

การประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

Application of Open-ended Approach to Promote Mathematical Reasoning
and Mathematical Achievement

วรรณภรณ์ นียมญาติ*

Wannaphon Niyomyat

อนรรักษ์ วีระประเสริฐสกุล**

Anurak Weraprasertsakun

เจษฎา สุจริตธุระการ**

Jedsada Sutjaritturakan

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 28 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนกะทู้วิทยา จังหวัดภูเก็ต เครื่องมือที่ใช้ในวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 แผน 2) แบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ชุด เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

ผลการวิจัย พบว่าจากการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) นักเรียนแสดงออกถึงการให้เหตุผล 5 ลักษณะ ดังนี้ 1) การลองผิดลองถูก 2) การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ 4) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ และ 5) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ ไม่ปรากฏการให้เหตุผล 2 ลักษณะ คือ การนำเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย และการค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป นักเรียนไม่ได้แสดงพฤติกรรมหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกมาให้เห็น 2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผ่านเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียน 85.71%

คำสำคัญ : ปัญหาปลายเปิด/ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

* นักศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

E-mail Address: s6010357123@pkru.ac.th

** อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก อาจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

E-mail Address: aunrak.w@pkru.ac.th

** อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

E-mail Address: jedsada.s@pkru.ac.th

Abstract

The objective of this research was to promote mathematical reasoning and mathematics learning achievement of grade 9 students by applying open-ended problems. The target group consisted of 28 people, who were grade 9 students, semester 2 of the academic year 2021, Kathu Witthaya School, Phuket. The research instruments were 1) an open-ended lesson plan on problem solving by using a system of two variable linear equations in grade 9, 3 open-ended lesson plans, 2) a mathematical reasoning scale, and 3) a mathematics achievement measure.

The findings were application of open-ended problems to promote mathematical reasoning resulted of students according to the concept Artzt and Yaloz-Femia (1999) in student expressions in five categories: 1) trial and error 2) work backwards to solve problems 3) generating and verifying predictive statements 4) logical reasoning and 5) relational reasoning. However the presentation of inductive and deductive issues and the search for patterns for general conclusions were not expressed. 2) 85.71% of students mathematics achievement on problems solving using a system of linear equations with two variables passed the standard criteria of the school .

Keywords : Open-ended Problems/ Mathematical Reasoning/ Mathematical Achievement

บทนำ

การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานที่สำคัญอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลของแนวคิดสำคัญยิ่งกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องและรวดเร็ว การให้เหตุผลเป็นความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องสอนในการเรียนคณิตศาสตร์ Kusumawardini, Isnarto and Junedi (2018) ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนในการนำไปแสดงแนวคิดจากสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ที่นักเรียนต้องประสบพบเจอ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ Rohana (2015) โดย Artzt and Yaloz-Femia (1999) ได้ศึกษาพฤติกรรมกำสรวลและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและได้กำหนดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะปรากฏขึ้น เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมบ่งชี้ ดังนี้ 1) การลองผิดการลองถูก 2) การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ 4) การเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและเชิงนิรนัย 5) การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป 6) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ และ 7) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

การทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) เป็นการทดสอบความรู้ทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐานของผู้เรียน จากสถิติผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนกะทู้วิทยา พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนกับ 28.56 คะแนน และสถิติผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐานใน

ระดับประเทศ พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนกับ 25.46 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ทั้งนี้จากการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ ขาดการคิดอย่างมีเหตุผลและการคิดอย่างมีระบบ ซึ่งสามารถส่งเสริมได้จากการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน และสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดอย่างมีเหตุผล

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการให้เหตุผลของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม ในการหาคำตอบและให้ความสำคัญกับกระบวนการของการแก้ปัญหา มากกว่า นักเรียนจะมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาโดยใช้แนวคิดของตนเองอย่างอิสระแต่ตั้งอยู่บนพื้นฐานของหลักฐานและเหตุผลในการสนับสนุนและพิสูจน์แนวคิดและคำตอบของตนเอง การสอนโดยวิธีการแบบเปิดเป็นจะมีสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะปัญหาแบบเปิดที่มีคำตอบที่ชัดเจน แต่สามารถแสดงแนวคิดซึ่งเป็นวิธีการได้มาของคำตอบได้หลายวิธี Lengtamdee (2009)

