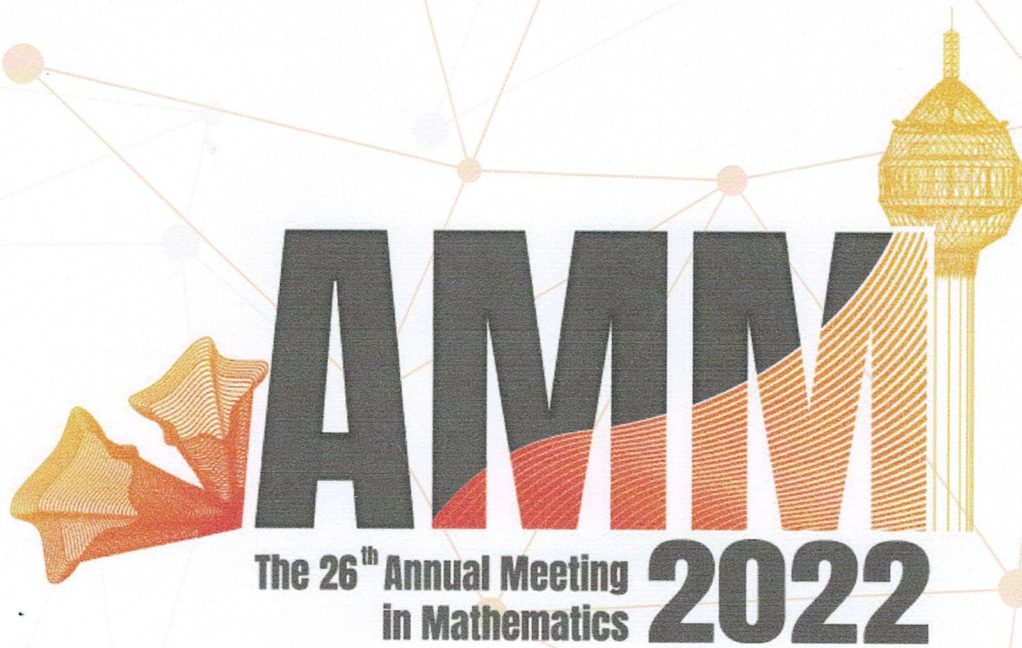


The 26th Annual Meeting in Mathematics
and
The 1st International Annual Meeting in Mathematics 2022
(AMM 2022)

Conference Proceedings



“ Frontiers in Mathematics for Smart and Sustainable Development ”
คณิตศาสตร์แนวหน้าสำหรับการพัฒนาแบบฉลาดและยั่งยืน

May 18-20, 2022

การจัดประชุมวิชาการนานาชาติ ครั้งที่ 1
จัดโดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์
ร่วมกับ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
และสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา



สารบัญ – Table of Contents

01 Algebra and Number Theory (AN)

AN-N-01	Solutions to a Quadratic Equation over Finite Fields <i>Puchong Wongkumpra and Detchat Samart</i>	1
AN-N-08	The Weak First Exponential Law of Mixed Product of n -ary Hyperalgebras Carried by Good Homomorphisms <i>Nitima Phrommarat and Thanwarat Butsan</i>	12
AN-N-10	Iterative Algorithm for Polynomial Modular Inversion Modulo $x^{p^r} - 1$ Over Finite Field of order p <i>Samakorn Sripatthanakul and Wutichai Chongchitmate</i>	21

02 Geometry and Graph Theory (GG)

GG-N-01	Some Families of Self-Clique Graphs whose Clique Size Sequence is $(2, \dots, 2, 3, 3, 3)$ <i>Sajika Tubtim, Sirirat Singhun and Ratinan Boonklurb</i>	27
GG-N-02	Charges of Semistandard Young Tableaux of Certain Shapes and Contents <i>Nattanon Tualue and Ouamporn Phuksuwan</i>	36

04 Differential Equations and Dynamical Systems (DE)

DE-N-01	Algebraic Independence of Solutions of Certain Second Order Homogeneous Linear Differential Equations with Linear Coefficients <i>Phisitphong Ketrat and Vichian Laohakosol</i>	50
DE-N-03	Beyond Quenching Profile for Singular Semilinear Parabolic Problem With Mixed Boundary Conditions <i>Benjamin Thaitavorn and Ratinan Boonklurb</i>	62

05 Mathematical Modeling and Numerical Mathematics (MN)

MN-N-01	Numerical Simulation of Water Quality in a Couple of Ponds of Shrimp Farming <i>Nattinee Sittijinda and Nopparat Pochai</i>	70
---------	---	----

