ผลของการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก
THE Effect of Change of Mide Following Traffic Rules After A Knowledge Campaign Affecting The Mathematical Model of Traffic Accidents

เจษฎา สุจริตธุระการ[1*]

Jedsada Sutjaritthurakan[1*]

[1] อาจารย์สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์, คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

[1] Lecturer, Faculty of Science and Technology, Phuket Rajabhut University.

[*]**Corresponding author, E-mail:** toy.jedsada@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก วิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล และหาคำตอบเชิงตัวเลข ผลการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ ค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ (R_0) เท่ากับ 0.9184 < 1 ซึ่งตามเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria แสดงว่าไม่มีการเกิดอุบัติเหตุ และจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ พบว่าค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ (R_0) เท่ากับ 3.7572 > 1 ซึ่งตามเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria แสดงว่ามีการเกิดอุบัติเหตุ สรุปได้ว่าการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้มีผลทำให้การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบกลดลง

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, การเกิดอุบัติเหตุ, การควบคุมการเกิดอุบัติเหตุ

Abstract

The purpose of this research was to develop and analyze the stability of a mathematical model for an educational campaign affecting the mathematical model of road traffic accidents. The model was analyzed using standard methods. study the equilibrium point Study the stability of the equilibrium point. and find numerical answers The results of the mathematical model analysis revealed that at the equilibrium point there were no accidents. The accident rate (R_0) was 0.9184 < 1 This is in accordance with the conditions of the Routh – Hurwitz Criteria, indicating no accidents. and the balance point where accidents occur It was found that the accident level value (R_0) was 3.7572 >

1 This is in accordance with the conditions of the Routh-Hurwitz Criteria, indicating an accident. It was concluded that the change of mind to follow the traffic rules after receiving the education campaign resulted in a reduction in road traffic accidents.

Keywords: Mathematical modeling, chickenpox, control the spread

บทนำ

อุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในการจราจรทางบกสาเหตุที่สำคัญที่เกิดจากผู้ขับยวดยานพาหนะ มีความบกพร่องทางด้านร่างกาย เช่น ร่างกายอ่อนเพลีย ง่วงนอน หรือหลับใน สุขภาพไม่ดี มีโรคประจำตัว มีความบกพร่องทางด้านจิตใจและอารมณ์ การขาดความรู้ความชำนาญและประสบการณ์ในการใช้ถนน ไม่มีความรู้ความชำนาญ ในเรื่องลักษณะของยวดยานที่ใช้ขับ ไม่รู้กฎจราจร ไม่ปฏิบัติตามกฎระเบียบหรือข้อบังคับ ไม่รู้จักป้องกันตนเอง เช่น ขับรถด้วยความประมาท ขาดความระมัดระวัง เสพยากระตุ้นประสาท ดื่มสุราขณะขับรถ สาเหตุการเกิดที่สำคัญอีกประการหนึ่งจากผู้โดยสารขาดความระมัดระวัง เช่น ผู้โดยสารขึ้นหรือลงรถโดยไม่ระมัดระวัง ในการปิด-เปิดประตูรถ เดินถนนโดยไม่ระมัดระวังยวดยาน วิ่งตัดหน้ารถ การวิ่งเล่นบนถนน ลื่นหกล้ม ลังเลใจในการข้ามถนน การไม่ปฏิบัติตามกฎจราจร

การเกิดอุบัติเหตุจากสภาพถนนและสภาพแสงสว่าง บริเวณ ทางแยก ทางโค้ง ทางตรง ทางเบี่ยง สะพาน วงเวียน ทางตัดทางรถไฟ ทางลาดชัน/เนินเขา ทางเชื่อม ทางแยก ทางเชื่อมอาคารที่พักอาศัย สภาพถนนที่เป็นหลุมเป็นบ่อ มีโคลนตม มีเครื่องกีดขวางมาก ๆ หรือถนนที่แคบ ถนนที่ลื่น มีส่วนทำให้เกิดอุบัติเหตุขึ้นได้ แสงสว่างที่ส่องจากรถคันที่สวนมาโดยการเปิดไฟสูงและมีความสว่างสูง ทำให้ตามัวมองไม่ชัดเจน

