



การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 โรงเรียนสตรีภูเก็ต

The Study of Mathematics Learning Achievement and Ability in Solving Mathematics Problems Using Polya's Problem Solving Process of Grade 8 Satreephuket School

ปานัสตา ทองขาว^{1*}, อนูวัตร จิรวัดนพานิช² และ จุฑามาศ ชูจันทร์³

Panutstar Thongkhaw^{1*}, Anuwat Jirawattanapanit² and Chuthamart Chuchan³

¹ นักศึกษาระดับปริญญาตรี, หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษา (วิชาเอกคณิตศาสตร์), มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

¹ Undergraduate Student, Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

² ผู้ช่วยศาสตราจารย์, สาขาวิชาการศึกษา (วิชาเอกคณิตศาสตร์), หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

² Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

³ อาจารย์, สังกัด กลุ่มวิชาศึกษาศาสตร์, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

³ Lecturer, Teaching Profession, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University.

*Corresponding author, E-mail: S6310357219@pkru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (2) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

กลุ่มเป้าหมาย นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2/10 จำนวน 42 คน โรงเรียนสตรีภูเก็ต สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง ปีการศึกษา 2566 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ข้อมูล โดยการศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยกึ่งทดลอง ซึ่งดำเนินการทดลองโดยใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มเดียวทดลองใช้ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา นอกจากนี้ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์หาค่าระดับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนคิดคะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละเทียบจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551

ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนักเรียน จำนวน 42 คน มีผลการเรียนรู้อ่อนเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 7.17 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.72 และมีผลการเรียนรู้หลังเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 12.60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.19 แสดงว่า คะแนนเฉลี่ยหลังจากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้



คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 42 คน พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นทำความเข้าใจ 5.93 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 98.80 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นวางแผนแก้ปัญหา 5.31 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 88.49 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นดำเนินการตามแผน 4.69 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.17 อยู่ในระดับดีมาก มีคะแนนเฉลี่ยขั้นตรวจสอบผล 4.02 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 67.06 ซึ่งอยู่ในระดับค่อนข้างดี และมีคะแนนเฉลี่ยรวม 4.99 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.13 อยู่ในระดับดีเยี่ยม

คำสำคัญ: ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

Abstract

The objectives of this research were (1) to study mathematics achievement using Polya's problem-solving learning arrangements, (2) to study students' ability to solve mathematical problems using Polya's problem-solving learning arrangements.

Target Group 42 Grade 2/10 students, Satee Phuket School, under the Phang Nga Secondary Education Area Office, Phuket, Ranong, Academic Year 2023 The tools used to collect data include learning management plans, achievement assessments. Mathematical problem-solving ability the data were analyzed in a quasi-experimental study. The experiment was conducted using a single-group trial scheme. Pre- and post-class achievement assessment using learning management based on Polya's problem-solving process. In addition, the researcher used the scores obtained from the mathematical problem-solving test to analyze the level of ability to solve mathematical problems using learning management based on Polya's problem-solving process. The average score after learning is based on the criteria for judging the performance of the mathematics learning subject group according to the core curriculum. Buddhist 2008.

The results of the research concluded that student achievement. The standard deviation was 5.72 and the average post-learning outcome was 12.60 points.

The math problem solving ability scores of 42 students showed an average score of 5.93 points in the comprehension stage, or 98.80 percent, which is excellent. The average score in the problem-solving planning stage was 5.31 points, or 88.49 percent, which is at an excellent level. The average score in the implementation phase of the plan was 4.69 points, or 78.17 percent, which is very good. The average score for the examination was 4.02 points, or 67.06 percent, which is quite good, and the overall average score was 4.99 points, or 83.13 percent, which is at an excellent level.

