



การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีภูเก็ต

The Study of Mathematics Learning Achievement and Mathematics Problems Solving Ability Using Polya's Problem Solving Process of Grade 10 Students of Satreephuket School

ชนนท์ ปุ่นเจ้า^{1*}, อนูวัตร จิรวัตตนพานิช² และ ภาณุพงศ์ อึ้งสืบเชื้อ³

Chanon Punjao^{1*}, Anuwat Jirawattanapanit² and Panupong Uengsuebchua³

¹ นักศึกษาระดับปริญญาตรี, สาขาวิชาการศึกษา (คณิตศาสตร์), หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

¹ Undergraduate Student, Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์, สาขาวิชาการศึกษา (วิชาเอกคณิตศาสตร์), หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

² Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

³ อาจารย์, กลุ่มวิชาชีพครู คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

³ Lecturer, Teaching Profession, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

*Corresponding author, E-mail: s6310357207@pkru.ac.th.

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 2) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 39 คน เครื่องมือที่ใช้ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาจำนวน 10 แผน 2) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 20 ข้อ และ 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ข้อ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 8.95 ± 1.99 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 14.08 ± 1.56 แสดงว่า คะแนนเฉลี่ยหลังจากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นทำความเข้าใจ 5.89 ± 0.64 คิดเป็นร้อยละ 98.16 อยู่ในระดับดีเยี่ยม ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 5.12 ± 1.49 คิดเป็นร้อยละ 85.33 อยู่ในระดับดีเยี่ยม ขั้นดำเนินการตามแผน 4.58 ± 1.58 คิดเป็นร้อยละ 76.33 อยู่ในระดับดีมาก และขั้นตรวจสอบผล 4.41 ± 1.48 คิดเป็นร้อยละ 73.5 ซึ่งอยู่ในระดับดี และมีคะแนนเฉลี่ยรวม 5 คิดเป็นร้อยละ 83.33 อยู่ในระดับดีเยี่ยม

คำสำคัญ: ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา



Abstract

The purposes of this research were: 1) study academic achievement in mathematics by using Polya's Problem Solving Process. 2) study Ability in Solving Mathematics Problems Using Polya's Problem Solving Process. The target group was Mathayom, 4 students, 39 people. The research instruments involved. 1) 10 lesson plans By using Polya's problem-solving process. 2) The academic achievement test has 20 questions. 3) Mathematics Problem Solving Ability Test: 2 questions. The data were statistically analyzed by percentage, average, and standard deviation.

The result found that:

1. Academic achievement, the average learning result before studying was 8.95 ± 1.99 , and the average learning result after studying was 14.08 ± 1.56 . It shows that the average score after organizing learning according to Polya's problem-solving process was higher than before organizing learning.

2. Mathematics problem solving ability scores, the average score in the understanding stage was 5.89 ± 0.64 98.16% is at an excellent level, the average score in the problem-solving planning stage was 5.12 ± 1.49 85.33% is at an excellent level, the average score in the plan implementation process was 4.58 ± 1.58 76.33% is at a very good level, the average score for checking results was 4.41 ± 1.48 73.5% is at a good level, and had a total average score of 5 points, equivalent to 83.33% is at an excellent level.

Keywords: Academic achievement, Mathematics problem solving ability, Polya's Problem Solving Process.

