การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

THE 7th GRADE STUDENTS' MATHEMATICAL REASONING BY USING OPEN-ENDED PROBLEMS

สุวรรณา รักษา[1] สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย[2,*]

SUWANNA RAKSA[1], SUDATIP HANCHERNGCHAI[2]

[1 2]สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ภูเก็ต

[1 2]Department of Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University, Phuket

s6310357229@pkru.ac.th and sudatip_h@pkru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ คือ กรณีศึกษาเดียว กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 35 คน ของโรงเรียนขยายโอกาสในจังหวัดภูเก็ต เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต จำนวน 6 แผน กล้องบันทึกวีดิทัศน์และเสียง เก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โดยการบันทึกวีดิทัศน์และเสียง ข้อมูลวิจัย ได้แก่ ข้อความในรูปโพรโทคอลและผลงานของนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์โพรโทคอล การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและการบรรยายเชิงวิเคราะห์

ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย นักเรียนใช้การสังเกต คาดการณ์วิธีการแก้ปัญหา นำความรู้ที่เรียนมาก่อนหน้ามาใช้ในการแก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้เพื่อสนับสนุนผลลัพธ์ของตนเอง 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย นักเรียนอภิปรายและโต้แย้งแนวคิดของตนเองกับเพื่อนโดยนำความรู้เดิมที่เคยเรียนก่อนหน้ามาให้เหตุผล นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีความกล้าคิดแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองและให้เหตุผลประกอบแนวคิดของตนเอง

คำสำคัญ: การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ปัญหาปลายเปิด นักเรียน

Abstract

The purpose of this research was to analyze the 7th-grade students' mathematical reasoning by using open-ended problems. A qualitative method, single case study, was used in this research. The target group was the 7th-grade students 35 people from the Opportunity Expansion School in Phuket province. Research tools were the 6 lesson plans, video, and IC recorder. Data were collected in the first semester of, the 2023 academic year by recording video and voice. Data were protocol and students' worksheets. Protocol, content analysis, and descriptive analysis.

The result revealed that when given open-ended problem situations in the classroom, students used two types of mathematical reasoning: 1) inductive reasoning, students anticipated the solutions and applied their prior knowledge to solve the problem situations, and 2) deductive reasoning, students discussed and argued their ideas with their peers, utilized their prior understanding to reasonable. Additionally, it was discovered that pupils were bold enough to solve difficulties on their own and justify their solutions.

Keywords: Mathematical Reasoning, Open-Ended Problems, Students

1. ความเป็นมาของปัญหา

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และสามารถใช้แนวคิดและการดำเนินทางคณิตศาสตร์ได้อย่างยืดหยุ่นเพื่อสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีก่อนหน้านี้ขึ้นมาใหม่ (Brodie, 2010 as cited in Herbert & Williams, 2023) สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher Mathematics [NCTM], 2000) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งทำให้การให้เหตุผลเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญและกิจกรรมหลักอย่างหนึ่งในการเรียนการสอน ดังนั้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กลายเป็นส่วนสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในหลายประเทศ ดังจะเห็นได้หลายประเทศได้มีการนำกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ อย่างการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารบรรจุไว้ในหลักสูตร (Hjelte, Schindler & Nilsson, 2020 อ้างถึงใน สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และประภัสสร สุขภาส, 2566) การออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ มีอิสระในการคิดและให้เหตุผลได้ด้วยตัวเอง นักเรียนจำเป็นต้องให้คุณค่ากับแนวคิดและครูเป็นผู้รับฟังเหตุผลของนักเรียน (ลัดดาวัลย์ บวรศักดิ์, อาริยา สุริยนต์ และ สฤษดิ์ ศรีขาว, 2566)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดและการให้เหตุผลคือปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีลักษณะสำคัญคือกระบวนการเปิด ผลลัพธ์เปิดและสามารถพัฒนาเป็นปัญหาใหม่ได้ (Nohda, 2000) ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างเต็มตามศักยภาพ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถมีประสบการณ์ที่ยาวนานในการแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ปัญหาปลายเปิดยังสามารถทำให้นักเรียนพัฒนาตนเองทั้งในด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ และองค์ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ในระหว่างการทำการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนทุกคนควรจะมีอิสระในการเรียนรู้ รวมทั้งอิสระในการคิดเพื่อความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของตนเอง (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546; 2565)

จากการฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูพบว่า การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังคงประสบกับปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนขาดการแสดงแนวคิด การอ้างอิงข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหรือการแสดงกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อสนับสนุนสิ่งที่นักเรียนต้องการอธิบายได้ไม่สมเหตุสมผล และนักเรียนคุ้นเคยกับการเรียนแบบเดิมที่ครูสอนเนื้อหา บนกระดานให้นักเรียนทำตาม เน้นการบรรยายมากกว่าที่เน้นลงมือปฏิบัติ ด้วยเวลาที่จำกัดแต่เนื้อหาตามหลักสูตรที่มีมาก ทำให้ครูต้องสอนให้จบเนื้อหา เพื่อให้นักเรียนได้เรียนเนื้อหาให้จบตามหลักสูตร ส่งผลให้ผู้เรียนรู้ โดยไม่เน้นให้เกิดกระบวนการคิด ตัดสินใจ การค้นคว้าความรู้ และการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น หรือมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ ส่งผลให้ขาดทักษะกระบวนการที่สำคัญในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ขาดทักษะในการแสวงหาความรู้ การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนร่วมห้อง และการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทำให้ผู้เรียนขาดความคิดรวบยอด การแก้ปัญหา เขียนอธิบายไม่ได้ แสดงให้เห็นถึงการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการท่องจำ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด อธิบายเหตุผลได้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลและเพื่อพัฒนาศักยภาพการเรียนรู้ของนักเรียนต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. วัตถุประสงค์

เพื่อวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

3. วิธีการดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 จำนวน 35 คน โรงเรียนถลางพระนางสร้าง รูปแบบการวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ คือ กรณีศึกษาเดียว เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เครื่องบันทึกวีดิทัศน์และเสียง ข้อมูลวิจัยที่นำมาวิเคราะห์ ข้อมูลผลงานนักเรียน ข้อมูลจากการบันทึกวีดิทัศน์และเสียง ก่อนการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้นำปัญหาปลายเปิดไปทดลองใช้ในชั้นเรียน จำนวน 5 ชั่วโมง และเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 6 แผน หลังการเก็บข้อมูล ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการถอดโพรโทคอล และผลงานนักเรียนมาใช้ในการดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล โดยการวิเคราะห์โพรโทคอล ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ ข้อมูลจากการบันทึกวีดิทัศน์ ผลงานนักเรียนเป็นงานเขียนของนักเรียน ที่ทำในระหว่างการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาปลายเปิดมาดำเนินการวิเคราะห์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ผลการวิจัย

การวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลจากการถอดโพรโทคอล ดังตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การพิสูจน์เส้นตั้งฉากและเส้นขนานและรู้จักมุม

กิจกรรมนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนพิสูจน์เส้นตั้งฉากและเส้นขนานและรู้จักมุม โดยครูเริ่มต้นด้วยการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการถามคำถาม “นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้างในห้องเรียนของเราที่เป็นเส้นตั้งฉาก” จากนั้นครูเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น 1-4 เป็นเส้นตั้งฉาก” และแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนพิสูจน์และนำเสนอหน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 2 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น a - g ขนานกัน” โดยการถามคำถาม “นักเรียนสังเกตเห็นอะไรที่เป็นเส้นขนานบ้างในห้อง” ครูชี้แจงสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และแจกใบกิจกรรม ให้นักเรียนลงมือพิสูจน์เส้นขนานลงในใบกิจกรรม และนักเรียนตัวแทนขึ้นนำเสนอหน้าชั้นเรียน และครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 3 “เส้น a, b และ c ขนานกัน ขนาดของมุม d, มุม e, มุม f, และมุม g เป็นเท่าไร” ให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูสังเกตแนวคิดของนักเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองและอภิปรายร่วมกันและสรุปตามลำดับ

จากการวิเคราะห์แนวคิดของนักเรียนในกิจกรรมนี้ พบว่า นักเรียนมีวิธีการพิสูจน์ในใบกิจกรรม ดังนี้