Keywords: Academic Achievement, Ability to Solve Mathematical Problems, Learning Management Based on Polya's Problem-Solving Process



บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน และสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างละเอียดรอบคอบ (วัชรวิ กายูจน์กิริติ, 2554) จากความสำคัญของคณิตศาสตร์กระทรวงศึกษาธิการจึงได้กำหนดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ขึ้นเพื่อมุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคนซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งร่างกายความรู้ คุณธรรม มีทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการเรียน การศึกษา ต่อการประกอบอาชีพ โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้ และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) โดยได้บรรจุคณิตศาสตร์ให้เป็น 1 ใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้หลักในหลักสูตร ถึงแม้ว่าการจัดการศึกษาให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์มากเพียงใดก็ตาม แต่ก็ยังไม่สามารถทำให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งจากการวิเคราะห์ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา พบว่า มีหลายปัจจัยที่ส่งผลต่อคุณภาพของการจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ความเข้าใจในจุดประสงค์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ความพร้อมของผู้เรียน วิธีสอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนหาผลลัพธ์หรือคำตอบเท่านั้น โดยไม่ได้ให้เหตุผลประกอบเพื่ออธิบายความ เป็นมาของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา เป็นต้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2549)

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง ซึ่ง โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท โดยในการสร้าง ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะต้องอาศัยการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล และที่สำคัญคือ ต้องปราศจากข้อขัดแย้ง ใด ๆ (กรมวิชาการ, 2545) เมื่อพิจารณาแล้วจะเห็นได้ว่า ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องอาศัย การให้เหตุผลเป็นสำคัญ ทำให้ทักษะการให้เหตุผลเป็นทักษะสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ ทักษะการให้เหตุผลนี้จะพุดเริ่มต้นที่จะน่านักเรียนไปสู่ความเข้าใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (Lucast, 2003) สอดคล้องกับการศึกษาในประเทศไทย โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี ได้ระบุในคู่มือการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 ว่า ทักษะการให้เหตุผลเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ เนื่องจากเป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งทักษะการให้เหตุผลนี้จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 นั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิด สร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ จากที่กล่าวมาทำให้เห็นได้ชัดว่า ทักษะการให้ เหตุผลเป็นทักษะสำคัญที่จะทำให้การศึกษาวินิจฉัยคณิตศาสตร์ประสบผลสำเร็จ และเป็นประโยชน์ต่อการ เรียนรู้ของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 จึงสมควรเป็นอย่างยิ่งที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผลให้เกิดขึ้นกับ ผู้เรียน ซึ่งเนื้อหาสาระในวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2560 แบ่งสาระการเรียนรู้ออกเป็น 3 สาระ คือ 1) จำนวนและพีชคณิต 2) การ วัดและเรขาคณิต และ 3) สถิติและความน่าจะเป็น แต่เนื้อหาสาระที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาทักษะ การให้เหตุผล คือ เนื้อหาสาระเกี่ยวกับเรขาคณิต เพราะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตต้องม การให้เหตุผลอ้างอิง เป็นการฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหา ฝึกให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล และนำไป ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (โกลม ไทศาล, 2540) ซึ่งนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้รับการ เรียนรู้และฝึกฝนทักษะการให้เหตุผลนี้ผ่านเนื้อหาสาระเรขาคณิต โดยการพิสูจน์และนำเสนอสมบัติหรือทฤษฎี



บททางเรขาคณิตไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560)

เรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งของคณิตศาสตร์ ที่เป็นพื้นฐานสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ประเทศไทยเริ่มนำเนื้อหาทางเรขาคณิตให้นักเรียนศึกษาตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษา เรขาคณิตเกิดขึ้นในอียิปต์โบราณเมื่อประมาณ 700 ปี ก่อนคริสต์ศักราช ชาวอียิปต์ และชาวบาบิโลนต่างสนใจเรขาคณิตในแง่การนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์แก่การดำรงชีวิต เช่น การวัดพื้นที่ การสร้างที่อยู่อาศัย เป็นต้น ปัจจุบันความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์อย่างมาก เราใช้เรขาคณิตเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เช่น ใช้เรขาคณิต ในการสำรวจพื้นที่ สร้างผังเมือง สร้างถนนหนทาง สิ่งก่อสร้างต่าง ๆ การสำรวจโลก และอวกาศ เรขาคณิตช่วยพัฒนาทักษะที่สำคัญหลายประการ เช่น การคิด การให้เหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ทักษะเชิงมิติสัมพันธ์ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ ซึ่งทักษะเหล่านี้เป็นพื้นฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ เช่น จำนวน การวัด ตลอดจน เนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้แขนงอื่น ๆ อีกด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2554)

จากประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่า ในบทที่ผ่านมาหรือภาคเรียนที่ผ่านมา นักเรียนทำคะแนนในการสอบย่อย สอบกลางภาค หรือสอบปลายภาคได้ค่อนข้างน้อย ซึ่งส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนน้อยตามไปด้วย