บทนำ

การศึกษาเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างคน สร้างสังคม และสร้างชาติ เป็นกลไกหลักในการพัฒนากำลังคนให้มีคุณภาพ และสามารถดำรงชีวิตอยู่ร่วมกับบุคคลอื่นในสังคมได้อย่างเป็นสุขในกระแสการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของโลกศตวรรษที่ 21 เนื่องจากการศึกษามีบทบาทสำคัญในการสร้างความได้เปรียบของประเทศเพื่อการแข่งขันและยืนหยัดในเวทีโลกภายใต้ระบบเศรษฐกิจและสังคมที่เป็นพลวัตประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกจึงให้ความสำคัญและทุ่มเทกับการพัฒนาการศึกษาเพื่อพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ของตนให้สามารถก้าวทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ และสังคมของประเทศ ภูมิภาค และของโลก ควบคู่กับการธำรงรักษาอัตลักษณ์ของประเทศ ในส่วนของประเทศไทยได้ให้ความสำคัญกับการจัดการศึกษา การพัฒนาศักยภาพ และขีดความสามารถของคนไทยให้มีทักษะ ความรู้ ความสามารถ และสมรรถนะที่สอดคล้องกับความต้องการของตลาดงานและการพัฒนาประเทศ ภายใต้แรงกดดันภายนอกจากกระแสโลกาภิวัตน์ และแรงกดดันภายในประเทศที่เป็นปัญหาและวิกฤตที่ประเทศต้องเผชิญเพื่อให้คนไทยมีคุณภาพชีวิตที่ดี สังคมไทยเป็นสังคมคุณธรรม จริยธรรม และประเทศสามารถก้าวข้ามกับดักประเทศที่มีรายได้ปานกลางไปสู่ประเทศที่พัฒนาแล้ว รองรับการเปลี่ยนแปลงของโลกทั้งในปัจจุบันและ



อนาคต โดยการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญจะส่งผลกระทบต่อระบบการศึกษา ระบบเศรษฐกิจและสังคมของประเทศไทย (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

ปัจจุบันการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยมีปัญหาอย่างมาก จะเห็นได้จากการสอบโครงการประเมินผลการศึกษานานาชาติ หรือ PISA ที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ร่วมมือกับองค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา (OECD) ซึ่ง PISA เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียน เกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน หรือเรียกว่า "ความฉลาดรู้" (Literacy) ใน 3 ด้าน ได้แก่ การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ การประเมินนักเรียนจะวัดทั้ง 3 ด้านดังกล่าวไปพร้อมกัน แต่จะเน้นหนักที่ด้านใดด้านหนึ่งในแต่ละรอบการประเมิน ซึ่งความฉลาดรู้ทั้งสามด้านนี้ถือว่าเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต และเป็นสิ่งที่ประชากรจำเป็นต้องมีเพื่อการพัฒนาและการแข่งขันทางเศรษฐกิจของประเทศ สำหรับ PISA 2022 เน้นการประเมินด้านคณิตศาสตร์ โดย PISA มองว่า ในปัจจุบันบุคคลที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์จะต้องเป็นบุคคลที่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ซับซ้อน ร่วมกับการหาวิธีแก้ปัญหาโดยการคิดหรือแปลงปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้คณิตศาสตร์ในการตีความ และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ และมีนักเรียนเข้าร่วมการประเมินประมาณ 690,000 คน ซึ่งถือว่าเป็นตัวแทนของนักเรียนอายุ 15 ปี ประมาณ 29 ล้านคน จาก 81 ประเทศ/เขตเศรษฐกิจ สำหรับในประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. ทำหน้าที่เป็นศูนย์แห่งชาติ (National Center) ได้ดำเนินการจัดสอบเมื่อเดือนสิงหาคม พ.ศ. 2565 ซึ่งมีนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเข้าร่วมการประเมินจาก 279 โรงเรียน ในทุกสังกัดการศึกษา รวม 8,495 คน

ผลการประเมินของประเทศไทย พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 394 คะแนน ซึ่งเมื่อเทียบกับ PISA 2018 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของประเทศไทยลดลง โดยด้านคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยลดลง 25 คะแนน ทั้งนี้ ผลการประเมินของประเทศไทยตั้งแต่ PISA 2000 จนถึง PISA 2022 พบว่า คะแนนเฉลี่ย ด้านคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลง (ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจำเป็นต้องเน้นให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา เพราะการที่มนุษย์จะประสบความสำเร็จในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้น จะต้องพบเจอกับปัญหาและจะต้องหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้บรรลุเป้าหมายนั้นเสมอ ดังนั้นครูควรเลือกวิธีการสอนที่สามารถนำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อก่อให้เกิดการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน การจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยผ่านกระบวนการคิด การวิเคราะห์ การทำความเข้าใจกับสิ่งที่โจทย์ถาม เพื่อค้นหาวิธีการไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง โพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอขั้นตอนวิธี สอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising



a Plan) ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน (Carrying Out the Plan) และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking Back)