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย สามารถให้เหตุผลตามความคิดของตนเองและมีโอกาสในการนำเสนอแนวคิดของตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าและเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ และผู้วิจัยหวังว่าผลการศึกษาในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 ปีการศึกษา 2564 ที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน โรงเรียนกะทู้วิทยา อำเภอกะทู้ จังหวัดภูเก็ต สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 14 พังงา ภูเก็ต ระนอง จำนวน 28 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 แผน 6 ชั่วโมง

2. แบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 กิจกรรม

3. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด โดยเป็นคำถามแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ปัญหาปลายเปิด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 แผน 6 ชั่วโมง โดยแต่ละแผนจะมีองค์ประกอบ 4 ขั้นตอน ตามกรอบแนวคิดของ Inprasitha (2010) และออกแบบสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง จากนั้นนำแผนจำนวน 3 แผนที่ออกแบบให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยความเหมาะสมและปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งพบว่าค่าเฉลี่ยความเหมาะสม มีค่าเท่ากับ 4.67 โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

5 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

3 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง องค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

หาค่าเฉลี่ยผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์พิจารณาจาก บุญชม ศรีสะอาด (2545)

3. สร้างแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งเป็นใบกิจกรรมการแก้ปัญหา จำนวน 3 กิจกรรม ใช้สำหรับการเก็บข้อมูลที่เป็นแนวคิดของนักเรียนที่เกิดจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) จากนั้นนำแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC ค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.67 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยคะแนนการพิจารณาความสอดคล้อง เป็นดังนี้

ให้ +1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้ 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้ -1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

4. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัยจำนวน 40 ข้อ ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971) จากนั้นนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ออกแบบให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC ค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.80 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยคณะกรรมการพิจารณาความสอดคล้องเป็นดังนี้

ให้ +1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้ 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้ -1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องจุดประสงค์การเรียนรู้

จากนั้นตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ วิเคราะห์หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบรายข้อ ข้อสอบที่ค่าความยากตั้งแต่ 0.30 ถึง 0.75 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25 ถึง 0.83 ถือว่าใช้ได้ ผู้วิจัยจึงเลือกไว้จำนวน 20 ข้อ ครบตามจุดประสงค์ และจัดพิมพ์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 แผน 6 ชั่วโมง

2. ระหว่างดำเนินการจัดการเรียนรู้ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผู้วิจัยให้นักเรียนทำใบกิจกรรมการแก้ปัญหา เพื่อใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. หลังจากดำเนินการจัดการเรียนรู้ใช้ปัญหาปลายเปิดเสร็จสิ้นทั้ง 3 แผน ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

4. ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมมาทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน เพื่อวิเคราะห์ตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

1. ผู้วิจัยตอบคำถามวิจัยข้อที่ 1 ด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ พิจารณาข้อมูลที่ได้จากแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์หาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมบ่งชี้ ดังนี้ 1) การลองผิดการลองถูก 2) การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ 4) การเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและเชิงนิรนัย 5) การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป 6) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ และ 7) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

2. ผู้วิจัยตอบคำถามวิจัยข้อที่ 2 ด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ พิจารณาข้อมูลที่ได้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971) โดยนำข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จะใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัย

ตารางที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ Artzt and Yaloz-Femia (1999)	กิจกรรมที่		
	1	2	3
การลองผิดลองถูก	✓	✓	
การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา	✓		
การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์		✓	
การนำเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย			
การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป			
การให้เหตุผลเชิงตรรกะ	✓	✓	✓
การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์		✓	