MN-N-02	A Non-Dimensional Mathematical Model of Shoreline Evolution with a Groin Structure <i>Surasak Manilam and Nopparat Pochai</i>	81
MN-N-03	การเลือกตำแหน่งที่ตั้งและจำนวนหัวขาร์จของรถยนต์ไฟฟ้าที่เหมาะสมในกรุงเทพมหานคร <i>ณิชากร ชัยบัญชาภิกจ, พศิกาญจน์ ทับประดง, ณีภูษณ์ เหลืองสวัสดิ์พร, และ สายฝน จาตุรันตบุตร</i>	90
MN-N-05	แบบจำลองการแพร่กระจายผู้ติดเชื้อโควิด-19 ภายใต้ภาวะควบคุมการระบาดด้วยการฉีดวัคซีน <i>ธนาทร อินทรปัญญา, อภิชาติ ศุภธณี, สิทธิพร ภัทรดิลกรัตน และ กิติพร พลายมาศ</i>	115
MN-N-06	A Mathematical Model for Measuring Carbon Dioxide Concentration in a Bus Due to Passengers Breathing <i>Jenjira Sooknum and Nopparat Pochai</i>	132
MN-N-07	Numerical Algorithm Based on Finite Integration Method Using Shifted Chebyshev Expansion for Solving Moving Boundary Problems <i>Warunya Wong-u-ra and Ratinan Boonklurb</i>	141
MN-N-08	The Simplex Method with the Minimal Angle Jump for Solving Linear Programming Problems <i>Monsicha Tipawanna and Krung Sinapiromsaran</i>	153
MN-N-09	โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและ การประยุกต์ใช้โปรแกรมภาษา C++ เพื่อช่วยใน การหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์ <i>อมรรัตน์ สุริยวิจิตรเศรษฐี และ เจษฎา ตัณฑนุช</i>	163
06 Probability Theory (PR)		
PR-N-01	การเปรียบเทียบการทดสอบค่ากลางของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน เมื่อตัวอย่างที่ขนาดเล็มาก <i>มนต์นภา พงษ์พรรณากุล และ วนิตา พงษ์ศักดิ์ชาติ</i>	176
PR-N-02	An Improvement of the Error Bound of Local Limit Theorems for Sums of Independent Lattice Random Variables <i>Punyapat Kammoo, Kritsana Neammanee and Kittipong Laipaporn</i>	187

PR-N-03	Poisson Approximation for Sums of Independent Non-Negative Integer-valued Random Variables <i>Supavit Kiatteerarat, Kritsana Neammanee and Suporn Jongpreechaharn</i>	197
PR-N-04	การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภาพกล่องสำหรับการตรวจสอบค่านอกเกณฑ์ <i>ทศวรรษ ณ บางช้าง และ บำรุงศักดิ์ เหมือนอารีย์</i>	206
PR-N-05	A Local Limit Theorem for Negative Binomial Random Sums <i>Hattacha Kongjiw, Petcharat Rattanawong and Kritsana Neammanee</i>	218
07 Data Science and Statistics (DS)		
DS-N-01	โครงข่ายประสาทเทียมสำหรับการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นตามบริบทน้อยทั่วไป <i>ชยานนท์ ชัตติยาภิรักษ์ และ เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์</i>	228
DS-N-02	การทำนายราคาของหลักทรัพย์โดยวิศวกรรมคุณลักษณะและเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่อง <i>รัชพล ปรีโยทัย และ เบญจวรรณ โรจนดิษฐ์</i>	243
DS-N-04	โครงข่ายประสาทเทียมเชิงพยากรณ์แบบปรับปรุงโดยใช้การเลือกสับเซตที่ดีที่สุด <i>พรชิตา ธนากร, สุปราณี ลิสวัสดิ์ และ พัทธ์ชนก ศรีสุรเดชชัย</i>	263
DS-N-05	การทำนายโรคเบาหวานโดยใช้วิศวกรรมคุณลักษณะสำหรับขั้นตอนวิธีการจำแนกในการเรียนรู้ของเครื่อง <i>คุณภรณ์ พันธุ์เพียร, จักรกฤษณ์ พลรบ และ เจษฎา ตัฒนุช</i>	278
DS-N-06	การเฉลี่ยตัวแบบบนต้นไม้การถดถอยสำหรับการพยากรณ์ <i>ชนินทร แก้ววิบูลย์พันธุ์, สุปราณี ลิสวัสดิ์ และ พัทธ์ชนก ศรีสุรเดชชัย</i>	290
DS-N-08	การวิเคราะห์พื้นที่ที่เหมาะสมสำหรับการปลูกยางพาราตามปัจจัยสภาพภูมิอากาศด้วยวิธีการตัดสินใจแบบหลายหลักเกณฑ์ <i>พรทิพย์ เดชพิชัย, กัญญาวีร์ คำสนอนันตกุล, ธัญชนก ชัยกุล และ บิลกีส์ วงษ์พิริว</i>	316
DS-N-09	การวิเคราะห์ความรู้สึกที่มีต่อการทำประกันภัยด้วยเทคนิคการเรียนรู้เชิงลึก กรณีศึกษากระทู้ออนไลน์พันทิป <i>คงภพ ไชยศร และ บุษยมาส ทิมพ์พรรณชาติ</i>	321