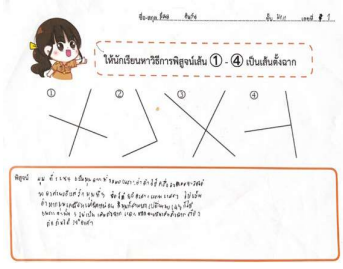
4.1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย ของสถานการณ์ปัญหาที่ 1 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น 1-4 เป็นเส้นตั้งฉาก”

T : นักเรียนคิดว่าเส้น 1-4 เส้นไหนเป็นเส้นตั้งฉาก

S1 : *จากการสังเกต เส้น 1,2,4 ยกเว้น 3*

จากการวิเคราะห์โพรโทคอลข้างต้น พบว่า จากคำถาม “เส้น 1-4 เส้นใด เป็นเส้นตั้งฉาก” นักเรียนมีวิธีการพิสูจน์โดยการสังเกตเป็นลำดับแรกและคาดเดาคำตอบและนักเรียนสรุปว่า “เส้น 1,2,4 เป็นเส้นตั้งฉาก ยกเว้น 3” ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการให้เหตุผลแบบอุปนัย

4.1.2 การให้เหตุผลเชิงนิรนัย ของสถานการณ์ปัญหาที่ 1 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น 1-4 เป็นเส้นตั้งฉาก”



มุมที่ 1,2,4 เป็นมุมฉากเพราะว่าใช้ครึ่งวงกลมจะวัดได้ 90 องศาพอดี แต่ว่ามุมที่ 3 วัดได้ 80 องศาแทน แสดงให้เห็นว่าหากมุมเคลื่อนแค่นิดหน่อย มุมก็สามารถเปลี่ยนไปเลยก็ได้เพราะฉะนั้น 3 ไม่เป็นเส้นตั้งฉาก และหากจะเป็นเส้นตั้งฉากต้องตัดกันได้ 90 องศา

รูปที่ 1 แสดงการพิสูจน์โดยใช้ครึ่งวงกลม

S1 : สามารถใช้ครึ่งวงกลมในการพิสูจน์ได้

T : เรารู้ได้อย่างไรว่าเป็นเส้นตั้งฉาก

S2 : *เพราะว่ามีมุม 90 องศา*

T : นอกจากครึ่งวงกลมนักเรียนสามารถใช้อะไรในการพิสูจน์ได้อีกคะ

S3 : ใช้ไม้ฉาก

S4 : *รูปที่ 1,2,4 ใช้ครึ่งวงกลม และไม้ฉากในการวัด 90 องศา จึงเป็นเส้นตั้งฉาก แต่รูปที่สาม ใช้ครึ่งวงกลมและไม้ฉากวัดไม่ได้ 90 องศา จึงไม่เป็นเส้นตั้งฉาก*

S5 : *เส้นตรงต้องตัดกันให้ได้มุม 90 องศา*

จากการวิเคราะห์แนวคิดและโพรโทคอลข้างต้น พบว่า นักเรียนสามารถพิสูจน์เส้นตั้งฉากได้ โดยการอาศัยความรู้เรื่องมุมฉาก นักเรียนมีการอธิบายว่า *“เส้นตรงตัดกันมีขนาดมุม 90 องศา จึงเป็นเส้นตั้งฉาก” “รูปที่ 1,2,4 ใช้ครึ่งวงกลม และไม้ฉากในการวัด 90 องศา จึงเป็นเส้นตั้งฉาก แต่รูปที่สาม ใช้ครึ่งวงกลมและไม้ฉากวัดไม่ได้ 90 องศา จึงไม่เป็นเส้นตั้งฉาก”* แสดงให้เห็นว่า นักเรียน มี การให้เหตุผลแบบนิรนัย

หลังจากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 2 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น a - g ขนานกัน” ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

4.1.3 การให้เหตุผลแบบอุปนัย ของสถานการณ์ปัญหาที่ 2 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น a - g ขนานกัน”