สาเหตุจากดินฟ้าอากาศ ฝนตกหนัก น้ำท่วม ทำให้ถนนเป็นหลุมเป็นบ่อ เป็นหลุมโคลน ถนนลื่น ทำให้รถตกถนน พลิกคว่ำ การเกิดพายุหรือหมอกลงจัด ทำให้มีควันปกคลุมมองไม่เห็นทาง เกิดอุบัติเหตุได้ง่าย พายุหิมะ ในต่างประเทศอาจมีพายุหิมะ ทำให้ถนนลื่นมองไม่เห็นทาง สภาพดินฟ้าอากาศที่ดีอุบัติเหตุมักเกิดจากสภาพดินฟ้าอากาศที่ดีเสมอ ทั้งนี้เพราะผู้ขับขี่ขับรถด้วยความเร็วสูง และขาดความระมัดระวังอันตราย

กฎหมายข้อบังคับมีส่วนเกี่ยวข้องกับการเกิดอุบัติเหตุ บทลงโทษหรือค่าปรับยังไม่เหมาะสม ทำให้มีการฝ่าฝืนกฎจราจร หรือกฎระเบียบต่าง ๆ อยู่เสมอ การที่กฎหมายมิได้กำหนดเพศ อายุสูงสุดของผู้ขับขี่ รวมทั้งการศึกษาขั้นต่ำของผู้ขับขี่ยวดยานพาหนะ ถึงแม้ว่าผู้ขับขี่จะสอบผ่าน และได้รับใบอนุญาตขับขี่มาแล้ว ก็อาจทำผิดกฎจราจร และทำให้เกิดอุบัติเหตุได้ การขาดการกวดขัน จับกุม หรือยังไม่จริงจังหรือเข้มงวดในการพิจารณาดำเนินคดีหรือจับกุม ผู้กระทำผิด เป็นสาเหตุให้ขับรถหรือใช้รถใช้ถนนอย่างเสรี ตามอำเภอใจ ซึ่งมักทำให้เกิดอุบัติเหตุ (สำนักงานประชาสัมพันธ์จังหวัดแพร่.2556)

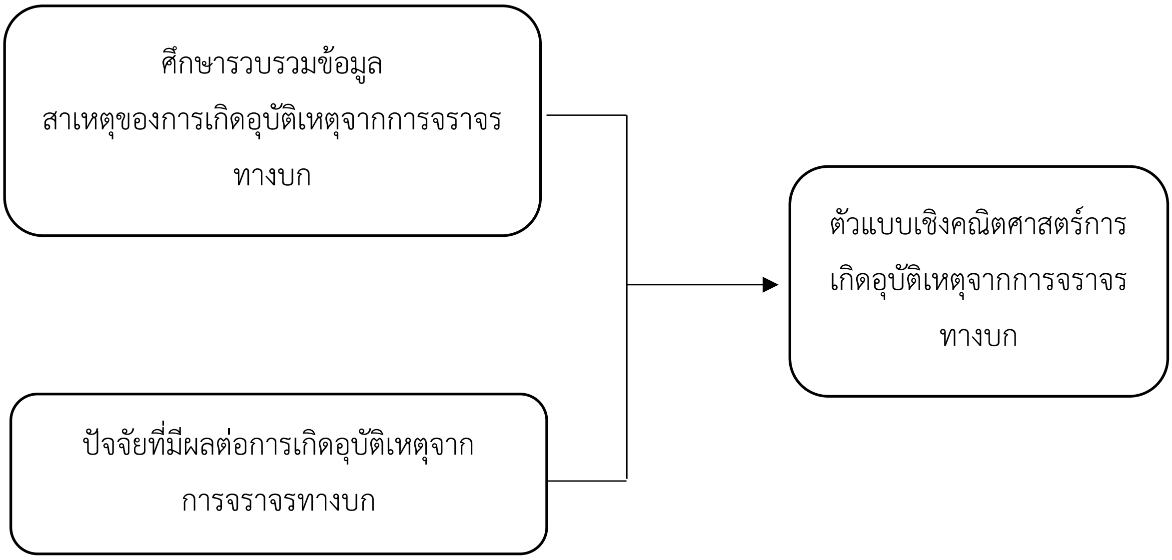
จากข้อมูลข้างต้นพบว่าการไม่ปฏิบัติตามกฎระเบียบจราจรทำให้เกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบกและเกิดการสูญเสียมากกมาย ทั้งตัวบุคคลที่ต้องเจ็บป่วยหรือถึงขั้นเสียชีวิตจากการประสบอุบัติเหตุ และความเสียหายที่เกิดขึ้นกับทรัพย์สิน ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่า หลังจากที่ประชาชนได้รับการรณรงค์ให้ความรู้เกี่ยวกับการจราจรทางบกจะส่งผลให้มีอัตราการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎระเบียบจราจรมากขึ้น ซึ่งอาจจะช่วยลดการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก และได้นำความรู้เรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายถึงสถานการณ์จริงได้