DS-N-10	<p>การเปรียบเทียบตัวแบบ SARIMAX และตัวแบบแยกส่วนประกอบร่วมกับ SARIMAX ในการพยากรณ์ค่าสินไหมทดแทนของธุรกิจประกันภัยรถยนต์ในประเทศไทย</p> <p style="padding-left: 40px;">นิฉา แก้วหาวงษ์, ไอริณ สิมสีแก้ว, ณัฐกิตติ์ การเร็ว และ วรณกานต์ วงศ์เสนา</p>	332
DS-N-11	<p>การศึกษาและพัฒนาระบบการจัดการงานสินไหมในกรณีความเสียหายหนัก ของการประกันภัยรถยนต์</p> <p style="padding-left: 40px;">เบญจมาภรณ์ ศรีอัมพร, บุษยมาส พิมพ์พรรณชาติ และ เทิดขวัญ ช่างเผือก</p>	346
08 Mathematics Education (ED)		
ED-N-01	<p>การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด</p> <p style="padding-left: 40px;">กนกวรรณ รัตน์จำนอง, วิภาพร สุทธิอัมพร และ สุริพร บุญเมือง</p>	358
ED-N-02	<p>การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองเรื่องเรขาคณิตสำหรับผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโดยเปรียบเทียบมโนทัศน์เรขาคณิตแบบฉบับและเรขาคณิตวิเคราะห์</p> <p style="padding-left: 40px;">วุฒิชัย ไชยปัญญา และ ศุภณัฐ ชัยดี</p>	366
ED-N-03	<p>การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้แบบผสมผสานด้วยวิธีการแบบเปิด</p> <p style="padding-left: 40px;">ธัญญารัตน์ ถ่องแท้, สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย และศศลักษณ์ ชลิกคำ</p>	381



การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

กนกวรรณ รัตนจำนอง¹ วิภาพร สุทธิอัมพร² และ สุริพร บุญเมือง³

¹สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต 83000

²อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต 83000

³ครูประจำการโรงเรียนเทศบาลวัดขจรรังสรรค์ อำเภอเมืองภูเก็ต จังหวัดภูเก็ต 83000

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพโดยเน้นการสังเกตอย่างมีส่วนร่วม กลุ่มเป้าหมาย คือนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 31 คน โรงเรียนเทศบาลวัดขจรรังสรรค์ สำนักการศึกษาเทศบาลนครภูเก็ต เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบเปิด เครื่องบันทึกวิดีโอ เครื่องบันทึกภาพนิ่ง เครื่องบันทึกเสียง และบันทึกภาคสนาม เก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การบรรยายเชิงเนื้อหาและการบรรยายเชิงวิเคราะห์

ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด มีดังนี้ 1) ระดับการจัดกระทำ นักเรียนปฏิบัติตามเงื่อนไข คำสั่งในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2) ระดับกระบวนการ นักเรียนคาดการณ์แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา 3) ระดับวัตถุประสงค์ นักเรียนเชื่อมโยงเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันได้เมื่อมีความเข้าใจระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการ 4) ระดับโครงสร้างเชิงปัญญา นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงและแก้ปัญหาคือข้อที่ยากขึ้นได้

คำสำคัญ : ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์, วิธีการแบบเปิด, การศึกษาชั้นเรียน