T : นักเรียนสังเกตเห็นอะไรที่เป็นเส้นขนานบ้างในห้องเรียน

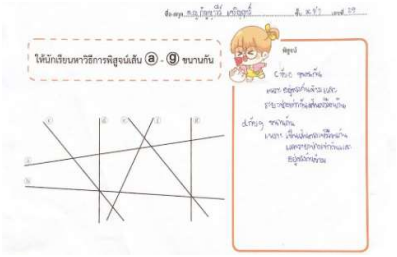
S1 : *หน้าต่าง ประตู TV กระดานดำ โต๊ะ*

T : TV ขนานยังไงคะ

S2 : *ขอบ TV ด้านบนขนานกับขอบด้านล่าง และ ขอบด้านซ้ายขนานกับขอบด้านขวา*

จากการวิเคราะห์โพรโทคอลข้างต้น พบว่า จากคำถาม “นักเรียนสังเกตเห็นอะไรที่เป็นเส้นขนานบ้างในห้อง” นักเรียนได้สังเกตห้องเรียนและคาดเดาคำตอบดังนี้ *“หน้าต่าง ประตู TV กระดานดำ โต๊ะ”* และจากคำถาม “TV ขนานยังไงคะ” นักเรียนสามารถสรุปแยกเป็น 2 แบบได้ว่า *“ขอบ TV ด้านบนขนานกับขอบด้านล่าง และ ขอบด้านซ้ายขนานกับขอบด้านขวา”* ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการให้เหตุผลแบบอุปนัย

4.1.4 การให้เหตุผลเชิงนิรนัย ของสถานการณ์ปัญหาที่ 2 “ให้นักเรียนหาวิธีการพิสูจน์เส้น a - g ขนานกัน”



รูปที่ 2 แสดงการพิสูจน์เส้น a - g ขนานกัน

S1 : เส้น d ขนาน กับ เส้น g และ เส้น c ขนานกับ เส้น e เพราะว่าเส้นตรงกันยาวไปทางเดียวกัน และไม่มีจุดตัดกัน จุดจบของเส้นแล้วแต่ว่าเราใช้ส่วนของเส้นตรง หรือ เส้นตรง

S2 : c ขนานกับ e เพราะว่าอยู่ตรงข้ามกัน

S3 : *และระยะห่างเท่ากัน*

S4 : *มีแนวเดียวกัน เป็นเส้นตรงเหมือนกัน*

T : ดังนั้นเส้นขนานมีลักษณะอย่างไรคะ

S1 : *ตรงข้ามกัน*

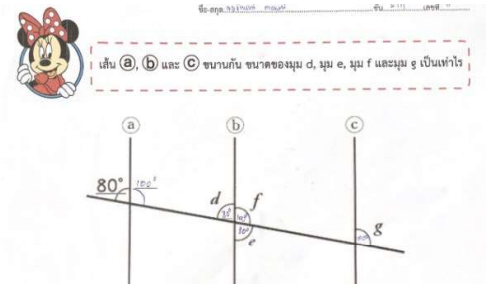
S2 : *ระยะห่างเท่ากัน*

S3 : *ไม่ตัดกัน*

จากการวิเคราะห์แนวคิดและโพรโทคอลข้างต้น พบว่า นักเรียนมีความรู้เดิมเกี่ยวกับเส้นขนาน *“เส้นตรงกันยาวไปทางเดียวกัน และไม่มีจุดตัดกัน ระยะห่างเท่ากัน”* นำมาใช้ในการพิสูจน์เส้นขนานแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการให้เหตุผลแบบนิรนัย ดังโพรโทคอลข้างต้น

หลังจากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 3 “เส้น a, b และ c ขนานกัน ขนาดของมุม d, มุม e, มุม f, และมุม g เป็นเท่าไร” ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

4.1.5 การให้เหตุผลเชิงนิรนัย ของสถานการณ์ปัญหาที่ 3 “เส้น a, b และ c ขนานกัน ขนาดของมุม d, มุม e, มุม f, และมุม g เป็นเท่าไร”



รูปที่ 3 แสดงการหาขนาดของมุม

S1 : ใช้ครึ่งวงกลมวัด d = 80 องศา f = 100 องศา e= 80 องศา g = 100 องศา

T : ได้ขนานมุมเท่าของเพื่อนไหมคะ

S3 : เท่ากันครับ

T : ใช้อะไรวัด

S2 : ใช้สายตาวัด มองเส้น *คิดจากเส้นตรง 180 องศา มีมุม 80 องศามาให้แล้ว อีกฝั่งก็ต้องเป็น 100 องศา ดังนั้นมุม d = 80 องศา มุม e = 80 องศา มุม f = 100 องศา*

