 2) การสังเกตการณ์แก้ปัญหาเรขาคณิตของนักเรียน ครูจะทำหน้าที่ประเมินการแก้ปัญหาทางของนักเรียน และให้ข้อเสนอแนะ เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้กระบวนการสร้างในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตได้ และจดบันทึกแนวคิด

ของนักเรียน เพื่อนำไปสู่การจัดลำดับแนวคิด 3) การอภิปรายเพื่อขัดเกลาแนวคิดของนักเรียน ครูมีการจัดเรียงแนวคิด ขยายแนวคิด สรุปแนวคิดของนักเรียน และเน้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการให้เหตุผลในการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ 4) การสรุปประเด็นที่สำคัญโดยครู ครูมีการทบทวนแนวคิดในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียน และเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปของบทเรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ เจนสมุทร แสงพันธ์ และอัญชลี ตนานนท์ (2563) ได้ทำวิจัย เรื่อง การเรียนรู้วิธีการสอนของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการเรียนรู้วิธีการสอนของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วัตรกรรมการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนาวิชาชีพครูด้วยการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ทำให้นักศึกษาครู เกิดการพัฒนากระบวนการทางปัญญาในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนผ่านการสร้าง และทำความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้เชิงบูรณาการด้านเนื้อหาเฉพาะทางเรขาคณิต ความรู้ด้านเนื้อหาและการสอน และความรู้ด้านเนื้อหาและผู้เรียนในเชิงการคิดทางเรขาคณิต และกระบวนการทางสังคมผ่านชุมชนการเรียนรู้เชิงวิชาชีพในวงจรการศึกษาชั้นเรียนที่ได้เข้าไปเกี่ยวข้องในการปฏิบัติการสอนต่าง ๆ ทั้งการวิเคราะห์หนังสือเรียน การค้นหาสาระการเรียนรู้ การออกแบบสถานการณ์ปัญหา การกำหนดลำดับชั้นการสอน การอำนวยความสะดวก การสอนในชั้นเรียน การสังเกตชั้นเรียน การประเมินผลการเรียนรู้ และการสะท้อนผลชั้นเรียน ซึ่งส่งผลให้เกิดการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนทั้งในด้านการให้เหตุผล การสร้าง และการนิรนัยทางเรขาคณิตได้ดี

ขึ้นอย่างเป็นลำดับ

### ข้อเสนอแนะ

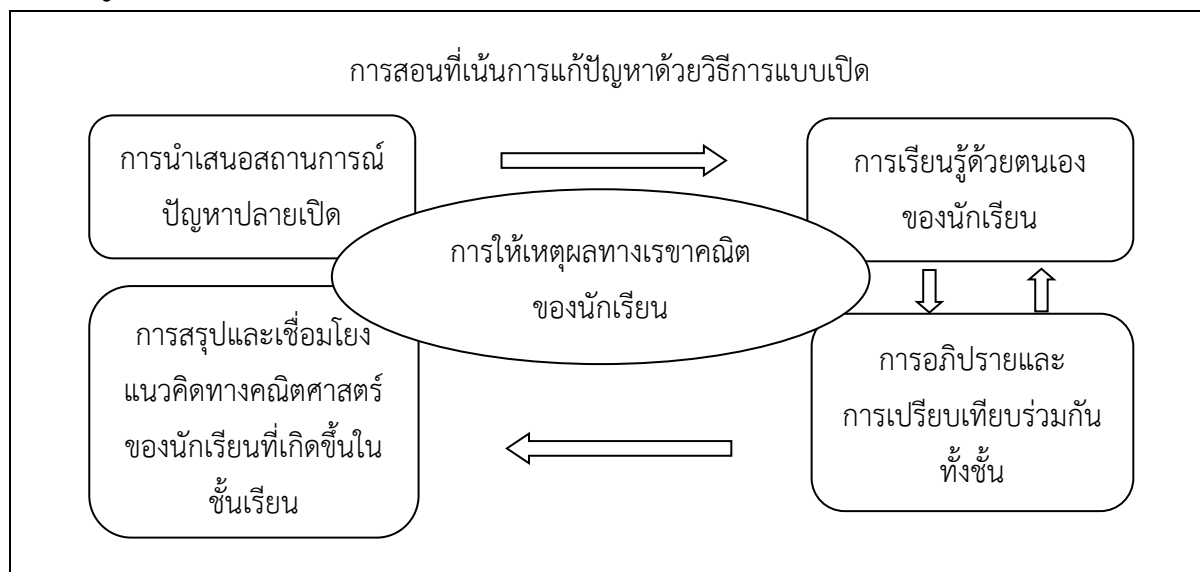
#### ข้อเสนอแนะที่ได้จากการทำวิจัย

การจัดการเรียนการสอนตามแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด สามารถบ่มเพาะการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนได้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและเกิดการให้เหตุผลทางเรขาคณิตด้วยตนเอง ซึ่งผลการวิจัยที่ได้จากงานวิจัยในครั้งนี้ เป็นแนวทางในการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางเรขาคณิตและเป็นแนวทางในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

#### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนในเนื้อหาและระดับชั้นที่สูงขึ้น

## องค์ความรู้ใหม่จากการวิจัย



**ภาพที่ 13** การสอนที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการแบบเปิด  
(ปรับจาก ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2565)

## สรุป

วิธีการแบบเปิดเป็นแนวทางการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนมีการให้เหตุผลทางเรขาคณิตครบทุกองค์ประกอบตามกรอบแนวคิด ได้แก่ กระบวนการนิยามภาพ กระบวนการสร้าง และกระบวนการให้เหตุผล

## รายการอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- จารุวรรณ สอนแปง และเจนสมุทร แสงพันธ์. (2560). บทบาทครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์*, 19(4), 65-77.
- เจนสมุทร แสงพันธ์ และอัญชลี ตนานนท์. (2563). การเรียนรู้วิธีการสอนของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ในการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. *วารสารมหาวิทยาลัยศิลปากร*, 40(1), 138-154.
- นัฐพร คุ่มวงศ์. (2562). *การศึกษาระดับความคิดเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

- พิชชากร วัชรเสถียร. (2563). การเปรียบเทียบระดับการคิดทางเรขาคณิตและการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำแนกตามเพศและระดับความสามารถของนักเรียน. [วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- วรรณนิภา สารสุวรรณ. (2563). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. [วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยรามคำแหง
- วิภู พรหมรักษ์. (2562). การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในชั้นเรียนที่ใช้วัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด. [วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: หจก. โรงพิมพ์วชิรรินทร์ พี. พี..
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566, ธันวาคม 6). การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2022. PISA THAILAND. <https://pisathailand.ipst.ac.th/news-21>
- สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และเตือนใจ ศักดิ์สองเมือง. (2564). การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด. วารสารสหวิทยาการ สังคมศาสตร์และการสื่อสาร, 4(3), 54-64.