1 บทนำ

ความเข้าใจเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ดังจะเห็นได้จากจุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 การกำหนดคุณภาพของนักเรียนให้มีความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย¹ การเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งจำเป็นและความเป็นไปได้ในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน โดยที่นักเรียนต้องสามารถสร้างสรรค์ เปรียบเทียบและใช้การแทนแทนได้อย่างหลากหลาย² ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงแค่รู้ข้อมูลเท่านั้นแต่นักเรียนต้องสามารถตีความข้อมูลในรูปแบบต่างๆ อย่างมีความหมาย³ ของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นั้นหมายถึงเข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดอะแกรม และกระบวนการเชิงวิธี⁴ เป้าหมายแรกของการสอนคณิตศาสตร์ ควรทำให้นักเรียนกลายเป็นผู้ที่สามารถแก้ปัญหา และควรมีบทบาทอย่างมากในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน⁵ ดังที่ Polya⁶ กล่าวว่าครูคณิตศาสตร์มีโอกาสมากที่จะทำอะไรในชั้นเรียน ถ้าครูใช้เวลาที่ได้รับจัดสรรให้ด้วยการฝึกนักเรียนในการดำเนินการที่คุ้นเคย ครูกำลังทำลายความสนใจของนักเรียน จุดริ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน และใช้โอกาสของตนเองอย่างผิดพลาด แต่ถ้าครูทำลายความกระตือรือร้นของนักเรียน โดยการจัดเตรียมปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน และช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ บริบทของชั้นเรียนไทยโดยส่วนใหญ่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะเน้นการสอนความรู้และทักษะในการคิดคำนวณเป็นหลักซึ่งจุดเน้นดังกล่าวยังไม่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนในช่วงที่ผ่านมา เนื่องจากครูส่วนมากยังคงใช้รูปแบบการสอนแบบเดิมบทบาทของครูจึงเป็นเพียงผู้บรรยาย ผู้บอก ผู้สาธิต เนื้อหาทางด้านคณิตศาสตร์อันก่อให้เกิดการเรียนรู้ของนักเรียนที่มองเฉพาะผลลัพธ์ ไม่ได้เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง⁷ วิธีการที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ครูจำเป็นต้องลดบทบาทของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และแก้ไขปัญหาด้วยตนเอง ไนทร์ อินทร์ประสิทธิ์และคณะ⁸ กล่าวว่าวิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด เป็นการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นสื่อในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจทักษะการคิดของผู้เรียน สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนให้สามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามศักยภาพของตนเอง โดยอาศัยความเข้าใจที่ตนเองมีอยู่ผ่านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์และเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา การคิดค้น การหาคำตอบ และการนำเสนอความคิดหรือความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการแบบเปิดที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน (Lesson study) ได้รับการพัฒนาและปรับปรุงให้เกิดการสอนที่ยั่งยืน ลักษณะที่สำคัญของรูปแบบดังกล่าวในการพัฒนาครูอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ซึ่งเป็นวิธีการที่ประสบผลสำเร็จแล้ว มาใช้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนและพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

3 ขอบเขตการวิจัย

3.1 ขอบเขตด้านประชากร

ผู้วิจัยใช้กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาลวัดขจรรังสรรค์ สังกัดสำนักงานการศึกษา เทศบาลนครภูเก็ต จังหวัดภูเก็ต จำนวน 31 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

3.2 ขอบเขตวิจัยด้านเนื้อหา

แผนการจัดการเรียนรู้แบบเปิด หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องพื้นที่ จำนวน 4 แผน

4 วิธีการดำเนินการ

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

- แผนการจัดการเรียนรู้แบบเปิด หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องพื้นที่ จำนวน 4 แผน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการการศึกษาชั้นเรียน ดังนี้ 1) ผู้วิจัยร่วมกับทีมการศึกษาชั้นเรียน ได้แก่ ผู้อำนวยการโรงเรียน ครูพี่เลี้ยง ผู้เชี่ยวชาญจากสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต และคณะครูผู้สอนระดับชั้นประถมศึกษา ร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด สื่อการสอน ใบงาน และชั้นเรียน การสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด 4 ขั้นตอน 2) การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ผู้วิจัยทำหน้าที่สอน ครูพี่เลี้ยงนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษาทำหน้าที่เป็นผู้ร่วมการสังเกตในแต่ละคาบ และ 3) ผู้วิจัยและทีมการศึกษาชั้นเรียนร่วมกันสะท้อนผลการจัดการเรียนการสอนในแต่ละสัปดาห์ทุกวันอังคาร เวลา 16.00-17.00 น. และร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ เวลา 17.00-18.00 น. โดยนำผลการสังเกตที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน อย่างเช่น แนวคิดของนักเรียน การตอบสนองต่อคำสั่งหรือสถานการณ์ปัญหา ความเหมาะสมของสื่อการสอน มาอภิปรายร่วมกัน ตลอดจนปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นมาวางแผนแก้ไขและปรับปรุงข้อผิดพลาดให้เหมาะสมกับบริบทชั้นเรียน