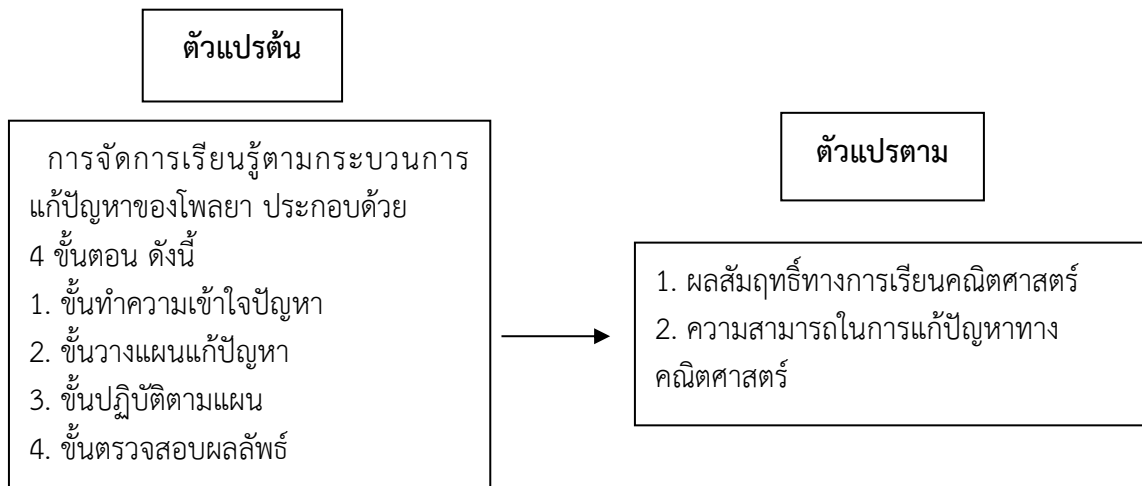
จากความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีภูเก็ต จังหวัดภูเก็ต โดยในการวิจัยครั้งนี้จะนำกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยามา ใช้ในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาอย่างอย่างเป็นระบบ เพื่อเป็นการช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้แก่ นักเรียน ซึ่งสามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เกิดประโยชน์แก่นักเรียนมากที่สุด และทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

2.1 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

2.2 เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

แนวคิด ทฤษฎี กรอบแนวคิด



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิด



วิธีดำเนินการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) หน่วยที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น

2. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

3. พิจารณาแบ่งเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็นออกเป็น 4 เรื่อง จำนวน 10 แผน ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 คาบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 การจัดการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องความน่าจะเป็น

ลำดับที่	แผนการจัดการเรียนรู้	ลักษณะกิจกรรมการสอน	จำนวน (คาบ)
1	การทดลองสุ่ม (ปริภูมิตัวอย่าง)	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	1
2	การทดลองสุ่ม (ปริภูมิตัวอย่าง, เหตุการณ์)	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	2
3	หลักการนับเบื้องต้น	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	2
4	ความน่าจะเป็น	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	5

4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนตามขั้นตอนจากการจัดการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของ โพลยา ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้โจทย์ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติตามแผน (Carrying out the Plan)

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบผลลัพธ์ (Looking Back)

5. นำเสนอและปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้

6. นำไปใช้จัดการเรียนการสอน



2. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีขั้นตอนการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560)
2. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. วิเคราะห์ตัวชี้วัดตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ
5. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน
6. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปปรับปรุงแก้ไข
7. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มเป้าหมาย

3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น มีขั้นตอนการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารต่าง ๆ จากการจัดการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา
2. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย 2 ข้อ รายละเอียดการให้คะแนน แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตารางที่ 2 เกณฑ์การประเมินผลแบบย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คำอธิบายคุณภาพ		
	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์	เข้าใจปัญหา ได้ถูกต้อง	เข้าใจปัญหาบางส่วน ไม่ถูกต้อง	เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม	เลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนที่ผิด	เลือกวิธีการส่วนใหญ่ ไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผนที่วางไว้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ ไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ	ตรวจคำตอบ ได้ถูกต้อง และสรุป ได้ตรงประเด็น	ตรวจคำตอบได้ถูกต้องและสรุปได้บางประเด็น	ตรวจคำตอบได้เป็น บางส่วนหรือไม่ได้เลย



3. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มเป้าหมาย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้
ขั้นเตรียมการ

1. แผนการจัดการเรียนรู้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิด ของ โพลยา เรื่อง ความน่าจะเป็นรวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ

2. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น แบบปรนัย 4 ตัวเลือกจำนวน 30 ข้อ เลือก 20 ข้อ

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ

ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นทดสอบกับกลุ่มเป้าหมายก่อนใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

2. ดำเนินการสอน โดยผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง ความน่าจะเป็น รวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ

3. เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ จึงวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย

4. ตรวจสอบให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำผลคะแนนจากการตรวจสอบแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นแล้วนำมาคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยกึ่งทดลอง ซึ่งดำเนินการโดยใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มเดียวทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีรูปแบบการวิจัย ดังนี้

ตารางที่ 3 แบบแผนการวิจัย

ก่อนเรียน	ทดลอง	หลังเรียน
T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการทดลอง

T ₁	แทน	การทดสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง
T ₂	แทน	การทดสอบหลังการจัดกระทำทดลอง
X	แทน	การจัดกระทำกลุ่มทดลอง

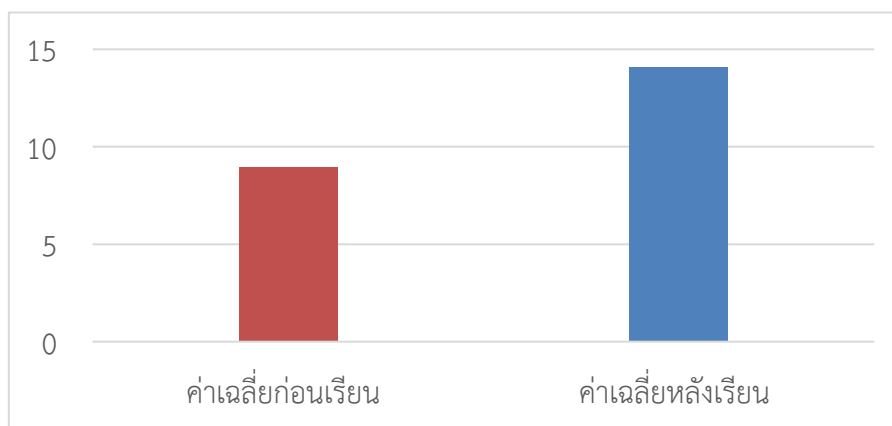


นอกจากนี้ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาระดับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากการจัดการเรียนรู้ตาม กระบวนการของโพลยา โดยวิเคราะห์เกณฑ์จากคะแนนสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ เทียบจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551 ซึ่งแบ่งเกณฑ์ออกเป็น 8 ระดับดังนี้

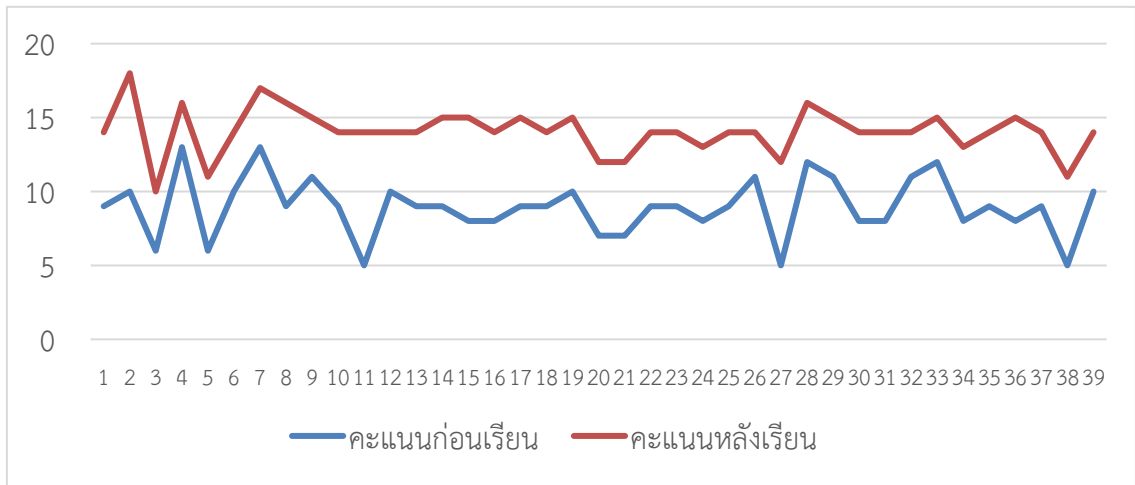
- คะแนนร้อยละ 80 – 100 อยู่ในระดับดีเยี่ยม
- คะแนนร้อยละ 76 – 79 อยู่ในระดับดีมาก
- คะแนนร้อยละ 70 – 75 อยู่ในระดับดี
- คะแนนร้อยละ 65 – 69 อยู่ในระดับค่อนข้างดี
- คะแนนร้อยละ 60 – 64 อยู่ในระดับปานกลาง
- คะแนนร้อยละ 55 – 59 อยู่ในระดับพอใช้
- คะแนนร้อยละ 50 – 54 อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์
- คะแนนร้อยละ 0 – 49 อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์

ผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนักเรียน จำนวน 39 คน มีผลการเรียนรู้ก่อนเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 8.95 ± 1.99 และมีผลการเรียนรู้ หลังเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 14.08 ± 1.56 แสดงว่า คะแนนเฉลี่ยหลังจากการ จัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้

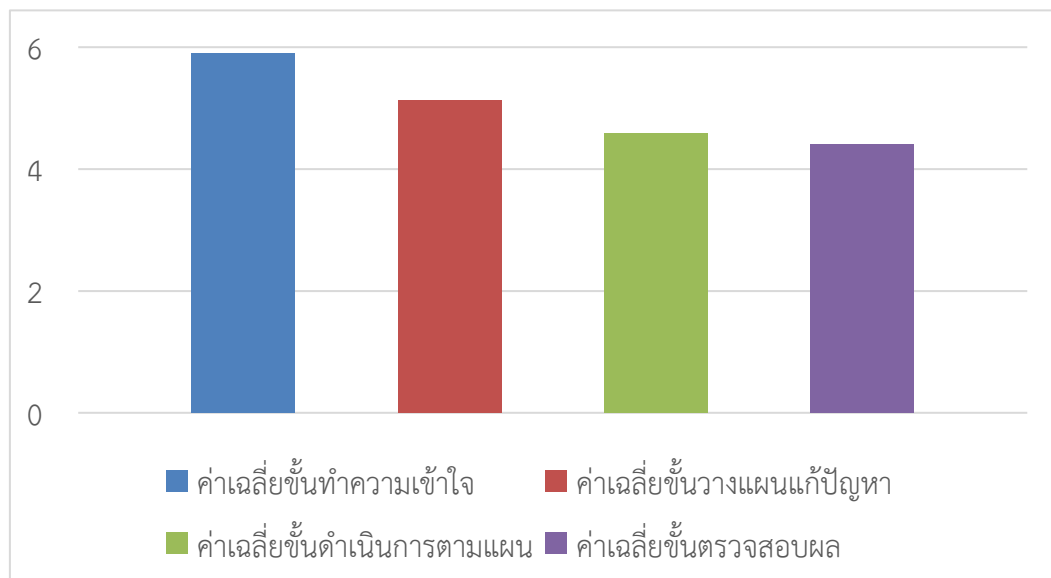


ภาพที่ 2 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหา ของโพลยา



ภาพที่ 3 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนรายบุคคล

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 39 คน พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยในชั้นทำความเข้าใจ 5.89 ± 0.64 คิดเป็นร้อยละ 98.16 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในชั้นวางแผนแก้ปัญหา 5.12 ± 1.49 คิดเป็นร้อยละ 85.33 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในชั้นดำเนินการตามแผน 4.58 ± 1.58 คิดเป็นร้อยละ 76.33 อยู่ในระดับดีมาก มีคะแนนเฉลี่ยชั้นตรวจสอบผล 4.41 ± 1.48 คิดเป็นร้อยละ 73.5 ซึ่งอยู่ในระดับดี และมีคะแนนเฉลี่ยรวม 5 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.33 อยู่ในระดับดีเยี่ยม



ภาพที่ 4 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทางการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน



สรุปและอภิปรายผล

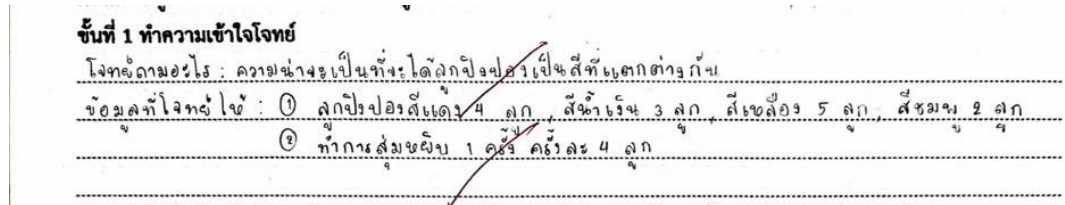
จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 39 คน ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยรวมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ นพชัย ยอดโยม, ดลชนก พชนี, และ อุไรวรรณ ปานทโชติ (2562) ได้ทำการวิจัยการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับเกณฑ์ร้อยละ 70 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 โรงเรียนพิไกรวิทยา จังหวัดกำแพงเพชร ปีการศึกษา 2561 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การทำงานเป็นทีม และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (Dependent Sample t-test และ One Sample t-test) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีการทำงานเป็นทีมหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยรวมอยู่ในระดับมาก

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/10 จำนวน 39 คน ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้กระบวนการของโพลยา มีคะแนนเฉลี่ยรวม 5 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.33 อยู่ในระดับดีเยี่ยม ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ปานพระจันทร์ จันทร์พรหม (2565) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยากับเกณฑ์ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 33 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กราฟและความสัมพันธ์เชิงเส้น 2) แบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 3) ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยาอยู่ในระดับมาก



การแสดงออกของนักเรียนต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน
 ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา โดยพิจารณาว่า โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง มีความเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่

ตัวอย่าง ผลงานนักเรียนที่ได้เขียนอธิบายได้อย่างครบถ้วน มีการอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา สิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์

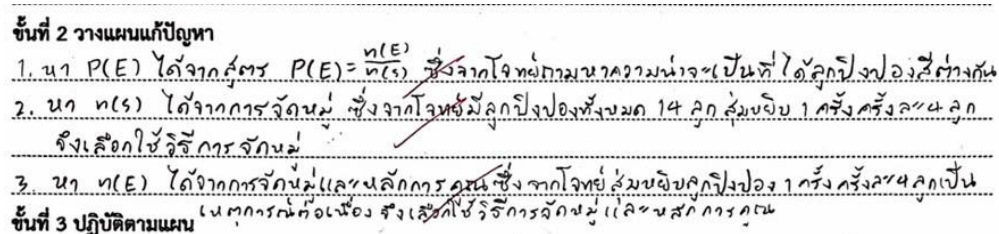


ภาพที่ 5 ผลงานของนักเรียนที่ได้เขียนขั้นการทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์

ตัวอย่าง ผลงานนักเรียนที่ได้เขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาแต่อย่างเดียวไม่ได้แยกเป็นส่วนที่ โจทย์ต้องการถามอะไร

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้ปัญหายังไง นักเรียนต้องมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา อย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งเป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์ กำหนดให้

ตัวอย่าง ผลงานนักเรียนที่ได้เขียนอธิบายวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนในสิ่งที่โจทย์ถามทั้งการหา $n(E)$, $n(S)$ และ $P(E)$



ภาพที่ 6 ผลงานของนักเรียนที่ได้เขียนการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ตัวอย่าง ผลงานนักเรียนที่ได้เขียนอธิบายขั้นการดำเนินการตามแผนได้อย่างถูกต้องครบถ้วน มีการอธิบายเป็นแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ที่สนใจ



ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน

① หา $n(5)$ ได้จาก $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

$$C_{14,4} = \frac{14!}{(14-4)!4!}$$

$$= \frac{14!}{10!4!}$$

$$= \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{10! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 7 \times 13 \times 11$$

$$\therefore n(5) = 7 \times 13 \times 11$$

② หา $n(E)$ ได้

ขั้นที่ 1 เลือกลูกโป่งสีเหลือง 4 ลูก = $C_{4,1}$

ขั้นที่ 2 เลือกลูกโป่งสีฟ้า 3 ลูก = $C_{3,1}$

ขั้นที่ 3 เลือกลูกโป่งสีเหลือง 5 ลูก = $C_{5,1}$

ขั้นที่ 4 เลือกลูกโป่งสีชมพู 2 ลูก = $C_{2,1}$

$$n(E) = 4 \times 3 \times 5 \times 2$$

③ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

$$= \frac{4 \times 3 \times 5 \times 2}{7 \times 13 \times 11}$$

$$= \frac{120}{1001}$$

ภาพที่ 7 ผลงานของนักเรียนที่ได้เขียนขั้นปฏิบัติตามแผนได้อย่างเข้าใจและถูกต้องครบถ้วน

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องย้อนกลับไปทีขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้

ตัวอย่าง ผลงานนักเรียนที่ได้เขียนอธิบายขั้นการตรวจสอบผลได้อย่างถูกต้องครบถ้วน มีการอธิบายถึงคำตอบที่ได้มา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

1. $n(S)$ ตรวจสอบได้จากกฎการคูณ ซึ่งโจทย์บอกว่า มีลูกโป่ง 4 + 3 + 5 + 2 = 14 ลูก สุ่มหยิบมาครั้งละ 4 ลูก จึงได้ $C_{14,4} = \frac{14!}{10!4!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{10! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 13 \times 11$

2. $n(E)$ ตรวจสอบได้จากการเลือกลูกบอลคน ซึ่งโจทย์บอกว่า เลือกลูกโป่งสีเหลือง 1 ลูก จาก 4 ลูก ได้ $C_{4,1}$ เลือกลูกโป่งสีฟ้า 3 ลูก จาก 3 ลูก ได้ $C_{3,1}$ เลือกลูกโป่งสีเหลือง 5 ลูก จาก 5 ลูก ได้ $C_{5,1}$ เลือกลูกโป่งสีชมพู 2 ลูก จาก 2 ลูก ได้ $C_{2,1}$ จะได้ $C_{4,1} \times C_{3,1} \times C_{5,1} \times C_{2,1} = 4 \times 3 \times 5 \times 2$

3. $P(E)$ ตรวจสอบได้จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

$$= \frac{4 \times 3 \times 5 \times 2}{7 \times 13 \times 11}$$

$$= \frac{120}{1001} \Rightarrow$$

ภาพที่ 8 ผลงานของนักเรียนที่ได้เขียนขั้นตรวจสอบผลได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. การจัดการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา ควรคำนึงถึงความเหมาะสมระหว่างเวลา กับ เนื้อหาสาระที่จะสอนในคาบนั้น
2. การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ควรมีการปฐมนิเทศผู้ร่วมศึกษาค้นคว้า นักเรียนให้เกิดความเข้าใจในขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ครูผู้สอนควรสังเกตนักเรียนกระตุ้นเสริมแรงให้กำลังใจนักเรียนและสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง ในขณะที่ทำกิจกรรมโดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหา



ของโพลยา เพื่อจะได้พัฒนาแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความต้องการและความสนใจของนักเรียนทำให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

4. เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนใหญ่ผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ จึงควรมีการสรุปบทเรียนทุกครั้งที่ทำกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการเปรียบเทียบระหว่างการสอน โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับการสอนโดยใช้สื่อ/นวัตกรรมอื่น ๆ เพื่อดูความแตกต่าง

2. ควรมีการเปรียบเทียบระหว่างการสอนแบบกลุ่มกับรายบุคคลด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่าง

เอกสารอ้างอิง

นพชัย ยอดโยม, ดลชนก พังนีย์, และ อุไรวรรณ ปานทโชติ. (2562). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ในการประชุมวิชาการระดับชาติ ครุศาสตร์ศึกษา ครั้งที่ 2. มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, พิษณุโลก.

ปานพระจันทร์ จันทร์พรหม. (2565). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา. วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชพฤกษ์, 8(1), 328-343.

ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). ผลการประเมิน PISA 2022. เข้าถึงได้จาก <http://pisathailand.ipst.ac.th/news-21/>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). คู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560-2579. กรุงเทพฯ: สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา.

Polya. (1957). How to solve it. Garden City New York: Doubleday.