จากตารางที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ว่า นักเรียนมีวิธีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทั้งหมด 5 ลักษณะ ได้แก่ 1) การลองผิดลองถูก นักเรียนได้ลองแทนเลขต่าง ๆ ลงไปในช่องของใบกิจกรรม เพื่อให้คำตอบแคบลง มีการประยุกต์ใช้การกระทำต่าง ๆ ที่อาจเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา และมีร่องรอยการลบบนใบกิจกรรมเพื่อลองผิดลองถูกในการพยายามที่จะแก้ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหลาย ๆ ครั้ง 2) การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา นักเรียนได้เริ่มจากจุดหมายของปัญหา พยายามค้นหาข้อความที่อ้างถึงจุดหมายของปัญหา พิจารณาจากผลไปสูเหตุ 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ นักเรียนวาดรูปแอปเปิ้ลและส้ม และได้มีการสร้างข้อความคาดการณ์ว่า “ถ้าใช้ตัวแปรจะได้ราคาส้ม 1 ผล = 60 เหมือนกันหรือไม่” และนักเรียนได้มีการตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้เห็นว่าข้อความที่นักเรียนได้สร้างขึ้นกับผลการตรวจสอบข้อความคาดการณ์เท่ากัน 4) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ นักเรียนมีการให้เหตุผลโดยใช้หลักการสร้างข้อสรุปจากการพิจารณาความจริงและความสัมพันธ์ระหว่างประพจน์เพื่อเชื่อมโยงกันในการแก้สถานการณ์ 5) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ นักเรียนในหัวงกลมแทนแอปเปิ้ลและสีเหลี่ยมแทนส้ม นักเรียนเกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ แสดงให้เห็นว่าเมื่อแทนส้มและแอปเปิ้ลด้วยวงกลมและสีเหลี่ยม เป็นการให้เหตุผลจากการสร้างมโนภาพซึ่งเป็นการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ และอีก 2 ลักษณะ ได้แก่ 1) การนำเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย และ 2) การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป นักเรียนไม่ได้แสดงพฤติกรรมหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกมาให้เห็นในใบกิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรม

จากตารางปรากฏให้เห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การให้เหตุผลเชิงตรรกะจะพบได้มากที่สุด การให้เหตุผลโดยการทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์จะพบน้อยที่สุด ไม่พบการนำเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย และการค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป ทำให้นักเรียนสังเกตเห็นว่าการให้เหตุผลเชิงตรรกะเป็นการให้เหตุผลโดยใช้หลักการสร้างข้อสรุป จากการพิจารณาความจริงและความสัมพันธ์ระหว่างประพจน์ ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวมานี้เป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนสามารถเกิดการเรียนรู้และสร้างองค์ความรู้รวมถึงข้อสรุปด้วยตนเองได้

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมด้าน 1) ความรู้ ความจำ 2) ความเข้าใจ 3) การนำไปใช้ และ 4) การวิเคราะห์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 จำนวน 28 คน ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนเทียบเกณฑ์ร้อยละ 60 ดังตารางที่ 2

1. เพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1.1 กิจกรรมที่ 1 กิจกรรมเรื่อง “มาแข่งบาสกัน”

การจัดการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 กิจกรรมเรื่อง “มาแข่งบาสกัน” มีวัตถุประสงค์ของคาบเรียนเน้นให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถาม สามารถวางแผนในการแก้ปัญหา และสามารถกำหนดตัวแปรให้เหมาะสมกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยมีสื่อหลักเป็นสถานการณ์ปัญหา คำสั่ง และแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมเรื่อง “มาแข่งบาสกัน”



ภาพที่ 1 แสดงใบกิจกรรมการแก้ปัญหที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 กิจกรรมเรื่อง “มาแข่งบาสกัน”

ในการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาการแก้โจทย์ปัญหามาแข่งบาสกัน ซึ่งให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สามารถคิด วางแผนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดตัวแปรให้เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดของตัวนักเรียนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ ในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นในคาบเรียนนี้ ประเด็นที่อภิปราย คือ การแปลงจาก

สถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปของตัวแปรและการสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากคาบเรียนนี้

กิจกรรมเรื่อง “มาแข่งบาสกัน” เมื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) แล้วผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด มีดังต่อไปนี้

ภาพที่ 2

ก. การลองผิดการลองถูก

2 แต้ม (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 แต้ม (y)	10	4	6	7	6	5	4	3	2	1	0
รวมจำนวนลูก	10	14	16	17	16	15	14	13	12	11	10
รวมจำนวนแต้ม	20	21	26	27	26	25	24	23	22	21	20

การลองผิดลองถูกของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ นักเรียนได้ลองแทนให้พื้นที่ที่กัปตันยืนชู้ตลงห่วงได้ 2 แต้ม เป็น x และพื้นที่ที่กัปตันยืนชู้ตลงห่วงได้ 3 แต้ม เป็น y และนักเรียนได้มีการลองแทนเลขต่างๆ ลงไปในช่องของใบกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ครบลง ทำให้เห็นว่านักเรียนให้การประยุกต์ใช้การกระทำต่างๆ ที่อาจเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงออกการให้เหตุผลจากการลองผิดลองถูก

ภาพที่ 3

ข. การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10	4	6	7	6	5	4	3	2	1	0
รวมจำนวนลูก	10	14	16	17	16	15	14	13	12	11	10
รวมจำนวนแต้ม	20	21	26	27	26	25	24	23	22	21	20

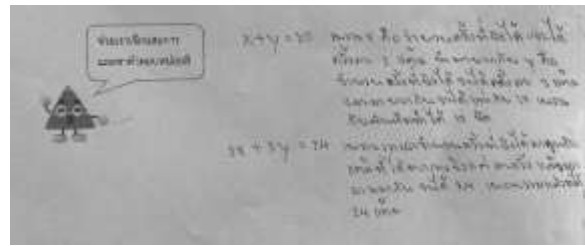
$2x + 3y = 24$
 $x + y = 10$

การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหาของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ นักเรียนได้เริ่มจากจุดหมายของปัญหา พยายามค้นหาข้อความที่อ้างถึงจุดหมายของปัญหา พิจารณาจากผลไปสู่เหตุ นักเรียนพิจารณาจากใบกิจกรรมและมีการวงด้วยปากกาสีแดงล้อมรอบในช่องที่ x เท่ากับ 6 และ y เท่ากับ 4 นักเรียนมีการสังเกตว่าช่องใดที่เมื่อลูกบาสเกตบอลรวมจำนวนลูกกันแล้วได้ 10 และช่องใดที่รวมจำนวนแต้มแล้วได้ 24 จากนั้นนักเรียนได้นำวิธีคิดของตนเองในตารางนำข้อมูลมาสร้างเป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ค. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ

ใบกิจกรรมคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็ม 10 ข้อ ในเรื่องการบวกและลบจำนวนเต็ม

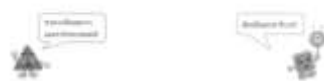
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
รวมจำนวนบวก	10	18	26	34	42	50	58	66	74	82	90
รวมจำนวนลบ	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



การให้เหตุผลเชิงตรรกะของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ “ $x + y = 10$ เพราะ x คือจำนวนครั้งที่ยิงได้จะได้ครั้งละ 2 แต้ม นำมาบวกกับ y คือ จำนวนครั้งที่ยิงได้จะได้ครั้งละ 3 แต้ม และมาบวกกันจะได้เท่ากับ 10 เพราะ กัปตันทีมทำได้ 10 นัด, $2x + 3y = 24$ เพราะ เราเอาจำนวนครั้งที่ยิงได้มาคูณกับแต้มที่ได้จากการยิงแต่ละครั้งแล้วเอามาบวกกัน จะได้ 24 เพราะรวมแล้วจะได้ 24 แต้ม” จะเห็นได้ว่านักเรียนจะมีการให้เหตุผลโดยใช้หลักการสร้างข้อสรุปจากการพิจารณาความจริงและความสัมพันธ์ระหว่างประพจน์

1.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากกิจกรรมที่ 2 กิจกรรมเรื่อง “ไปซื้อผลไม้กันเถอะ”

การจัดการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 กิจกรรมเรื่อง “ไปซื้อผลไม้กันเถอะ” มีวัตถุประสงค์ของคาบเรียนเน้นให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด สามารถวางแผนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดตัวแปรให้เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ และสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเท่ากันได้ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยมีสื่อหลักเป็นสถานการณ์ปัญหา คำสั่งและแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กิจกรรมเรื่อง “ไปซื้อผลไม้กันเถอะ”



ภาพที่ 4 แสดงใบกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 กิจกรรมเรื่อง “ไปซื้อผลไม้กันเถอะ”

ในการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาไปซื้อผลไม้กันเถอะ ซึ่งให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สามารถวางแผนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดตัวแปรให้เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดของตัวนักเรียนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ ในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นในคาบเรียนนี้ ประเด็นที่อภิปราย คือ การแปลงจากสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปของตัวแปร สามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้และสามารถแก้

โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเท่ากันได้พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากคาบเรียนนี้

กิจกรรมเรื่อง “ไปซื้อผลไม้กันเถอะ” เมื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) แล้วผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด มีดังต่อไปนี้

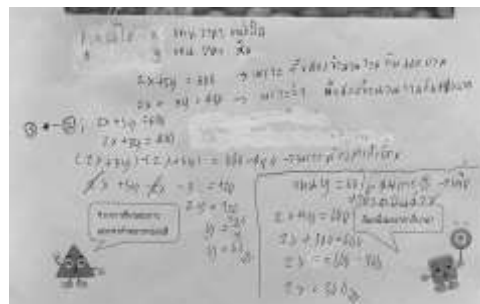
ภาพที่ 5

ก. การลองผิดการลองถูก



การลองผิดลองถูกของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ ร่องรอยการลบบนใบกิจกรรมของนักเรียนสังเกตได้ว่านักเรียนได้ลองกระทำสิ่งต่างๆ ที่อาจจะเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงออกการให้เหตุผลจากการลองผิดลองถูก

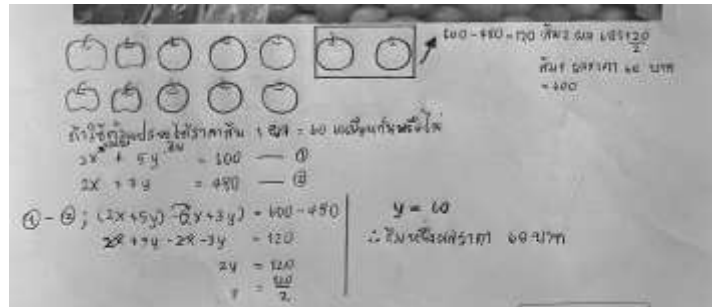
ภาพที่ 6



การลองผิดลองถูกของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ ร่องรอยการลบบนใบกิจกรรมของนักเรียนเพื่อลองผิดลองถูกในการพยายามที่จะแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหลายๆ ครั้ง

ภาพที่ 7

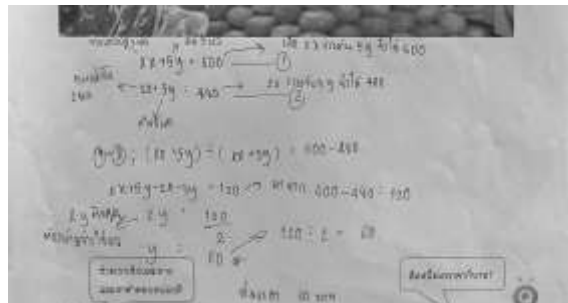
ข. การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์



การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ นักเรียนวาดรูปแอปเปิ้ลและส้ม จากนั้นนักเรียนได้มีการวงส้มส่วนที่เกินออกมา 2 ผล และเขียนเพื่อแสดงแนวคิด ดังนี้ “ $600 - 480 = 120$ ส้ม 2 ผล เอา $120 \div 2$ ส้ม 1 ผลราคา 60 บาท” จากนั้นนักเรียนได้มีการสร้างข้อความคาดการณ์ว่า “ถ้าใช้ตัวแปรจะได้ราคาส้ม 1 ผล = 60 เหมือนกันหรือไม่” และนักเรียนได้มีการตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้เห็นว่าข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนได้สร้างขึ้นกับผลการตรวจสอบข้อความคาดการณ์เท่ากัน

ภาพที่ 8

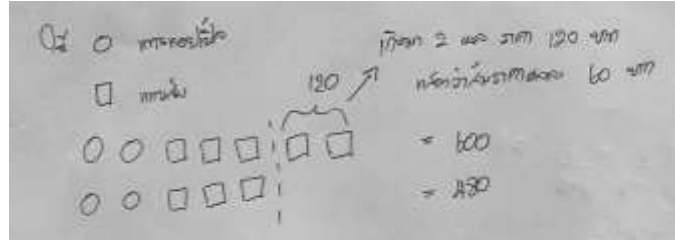
ค. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ



การให้เหตุผลเชิงตรรกะของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ “ชายแอปเปิ้ล 2 ผล ส้ม 5 ผล เมื่อ $2x$ รวมกับ $5y$ จึงได้ 600” “ชายแอปเปิ้ล 2 ผล ส้ม 5 ผล $2x$ รวมกับ $3y$ จึงได้ 480” “120 มาจาก $600 - 480 = 120$ ” “ $2x$ ติดคูณ ต้องย้ายไปหาร” “60 มาจาก $120 \div 2$ ” ทำให้เห็นได้ว่านักเรียนจะมีการให้เหตุผลโดยใช้หลักการสร้างข้อสรุปจากการพิจารณาความจริงและความสัมพันธ์ระหว่างประพจน์

ภาพที่ 9

ง. การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์



การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ การให้วงกลมแทนแอปเปิ้ล และสี่เหลี่ยมแทนส้ม นักเรียนเกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ แสดงให้เห็นว่าเมื่อแทนส้มและแอปเปิ้ลด้วยวงกลมและสี่เหลี่ยมแล้วจะสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนว่าจำนวนของแอปเปิ้ลมีจำนวนเท่ากัน และจำนวนส้มมากกว่ากันอยู่จำนวน 2 ผล ทั้งหมดนี้เป็นการให้เหตุผลจากการสร้างมโนภาพซึ่งเป็นการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลจากกิจกรรมที่ 3 กิจกรรมเรื่อง “ซูตบาสลงห่วง”

การจัดการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 กิจกรรมเรื่อง “ซูตบาสลงห่วง” มีวัตถุประสงค์ของคาบเรียนเน้นให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนด คิดวางแผนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดตัวแปรที่เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ และสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยมีสื่อหลักเป็นสถานการณ์ปัญหา คำสั่ง และแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กิจกรรมเรื่อง “ซูตบาสลงห่วง”

โรงเรียนจะผู้บริหารงานราชการขึ้นพิจารณาขอจัดซื้อเป็น 5 ครั้ง เนื่องจากเป็นพื้นที่ชุมชน
สนใจขอเป็นทุกคน โดยเฉพาะกีฬาบาสซูตบาสลงห่วงได้ 10 ลูก (ไม่มีการโยนลูกโทษ) รวม 24 นาที
อยากทราบว่านักเรียนมี 2 นาที และ 3 นาที อย่างละกี่ครั้ง?



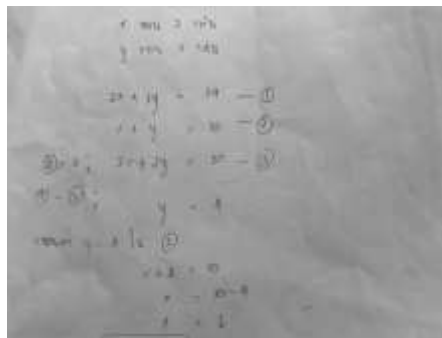
ภาพที่ 10 แสดงใบกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 กิจกรรมเรื่อง “ซูตบาสลงห่วง”

ในการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาการแก้โจทย์ปัญหาชุดบาสลงห่วง ซึ่งให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่ โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สามารถคิด วางแผนการแก้ปัญหาและสามารถกำหนดตัวแปรให้ เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดของตัว นักเรียนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ ในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นในคาบเรียนนี้ ประเด็นที่อภิปราย คือ การแปลงจาก สถานการณ์ปัญหาให้อยู่ในรูปของตัวแปร สามารถสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากสถานการณ์ ปัญหาที่กำหนดให้และสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัว แปรต่างกันได้พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จากนั้นให้นักเรียนร่วมกัน สรุปความรู้ที่ได้จากคาบเรียนนี้

กิจกรรมเรื่อง “ชุดบาสลงห่วง” เมื่อศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบ ของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) แล้วผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด มีดังต่อไปนี้