- แบบบันทึกภาคสนาม ผู้วิจัยดำเนินการออกแบบแบบบันทึกแนวคิด คำพูดการอภิปรายการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนการสอนของวิธีการแบบเปิด ดังนี้ (1) ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนในรูปคำสั่งและใบกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและส่งผลงานการแก้ปัญหาของตนเองในกลุ่มไลน์ และ (2) ผู้วิจัยให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองในชั้นเรียน มีการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิด จากนั้นสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ซึ่งผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนด้วยโปรแกรมมูเกิลมีท มีการบันทึกวีดิทัศน์ ภาพนิ่งและเสียง ในช่วงที่นักเรียนมีการอภิปรายร่วมกันและสรุปแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

4.3 การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลการวิจัยครั้งนี้ครั้งนี้ ได้แก่ ข้อมูลจากการถอดเทปเสียงและวิดีโอขณะที่นักเรียนอภิปรายร่วมกัน ภาพผลงานนักเรียน และแบบบันทึกภาคสนาม ทั้งนี้การวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์การบรรยายเชิงเนื้อหาและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ตามกรอบแนวคิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของ Dubinsky & McDonald

5 ผลการวิจัย

การวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนด้วยวิธีการแบบเปิด มีรายละเอียดดังนี้

5.1 ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action) : นักเรียนเข้าใจในคำสั่ง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องพื้นที่ (รูปที่ระบายสีต่อไปนี้มีพื้นที่กี่ cm^2) มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ของการหาพื้นที่และการนำไปสู่ความเข้าใจของการหาพื้นที่ด้วยตนเอง โดยใช้สถานการณ์ปัญหาว่า “รูปที่ระบายสีต่อไปนี้มีพื้นที่กี่ cm^2 ” ในการจัดการเรียนการสอนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ครูเริ่มนำเสนอสถานการณ์ปัญหาโดยให้ภาพสถานการณ์ปัญหาบนพาวเวอร์พอยต์ จากนั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหา “รูปที่ระบายสีต่อไปนี้มีพื้นที่กี่ cm^2 ” ครูแจกใบกิจกรรมโดยใช้ใบกิจกรรมแบบ live worksheet จากนั้นครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยการให้นักเรียนคิดวิธีการหาพื้นที่ ครูบันทึกและสังเกตแนวคิดที่นักเรียนใช้วิธีต่างๆ ในการหาพื้นที่ที่นักเรียนส่งผลงานมาทางเมล แล้วมานำเสนอร่วมกันอภิปรายผลและสรุปผลร่วมกันในชั้นเรียน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์พบว่า จากผลงานของนักเรียนที่ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

แนวคิดที่ได้จากนักเรียนในกิจกรรมที่ 1

รูปที่ระบายสีต่อไปนี้มีพื้นที่กี่ cm^2

ดาวอน : ใช้วิธีการนับช่องทั้ง 3 รูป โดยรูปที่ 3 ทำรูปที่มันไม่เต็มช่องมาเติมให้เต็มช่องก่อน แล้วก็นับ

1. มีพื้นที่ ตารางเซนติเมตร
รู้อย่างไร?

2. มีพื้นที่ ตารางเซนติเมตร
รู้อย่างไร?

3. มีพื้นที่ ตารางเซนติเมตร
รู้อย่างไร?

ภาพที่ 1 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน: ระดับการจัดกระทำ (Action)

จากภาพที่ 1 นักเรียนเข้าใจในคำสั่งและสถานการณ์ที่ครูให้ไปโดยการสังเกตจากการถาม-ตอบวิธีการดูรูปที่ระบายสีทั้ง 3 รูปว่ามีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร และอธิบายแนวคิดที่ใช้ในการหาพื้นที่ทั้งสามรูปนี้ ดังนี้

ครู: เราจะมีวิธีการหาพื้นที่ที่ระบายสีของรูปทั้ง 3 ได้อย่างไร

นักเรียน: หาได้โดยการนับช่องข้างใน

จะเห็นได้ว่า นักเรียนเข้าใจคำสั่งและอธิบายวิธีคิดในการแก้ปัญหาตามคำสั่งซึ่งถือว่าเป็นความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ

5.2 ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process) : นักเรียนสามารถคาดการณ์ผลที่เกิดขึ้นในแนวโน้มนั้นที่เป็นไปได้ โดยที่นักเรียนยังไม่ได้เปรียบเทียบจริง แต่เป็นเพียงการอาศัยจินตนาการ กิจกรรมรูปที่ระบายสีต่อไปนี้มีพื้นที่ที่ cm^2 ครูนำเสนอปัญหาปลายเปิดและให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในชั้นเรียน และส่งผลงานแนวคิดของตนเองในใบงานออนไลน์ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปบทเรียนในชั้นเรียน