T : รู้ได้ยังไงว่ามุม d = 80 องศา และมุม e = 80 องศา

S2 : เพราะว่าอยู่บนเส้นตัดเดียวกัน *มุม f = 100 องศา เพราะว่ารวมกับมุม d จะได้ 180 องศา คือเส้นตรง มุม e เป็นมุมตรงข้าม กับมุม d*

จากการวิเคราะห์แนวคิดและโพรโทคอล พบว่า นักเรียนมีความรู้เดิมจากที่เรียนผ่านมาแล้ว มาสนับสนุนคำตอบของนักเรียนเรื่อง มุมตรง ดังคำพูด *“คิดจากเส้นตรง 180 องศา มีมุม 80 องศา มาให้แล้ว อีกฝั่งก็ต้องเป็น 100 องศา ดังนั้น มุม d = 80 องศา มุม e = 80 องศา มุม f = 100 องศา”* และ *“มุม f = 100 องศา เพราะว่ารวมกับมุม d จะได้ 180 องศา คือเส้นตรง”* มุมตรงข้าม ดังคำพูด *“มุม e เป็นมุมตรงข้าม กับมุม d”* แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการให้เหตุผล แบบนิรนัย

ตารางที่ 1 แสดงค่าร้อยละการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ที่	แผนการจัดการเรียนรู้	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
		การให้เหตุผลแบบอุปนัย	การให้เหตุผลแบบนิรนัย	
1	การพิสูจน์เส้นตั้งฉากและเส้นขนานและรู้จักมุม	31%	26%	43%
2	ให้นักเรียนสร้างเส้นตั้งฉากและเส้นขนานโดยใช้สันตรงและไม้ฉาก	-	34%	66%
3	ให้นักเรียนใช้วงเวียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้	60%	-	40%
4	สร้างรูปหกเหลี่ยม	51%	14%	35%
5	การสร้างเส้นตั้งฉาก โดยใช้สันตรงและวงเวียน	55%	20%	25%
6	เปรียบเทียบการสร้างเส้นตั้งฉาก	42%	35%	23%

จากตารางที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ถึง 6 พบว่า นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย และไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย 31% การให้เหตุผลแบบนิรนัย 26% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 43% แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 มีการให้เหตุผลแบบนิรนัย 34% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 66% แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย 60% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 40% แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย 51% มีการให้เหตุผลแบบนิรนัย 14% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 35% แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย 55% มีการให้เหตุผลแบบนิรนัย 20% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 25% แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย 42% มีการให้เหตุผลแบบนิรนัย 35% ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 23%

5. การอภิปรายและสรุปผล

5.1 การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิดทั้ง 6 กิจกรรม นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภท ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย หมายความว่า ชั้นเรียนที่จัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด นักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองจากความรู้ที่มีหรือความรู้ที่เกิดขึ้นใหม่จากการสังเกต วิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดการคาดการณ์วางแผนแก้ปัญหาของนักเรียนจนนำไปสู่ข้อสรุป ที่นักเรียนบอกได้ว่ามีที่มาของคำตอบอย่างชัดเจนจากเหตุผลที่นักเรียนนำมาอ้างอิง นักเรียนสามารถหาข้อความแสดงสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ โดยสามารถเขียนข้อความอ้างอิง พูด เพื่อสนับสนุนสิ่งที่ต้องการอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนที่ไม่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการเขียนอธิบายเหตุผลแต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะอธิบายเหตุผลในการสนับสนุนความคิดของตนเองเพิ่มมากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และประภัสสร สุขพาส (2566) ได้วิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบผสมผสานด้วยวิธีการแบบเปิด ผลวิจัยพบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบผสมผสานด้วยวิธีการแบบเปิด มี 4 อุปนิสัย ดังนี้ 1) อุปนิสัยการการวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนมองเห็นแบบรูปของการเท่ากันของจำนวน ในแต่ละกลุ่มแล้วนำมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์การคูณเป็นอุปนิสัยที่พบในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ 2) อุปนิสัยการนำเครื่องมือหรือวิธีการไปใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนอธิบายและใช้วิธีการเรียนก่อนหน้ามาแก้ปัญหา 3) อุปนิสัยการเชื่อมโยงตัวแสดงแทนที่แตกต่างกัน นักเรียนแสดงแทนตัวเลขหรือรูปภาพด้วยบล็อก และ 4) อุปนิสัยการไตร่ตรองวิธีการแก้ปัญหาโดยพิจารณาความสมเหตุสมผล นักเรียนมีการถกเถียงหรือโต้แย้งในสิ่งที่ตนเองเข้าใจ และยอมรับหากสิ่งที่ตัวเองนำเสนอนั้นไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ อนัญดา บุตรหลำ, นิธิดา วิ่งชิงชัย และ จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน (2566) ได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ทำให้นักเรียน (1) มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น (2) มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 มีจำนวน 18 คน จาก 22 คน คิดเป็นร้อยละ 81.82 และมีคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนเฉลี่ย มีค่าเท่ากับ 16.32 คิดเป็นร้อยละ 81.59 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) มีค่าเท่ากับ 2.51 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ (3) มีความพึงพอใจต่อวิธีการแบบเปิด โดยรวมอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 2.95, S.D.=0.15)