ภาพที่ 11

ก. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ



การให้เหตุผลเชิงตรรกะของนักเรียนในใบกิจกรรมนี้ คือ นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และกำหนดตัวแปรให้เหมาะสมกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อตอบ ปัญหาในสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งในสถานการณ์ปัญหานี้จะมีความท้าทายความสามารถของนักเรียนเนื่องจาก สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรต่างกันเป็นโจทย์ที่นักเรียนไม่เคยพบเจอมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยการพิจารณา ระหว่างประพจน์ในการตอบปัญหาเพราะสมการทั้งสองมีความเชื่อมโยงกันในการหาคำตอบ

ตารางที่ 2 แสดงคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 4 ด้านของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (n=28)

ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์	คะแนน เฉลี่ย	คิดเป็น ร้อยละ	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	จำนวนนักเรียนที่ผ่าน เกณฑ์ 60% (คน)	คิดเป็น ร้อยละ
ความรู้ความจำ (2 ข้อ รวม 2 คะแนน)	1.46	73.00	2.64	13	46.43
ความเข้าใจ (8 ข้อ รวม 8 คะแนน)	5.89	73.63	2.51	26	92.86

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	คะแนนเฉลี่ย	คิดเป็นร้อยละ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ 60% (คน)	คิดเป็นร้อยละ
การนำไปใช้ (4 ข้อ รวม 4 คะแนน)	2.93	73.25	2.59	19	67.86
การวิเคราะห์ (6 ข้อ รวม 6 คะแนน)	4.82	80.33	2.43	23	82.14
รวม (20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	15.10	75.50	5.53	24	85.71

จากตารางที่ 2 แสดงข้อมูลจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียน 85.71% มีคะแนนผ่านเกณฑ์มาตรฐาน ได้คะแนนตั้งแต่ 60% ขึ้นไป โดยมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 15.10 คะแนน (คิดเป็น 75.50%) จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.53 นอกจากนี้ ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีค่าสูงสุด คือ การวิเคราะห์ มีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.33 และร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีค่าต่ำสุด คือ ความรู้ความจำมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 73.00

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปผลวิจัยได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด นักเรียนมีวิธีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทั้งหมด 5 ลักษณะ ได้แก่ 1) การลองผิดลองถูก นักเรียนได้ลองแทนเลขต่างๆ ลงไปในช่องของใบกิจกรรม เพื่อให้คำตอบครบลง มีการประยุกต์ใช้การกระทำต่างๆ ที่อาจเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา และมีร่องรอยการลบบนในกิจกรรมเพื่อลองผิดลองถูกในการพยายามที่จะแก้ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหลายๆ ครั้ง 2) การทำงานย้อนกลับเพื่อแก้ปัญหา นักเรียนได้เริ่มจากจุดหมายของปัญหา พยายามค้นหาข้อความที่อ้างถึงจุดหมายของปัญหา พิจารณาจากผลไปสู่เหตุ 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ นักเรียนวาดรูปแอปเปิ้ลและส้ม และได้มีการสร้างข้อความคาดการณ์ว่า “ถ้าใช้ตัวแปรจะได้ราคาส้ม 1 ผล = 60 เหมือนกันหรือไม่” และนักเรียนได้มีการตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้เห็นว่าข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนได้สร้างขึ้นกับผลการตรวจสอบข้อความคาดการณ์เท่ากัน 4) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ นักเรียนมีการให้เหตุผลโดยใช้หลักการสร้างข้อสรุปจากการพิจารณาความจริงและความสัมพันธ์ระหว่างประพจน์เพื่อเชื่อมโยงกันในการแก้สถานการณ์ 5) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ นักเรียนให้วงกลมแทนแอปเปิ้ลและสี่เหลี่ยมแทนส้ม นักเรียนเกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ แสดงให้เห็นว่าเมื่อแทนส้มและแอปเปิ้ลด้วยวงกลมและสี่เหลี่ยม เป็นการให้เหตุผลจากการสร้างมโนภาพซึ่งเป็นการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

และอีก 2 ลักษณะ ได้แก่ 1) การนำเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย และ 2) การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป นักเรียนไม่ได้แสดงพฤติกรรมหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกมาให้เห็นในใบกิจกรรมทั้ง 3 กิจกรรม

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด

จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียน 85.71% มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 60% ขึ้นไป โดยมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 15.10 คิดเป็นร้อยละ 75.50% จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.53

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวิจัยการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด

นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Artzt and Yaloz-Femia (1999) ทั้งหมด 5 ลักษณะ อันสืบเนื่องมาจากการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลายเปิดกว้างในการหาคำตอบและมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบโดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิภู พรหมรักษ์ (2562) ที่ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า ชั้นเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด นักเรียนมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 6 ลักษณะ ดังต่อไปนี้ 1) การลองผิดลองถูก 2) การให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ 3) การสร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ 4) การเสนอประเด็นเชิงอุปนัยและนิรนัย 5) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ 6) การค้นหารูปแบบเพื่อหาข้อสรุปทั่วไป ผลการวิจัยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในเนื้อหาด้านเรขาคณิต เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมต่างๆ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เป็นการเน้นให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตัวนักเรียน และมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน จึงเกิดแนวคิดที่หลากหลายในชั้นเรียน โดยจะทำให้นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีอิสระ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิด

นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971) จากการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดนักเรียน 85.71% มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มาตรฐานของโรงเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 60% ขึ้นไป ผู้วิจัยคิดว่าเป็นผลมาจากการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลายเปิดกว้างในการหาคำตอบและมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบโดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนได้สร้างการเรียนรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ด้วยตัวของนักเรียนเองโดยอาศัยประสบการณ์เดิมและทำการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อกับศาสตร์ต่าง ๆ เข้าด้วยกันจึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชิดกมล ทองอ่อน และดวงหทัย กาศวิบูลย์ (2564) ที่ได้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การ เรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการวิเคราะห์ 2) ด้านการสร้างข้อคาดการณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป 3) ด้านการ ยืนยันคำตอบอยู่ในระดับดี นอกจากนี้ในส่วนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ มากกว่า 75.00 % มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ของโรงเรียนร้อยละ 60

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้ประโยชน์

จากการประยุกต์ใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่มีความหลากหลายและมีแนวทางในการ ประเมินผลในแต่ละคาบเรียนอย่างชัดเจน เพื่อที่จะทำให้นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ออกมาให้เห็นในใบกิจกรรมได้ครบทุกลักษณะ

2. ข้อเสนอแนะในการนำวิจัยครั้งต่อไป

ผู้วิจัยควรศึกษากรอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้น รวมทั้งควร ศึกษาเนื้อหาที่หลากหลายเพิ่มมากขึ้น มีแผนการจัดการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถ แสดงความคิดและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมากขึ้น หรืออาจจะมีการปรับเปลี่ยนเนื้อหาและ นำไปใช้กับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). **ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานคณะกรรมการ การศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ.

ชิดกมล ทองอ่อน และดวงหทัย กาศวิบูลย์. (2564). “การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐาน”. **ศิลปการศึกษาศาสตร์ วิจัย** 13(1): 24-41.

บุญชม ศรีสะอาด. (2545). **การพัฒนาการสอน**. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น.

วิภู พรหมรักษ์. (2562). **การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในชั้นเรียนที่ใช้วัตกรรมการศึกษา ชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด**. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- Artzt, A. F., and Yaloz-Femia, S. (1999). "Mathematical Reasoning During Small-group Problem Solving. In Stiff, L. V. and Curcio, F. R. (Eds.)", **Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12: 1999 Yearbook** 115-126. Reston, VA: NCTM.
- Inprasitha, M. (2010). "One Feature of Adaptive Lesson Study in Thailand-Designing Unit". **InProceeding of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education** 193-206. Dongkook University, Gyeongju.
- Kusumawardani, D. R., Isnarto, I., and Junaedi, I. (2018). "Mathematical Reasoning Based on Belief in PBL with Dyadic Interaction Approach". **Unnes Journal of Mathematics Education Research** 7(1): 48-53.
- Lengtamdee, T. (2009). **Students' Mathematical Problem Posing in Classroom using Open Open-ended Problem Situation**. Master of Education Thesis Program in Mathematics Education Faculty of Education Khon Kaen University. (in Thai)
- Rohana, R. (2015). "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Calon Guru Melalui Pembelajaran Reflektif". **Infinity Journal** 4(1): 105-119.
- Willson, J. W. (1971). **Evaluation of Learning in Secondary Mathematics**. NewYork, NY: McGraw-Hill.