แนวคิดที่ได้จากนักเรียนในกิจกรรมที่ 1

รูปที่ 1 วน : ดูแนวนอนแล้วแนวตั้ง และนำมาคูณกัน
 $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$
 พิว (แทรก) : ยังมีอีกวิธีที่ง่ายกว่า คือดูแนวนอนทั้งหมด 3 แถวและนำมาบวกกัน $3+3+3 = 9$

รูปที่ 2 : ใช้วิธีโดยการนับช่อง หรือดูช่องเป็นแนวตั้ง ซึ่งแถวที่ 1 มี 3 ช่อง แถวที่ 2 มี 4 ช่อง นำมาบวกกันได้ $3+4 = 7 \text{ cm}^2$

รูปที่ 3 : นำช่องที่เป็นครึ่งๆ ที่แยกออก มารวมกันจะได้ 2 cm^2 แล้วนับช่องเต็มได้ 8 cm^2 และนำมาบวกกัน $2+8 = 10 \text{ cm}^2$

แนวนอน
 1. มีพื้นที่ 9 ตารางเซนติเมตร
 รู้อย่างไร? $3 \times 3 = 9$
 $3 + 3 + 3 = 9$

ดูแนวตั้ง
 2. มีพื้นที่ 7 ตารางเซนติเมตร
 รู้อย่างไร? ใช้กรนับ $3 + 4 = 7 \text{ cm}^2$

รวมกันได้ 2 cm^2
 3. มีพื้นที่ 10 ตารางเซนติเมตร
 รู้อย่างไร? $8 + 2 = 10 \text{ cm}^2$

ภาพที่ 2 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน: ระดับกระบวนการ (Process)

จากภาพที่ 2 นักเรียนสามารถคาดการณ์วิธีการหาพื้นที่ของรูปที่ระบายสีได้ว่าใช้วิธีการนับช่องและยังสามารถบอกได้อีกว่า ถ้านอกจากการนับช่องแล้วยังสามารถหาพื้นที่ที่ระบายสีได้ด้วยวิธีการใช้แนวนอนคูณกับแนวตั้ง ดังนี้

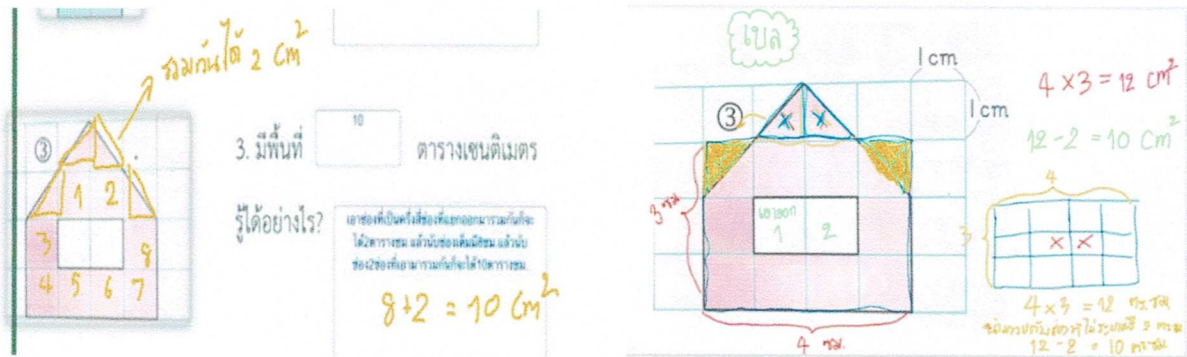
ครู: นักเรียนสามารถหาพื้นที่ทั้ง 3 รูปได้อย่างไรอีกบ้าง

นักเรียน: นอกจากการนับช่องแล้ว ยังสามารถหาพื้นที่โดยการนับช่องแนวนอนและนับช่องแนวตั้ง หลังจากนั้นนำแนวนอนและแนวตั้งมาคูณกัน ก็จะได้พื้นที่ของรูปนั้นๆ

จะเห็นได้ว่า เมื่อนักเรียนได้พบความสัมพันธ์จากการนับช่องในการหาพื้นที่แล้ว นักเรียนสามารถคาดการณ์ได้ว่า ถ้านับช่องแนวนอนและแนวตั้งแล้วนำมาคูณกันแล้วจะได้เท่ากับพื้นที่ในรูปเหมือนการนับช่องถือว่าเป็นความเข้าใจในระดับกระบวนการ

5.3 ความเข้าใจในระดับวัตถุ (Object) : นักเรียนสามารถอธิบายการเปรียบเทียบสิ่งของที่มีขนาดต่างกันได้ที่ สร้างจากความสัมพันธ์ตั้งแต่สถานการณ์แรก

นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมได้โดยการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ตั้งแต่การทำให้รูปที่เป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่เต็ม 1 ช่องมารวมกันและการนับช่องรวมถึงการคิดคำนวณในการหาพื้นที่ของรูปได้



ภาพที่ 3 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน: ระดับวัตถุ (Object)

จากภาพที่ 3 นักเรียนสามารถนำสถานการณ์ปัญหา มาเชื่อมโยงกันได้โดยการหาพื้นที่โดยการนำช่องที่เป็นครึ่งๆ ที่แยกออกนำมารวมกันให้เต็มช่องถึงจะคิดหาพื้นที่ของรูปที่ 3

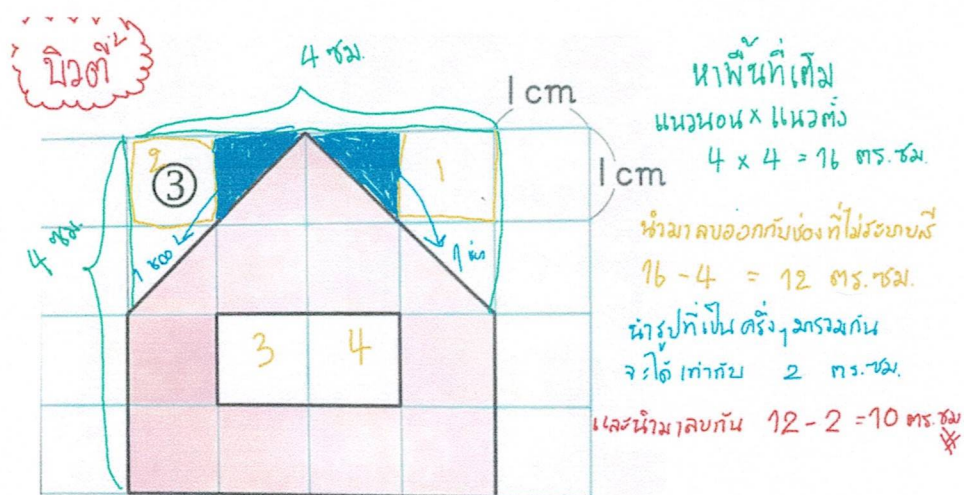
ครู: นักเรียนสามารถหาพื้นที่รูปที่ 3 ได้อย่างไร

นักเรียน: นำช่องที่มีแค่ครึ่งช่องที่แยกออกมารวมกันให้เต็ม 1 ช่อง ซึ่งพอรวมแล้วจะได้ 2 ช่องซึ่งต่อไปนับช่องที่ระบายสีที่มีพื้นที่เต็มช่องได้ 8 ช่อง นำ $8 + 2 = 10$ ช่อง หรือจะได้พื้นที่ของรูป 10 ตารางเซนติเมตร

นักเรียน: นำช่องที่มีแค่ครึ่งช่องที่แยกออกมาประกบกันให้อยู่ในรูปของสี่เหลี่ยม และนับช่องแนวนอนได้ 4 ช่อง และแนวตั้งได้ 3 ช่อง จากนั้นนำแนวนอนและแนวตั้งมาคูณกันซึ่งจะได้ $4 \times 3 = 12$ ช่อง และนำมาลบกับช่องที่ไม่ได้ระบายสีไว้ 2 ช่อง จะได้ $12 - 2 = 10$ ช่อง หรือ 10 ตารางเซนติเมตร

จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถอธิบายการหาพื้นที่ที่สร้างจากการเชื่อมโยงที่ได้จากการแก้ปัญหา จะเห็นได้จากการที่นักเรียนได้อธิบายการหาพื้นที่ของรูปที่ระบายสี และนอกจากนี้นักเรียนพยายามหาวิธีการที่ง่ายต่อการคำนวณโดยการเชื่อมโยงความรู้อาศัยการคูณมาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปถือว่าเป็นความเข้าใจในระดับวัตถุ

5.4 ระดับโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema) : นักเรียนสามารถนำสถานการณ์ปัญหาทั้งหมดมาเชื่อมโยงในขั้นสูงได้



ภาพที่ 4 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน: ระดับโครงสร้างเชิงการรู้(Schema)

จากภาพที่ 4 นักเรียนสามารถนำสถานการณ์ปัญหาเชื่อมโยงกันได้โดยการหาพื้นที่โดยการคำนวณโดยการหาพื้นที่เต็มใช้แนวนอน \times แนวตั้งให้ได้รูปเต็มของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ $4 \times 4 = 16$ ตารางเซนติเมตร และนำมาลบออกกับพื้นที่ที่ไม่ได้ระบายสี