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957) เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับกันโดยทั่วไปและนิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยการใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาจะช่วยให้มองเห็นภาพรวมในการแก้ปัญหา และช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น โพลยาได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding The Problem) 2) การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan) 3) การดำเนินการแก้ปัญหตามแผน (Carry Out the Plan) และ 4) การตรวจสอบคำตอบ (Looking Back)

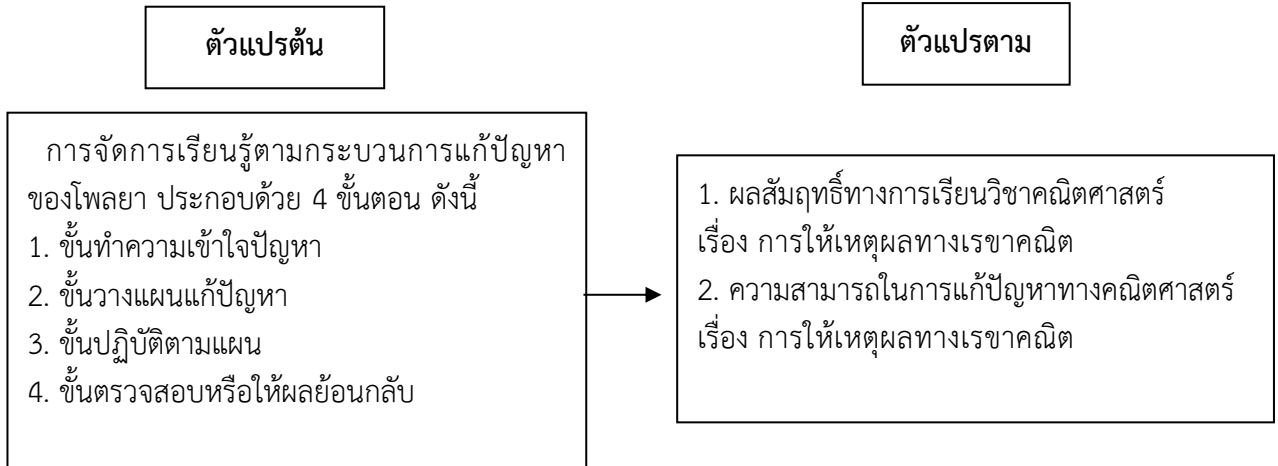
จากที่กล่าวมา ทำให้ผู้วิจัยสนใจในเรื่องของการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา



แนวคิด ทฤษฎี กรอบแนวคิด



วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมายใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/10 โรงเรียนสตรีภูเก็ต สังกัดสำนักงาน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาพังงา ภูเก็ต ระนอง ปีการศึกษา 2566 จำนวน 42 คน

2. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือเรียน รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) หน่วยที่ 4 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2.1.2 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

2.1.3 พิจารณาแบ่งเนื้อหา เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ออกเป็น 2 เรื่อง จำนวน 10 แผน ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 คาบ ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การจัดการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ลำดับที่	แผนการจัดการเรียนรู้	ลักษณะกิจกรรมการสอน	จำนวน (คาบ)
1	ข้อความคาดการณ์	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	2
2	การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	กระบวนการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา	8



2.1.4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนตามขั้นตอนจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ 4 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้โจทย์ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบผลลัพธ์ (Looking Back)

2.1.5 นำเสนอและปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้

2.1.6 นำไปใช้จัดการเรียนการสอน

2.2 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560)

2.2.2 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.2.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัดตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2.4 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ

2.2.5 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย รองหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนสตรีภูเก็ต และครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนสตรีภูเก็ต เป็นการตรวจสอบลักษณะการใช้คำถาม ตัวเลือก ซึ่งต้องมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดความถูกต้อง ทางด้านภาษา และความเที่ยงตรงด้านเนื้อหา โดยพิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับตัวชี้วัด (IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านจะให้คะแนนตามเกณฑ์ดังนี้

ให้ +1 แทน แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับตัวชี้วัด

ให้ 0 แทน ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับตัวชี้วัด

ให้ -1 แทน แน่ใจว่าข้อคำถามไม่สอดคล้องกับตัวชี้วัด

โดยจะนำผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนี ความสอดคล้อง เป็นรายข้อ (IOC) โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.50 – 1.00