5.2 สรุปผลการวิจัย

ตารางที่ 2 แสดงการสรุปผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ที่	แผนการจัดการเรียนรู้	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		การให้เหตุผลแบบอุปนัย	การให้เหตุผลแบบนิรนัย
1	การพิสูจน์เส้นตั้งฉากและเส้นขนานและรู้จักมุม	/	/
2	ให้นักเรียนสร้างเส้นตั้งฉากและเส้นขนานโดยใช้สันตรงและไม้ฉาก	-	/
3	ให้นักเรียนใช้วงเวียนสร้างรูปตามที่กำหนดให้	/	-
4	สร้างรูปหกเหลี่ยม	/	/
5	การสร้างเส้นตั้งฉาก โดยใช้สันตรงและวงเวียน	/	/
6	เปรียบเทียบการสร้างเส้นตั้งฉาก	/	/

ผลการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การสร้างทางเรขาคณิต พบว่าในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-6 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภท คือ 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย นักเรียนใช้การสังเกต และการคาดเดา มาสรุปเป็นความรู้ในการสนับสนุนคำตอบ 2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย นักเรียนใช้ความรู้เดิมของนักเรียนที่เคยเรียนก่อนหน้าเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาให้เหตุผล แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประเภทที่ 2 คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย นักเรียนใช้ความความรู้ที่มีอยู่แล้วและความรู้จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 มาใช้ในการแก้ปัญหา จึงไม่มีการให้เหตุผลแบบอุปนัย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประเภทที่ 1 คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ในกิจกรรมนี้ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกใช้วงเวียน นักเรียนได้รู้จักสังเกตและคาดการณ์วางแผนการแก้ปัญหา แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภท คือ 1.การให้เหตุผลแบบอุปนัย 2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เช่นเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนแสดงออกโดยการสนทนาแลกเปลี่ยนความรู้กัน และจากผลงานของนักเรียน

6. เอกสารอ้างอิง

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2546). *การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2565). *กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Process of problem solving in school mathematics)* (พิมพ์ครั้งที่ 2). ขอนแก่น: บริษัท ไอ-ปริ้นท์ ดีไซน์ จำกัด.

ลัดดาวัลย์ บวรศักดิ์, อาริยา สุริยนต์ และสฤษดิ์ ศรีขาว. (2566). *การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด*. มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา, *18*(3), 54-63.

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และประภัสสร สุขพาส. (2566). *การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบผสมผสานด้วยวิธีการแบบเปิด*. นาคบุตรปริทรรศน์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช, *15*(2), 95-105.

อนัญดา บุตรหลำ, นิธิดา วิ่งชิงชัย และจุฬาลักษณ์ ใจอ่อน. (2566). *ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด*. ใน วิทัศ ดิษยะศริน สัตยารักษ์ (บ.ก.), *การประชุมหาดใหญ่วิชาการระดับชาติและนานาชาติ ครั้งที่ 14* (น.1534-1547). มหาวิทยาลัยหาดใหญ่.

Herbert, S. & Williams, G. (2023). Eliciting mathematical reasoning during early primary problem solving. *Mathematics Research Journal, 35*(1), 77-103.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards.* Reston, VA: NCTM.

Nohda, N. (2000). Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom. *Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 39-54). Japan: Hiroshima University.