ครู: นักเรียนมีวิธีได้อีกบ้างที่ง่ายต่อการหาพื้นที่ของรูปที่ 3

นักเรียน¹: หาพื้นที่เต็มของรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งจะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแนวนอน 4 เซนติเมตรและแนวตั้ง 4 เซนติเมตร นำแนวนอนและแนวตั้งมาคูณกัน จะได้ $4 \times 4 = 16$ ตารางเซนติเมตร ต่อบริเวณที่ระบายสีที่มีช่องเต็มอยู่ 4 ตารางเซนติเมตร จะได้ $16 - 4 = 12$ ตารางเซนติเมตร และนำรูปที่ไม่ได้ระบายสีที่เป็นครึ่งช่องอยู่มารวมกัน จะได้พื้นที่เต็มช่อง รวม 2 ช่อง นำมาลบจะได้ $12 - 2 = 10$ ตารางเซนติเมตร

จะเห็นได้ว่า นักเรียนสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงและแก้ไขปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ถือว่าเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้างเชิงการรู้ (Schema)

ตารางที่ 1 สรุปผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-4

แผน ที่	ชื่อกิจกรรม	ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์			
		ระดับการ จัดกระทำ	ระดับ กระบวนการ	ระดับวัตถุ	ระดับโครงสร้าง เชิงปัญญา
1.	อันไหนใหญ่กว่า	/	/	/	
2.	สร้างแปลงดอกไม้	/	/	/	/
3.	หาพื้นที่ได้อย่างไร	/	/	/	/
4.	รูปที่ระบายสีมีพื้นที่เท่าไร	/	/	/	/

จากตารางที่ 1 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด นักเรียนมีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ร้อยละ 100 คือแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 แผนที่มีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ร้อยละ 75 คือ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 นอกจากนี้การจัดการเรียนจัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เปิดให้โอกาสนักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง มีการอภิปรายร่วมกันและมีการสรุปร่วมกัน จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะมีครบทุกประเภทหรือไม่ ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหาหรือเนื้อหาที่นักเรียนต้องเรียนรู้ในคาบนั้นๆ

6 อภิปรายผลวิจัย

จากผลการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด พบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา ซึ่งมีแนวคิดบางส่วนที่ยังเข้าใจผิดพลาด ผู้วิจัยแก้ไขโดยให้นักเรียนถกเถียงประเด็นเหล่านั้นพร้อมให้เหตุผลประกอบก่อนจะนำไปสรุปการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธวัตรชัย เคนซาและคณะ⁷ ได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยก

กำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า 1) ชั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำและระดับกระบวนการ 2) ชั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และระดับวัตถุ 3) ชั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุ 4) ชั้นการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนสามารถเชื่อมโยง ระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับวัตถุ ให้เป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างเชิงการรู้ได้ นอกจากนี้งานวิจัยนี้ยังพบว่าชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้ครูมีวิธีการและแนวทาง "How to" เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด

7 ข้อเสนอแนะ

ควรศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งในแง่มุมมองเกี่ยวกับบทบาทของครู งานทางคณิตศาสตร์และลำดับของงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัจจัยที่ไม่ได้มีการศึกษาอย่างละเอียดในงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] กระทรวงศึกษาธิการ. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว; 2551.
- [2] National Council of Teachers Mathematics. Principles and Standards for School Mathematics, Reston, NCTM; 2000.
- [3] Nahdi, DS, Jatisund MG. Conceptual understanding and procedural knowledge: a case study on learning mathematics of fractional material in elementary school. J Physics Con 2020;1477: 1-6. doi: 10.1088/1742-6596/1477/4/042037.
- [4] Kilpatrick J, Swafford J, Findell B, editors. Adding it up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academy Press; 2001.
- [5] Schoenfeld AH, Kilpatrick J. Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In: Tirosh D, Wood T, editors. International Handbook of Mathematics Teacher Education. Rotterdam: Sense Publishers; 2008. 321-354.
- [6] Polya G. How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method. 2nd ed, Princeton: Princeton University Press; 1957.
- [7] ธวัตรชัย เตนชา, เกียรติ แสงอรุณ, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, สมควร สีชมภู. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องเลขยกกำลังในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด. Veridian E-Journal [อินเทอร์เน็ต]. 2558 [เข้าถึงเมื่อ 12 มกราคม 2565]; 8: 1719-1734: เข้าถึงจาก <https://he02.tci-thaijo.org/index.php/Veridian-E-Journal/article/view/40433/33366>
- [8] ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่น. KJU J ME 2547;1: 1-17.