2.2.6 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปปรับปรุงแก้ไข

2.2.7 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปเก็บข้อมูลกับกลุ่มเป้าหมาย

2.3 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.1 ศึกษาการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารต่าง ๆ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

2.3.2 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย 2 ข้อ รายละเอียดการให้คะแนนแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ตามเกณฑ์ดังนี้



ตารางที่ 2 เกณฑ์การประเมินผลแบบย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คำอธิบายคุณภาพ		
	ดี (3)	พอใช้ (2)	ปรับปรุง (1)
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ โจทย์	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ ปัญหา	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ เหมาะสม	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนของผิด	เลือกวิธีการส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตาม แผน ที่วางไว้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ ถูกต้อง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ ถูกต้อง เป็นบางครั้ง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ ถูกต้อง
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ	ตรวจคำตอบได้ถูกต้อง และสรุป ได้ตรงประเด็น	ตรวจคำตอบได้ถูกต้อง และสรุปได้บางประเด็น	ตรวจคำตอบได้เป็นบางส่วน หรือไม่ได้เลย

2.3.3 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบด้วย รองหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสตรีภูเก็ต และครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนสตรีภูเก็ต เป็นการตรวจสอบลักษณะการใช้คำถาม ความสอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดความถูกต้องทางด้านภาษา และความเที่ยงตรงด้านเนื้อหา โดยพิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับตัวชี้วัด (IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านจะให้คะแนนตามเกณฑ์

2.3.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไข

2.3.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปเก็บข้อมูลกับกลุ่ม

เป้าหมาย

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ชั้นเตรียมการ

3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ

3.1.2 สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 23 ข้อ เลือก 20 ข้อ

3.1.3 จัดทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

3.2 ชั้นเก็บรวบรวมข้อมูล

3.2.1 ทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย

3.2.2 ดำเนินการสอนโดยผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมแผนการจัดการเรียนรู้ 10 แผน จำนวน 10 คาบ



3.2.3 เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้จึงวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย

3.2.4 ตรวจให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นำผลคะแนนจากการตรวจสอบแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นแล้วนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์หาค่าทางสถิติ

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยกึ่งทดลอง ซึ่งดำเนินการทดลองโดยใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มเดียวทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยดังนี้

ตารางที่ 3 แบบแผนการวิจัย

ก่อนเรียน	ทดลอง	หลังเรียน
T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการทดลอง

T ₁	แทน	การทดสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง
T ₂	แทน	การทดสอบหลังการจัดกระทำทดลอง
X	แทน	การจัดกระทำกลุ่มทดลอง

นอกจากนี้ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาระดับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยวิเคราะห์เกณฑ์จากคะแนนสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลาง พุทธศักราช 2551 ซึ่งแบ่งเกณฑ์ออกเป็น 8 ระดับดังนี้

คะแนนร้อยละ 80 – 100	อยู่ในระดับดีเยี่ยม
คะแนนร้อยละ 76 – 79	อยู่ในระดับดีมาก
คะแนนร้อยละ 70 – 75	อยู่ในระดับดี
คะแนนร้อยละ 65 – 69	อยู่ในระดับค่อนข้างดี
คะแนนร้อยละ 60 – 64	อยู่ในระดับปานกลาง
คะแนนร้อยละ 55 – 59	อยู่ในระดับพอใช้
คะแนนร้อยละ 50 – 54	อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์
คะแนนร้อยละ 0 – 49	อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์



5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 สถิติที่ใช้สำหรับวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

5.1.1 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1) ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามกับตัวชี้วัด IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้

R แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนผู้เชี่ยวชาญแต่ละคน

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

5.1.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1) ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามกับตัวชี้วัด IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

R แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนผู้เชี่ยวชาญแต่ละคน

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

5.2 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

5.2.1 สถิติพื้นฐาน

- ร้อยละ
- ค่าเฉลี่ย
- ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนักเรียน จำนวน 42 คน มีผลการเรียนรู้ก่อนเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 7.17 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.72 และมีผลการเรียนรู้ หลังเรียนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 12.60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.19 แสดงว่า คะแนนเฉลี่ยหลังจากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 42 คน พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยในขั้นทำความเข้าใจ 5.93 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 98.80 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นวางแผนแก้ปัญหา 5.31 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 88.49 อยู่ในระดับดีเยี่ยม มีคะแนนเฉลี่ยในขั้นดำเนินการตามแผน 4.69 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.17 อยู่ในระดับดีมาก มีคะแนนเฉลี่ยขั้นตรวจสอบผล 4.02 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 67.06 ซึ่งอยู่ในระดับค่อนข้างดี และมีคะแนนเฉลี่ยรวม 4.99 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.13 อยู่ในระดับดีเยี่ยม



สรุปและอภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา พบว่า อาจเป็นผลเนื่องมาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/10 จำนวน 42 คน ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสอดคล้องกับ เบญจพร สว่างศรี (2563) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อ 1) หาคคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง คณะบริหารธุรกิจและเทคโนโลยีสารสนเทศ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 24 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 5 ชนิด คือ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ 3) แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ 4) แบบสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ 5) แบบบันทึกพฤติกรรมทางการเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ คือ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบแบบที ผลการวิจัยพบว่า 1) แผนการจัดการเรียนรู้มีคุณภาพอยู่ระดับมาก 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 3) นักศึกษาเห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเหมาะสม ข้อค้นพบจากงานวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปได้ว่า การเลือกใช้สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ที่ไม่เป็นทางการ ในการหาคำตอบเป็นจุดเริ่มต้นของการสร้างองค์ความรู้ เป็นแนวทางส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี อาจเป็นผลเนื่องมาจากความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/10 จำนวน 42 คน โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีคะแนนเฉลี่ยรวม 4.99 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.13 อยู่ในระดับดีเยี่ยม และสอดคล้องกับ ผลงานวิจัยของ วิไลวรรณ สุระวนิชกุล และ มนตรี ทองมูล (2562) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม โดยกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/11 โรงเรียนสารคามพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 8 แผนการจัดการเรียนรู้ และ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประเภทอัตนัย ซึ่งมีขั้นตอนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา จำนวน 4 ข้อ และ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งผลการวิจัยปรากฏดังนี้



ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยา เรื่อง เลขยกกำลังและฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พบว่า หลังจบวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 35.06 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.05 ของคะแนนเต็ม ซึ่งนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 มีจำนวนทั้งสิ้น 28 คน คิดเป็นร้อยละ 87.50 ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 การจัดการเรียนรู้ตามกรอบแนวคิดของโพลยา ควรคำนึงถึงความเหมาะสมระหว่างเวลากับเนื้อหาสาระที่จะสอนในคาบนั้น

1.2 การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ก่อนเริ่มสอนควรมีการอธิบายวิธีการสอนของโพลยาอย่างชัดเจนแก่นักเรียนให้เกิดความเข้าใจในขั้นตอนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3 ครูผู้สอนควรสังเกตนักเรียน กระตุ้นเสริมแรงให้กำลังใจนักเรียน และสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเองในขณะที่ทำกิจกรรมโดยใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อจะได้พัฒนาแผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความต้องการและความสนใจของนักเรียน ทำให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

1.4 เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ส่วนใหญ่ผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ จึงควรมีการสรุปทบทวนทุกครั้งที่ทำกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการเปรียบเทียบระหว่างการสอน โดยใช้แผนการจัดการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับการสอนโดยใช้สื่อ/นวัตกรรมอื่น ๆ เพื่อดูความแตกต่าง

2.2 ควรมีการเปรียบเทียบระหว่างการสอน แบบกลุ่มกับรายบุคคลด้วยแผนการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่าง

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ:

โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

โกลม ไทศาล. (2540). การพัฒนาการเรียนการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษาศาสตร์บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.



- เบญจพร สว่างศรี. (2563). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์. วารสารศิลปศาสตร์ราชมงคล สุวรรณภูมิ, 4(1), 56-68.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราชา. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์. (2549). การสอนคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 7). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราชา.
- วัชร กัญจน์กীরติ. (2554). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. เพชรบุรี: สาขาคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี, เพชรบุรี.
- วิไลวรรณ สุระวนิชกุล และ มนตรี ทองมูล. (2562). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโพลยาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. Journal of Educational Measurement Mahasarakham University, 25(2), 226-238.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2554). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- Lucast, E. K. (2003). Proof as method: A new case for proof in mathematics curricular. Master thesis. Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA.
- Polya, G (1957). How to solve it: A new aspect of mathematical method. New York: Doubleday and Company Garden City.