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก

แนวคิด ทฤษฎี กรอบแนวคิด

ผู้วิจัยได้ศึกษา สาเหตุของการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบก โดยผู้วิจัยดำเนินการตาม 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์
2. ตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยผู้เชี่ยวชาญ
3. การวิเคราะห์ตัวแบบคณิตศาสตร์

1. การพัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์

การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเกิดอุบัติเหตุการจราจรทางบก ผู้วิจัยได้ทำการศึกษา โมเดลตัวแบบ SIR และได้สร้างตัวแบบเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อการศึกษาผลของการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อการเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบก ซึ่งมีสมการดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \pi N - (1-p)\beta SI - \mu S + \alpha R$$

$$\frac{dI}{dt} = (1-p)\beta SI - (\gamma + \mu)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu + \alpha)R$$

2. ตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบก จัดทำขึ้นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของตัวแบบหลังจากนั้น ฉะนั้นจำเป็นต้องดำเนินการโดยผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์นี้โดยตรง ในงานวิจัยนี้จำเป็นต้องส่งตัวแบบเชิงคณิตสาสตร์การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบกให้นักคณิตศาสตร์ตรวจสอบ

จากข้อเสนอแนะของนักคณิตศาสตร์ ได้แนะนำให้ตระหนักถึงการตั้งสมมติฐานของแต่ละตัวแปรและการแปลความหมายของผลที่ได้จากผลเฉลยเชิงตัวเลข ซึ่งผู้วิจัยได้กลับไปทบทวนแต่ละตัวแปรและตรวจสอบการแปลความหมายของผลที่ได้อย่างละเอียดตามคำแนะนำแล้ว

3. การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวต่อไปนี้เป็นการวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน (Standard method) โดยศึกษาจุดสมดุลและศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุลนั้น โดยวิธีเชิงวิเคราะห์และหาคำตอบเชิงตัวเลขของตัวแบบ

3.1 วิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน

การศึกษาหาค่าจุดสมดุลและค่าเสถียรภาพของระบบ ได้ดังนี้

3.1.1 จุดสมดุล (Equilibrium point) ในการหาจุดสมดุลโดยใช้วิธีการคำนวณซึ่งทำได้โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ได้จากการแปลงสมการของตัวแบบใหม่ ให้เท่ากับ ศูนย์ ซึ่ง

$$\frac{dS}{dt} = N\,, \frac{dI}{dt} = 0\,, \frac{dR}{dt} = 0$$

เราจะได้ค่าจากการแก้สมการสองค่า คือ ค่าแรกเป็นค่าที่ทำให้จุดสมดุลไม่มีอุบัติเหตุ (Accident Free Equilibrium : E_0) ในกรณีที่มีการปฏิบัติตามกฎจราจร จุดสมดุลก็จะไม่มีอุบัติเหตุ ค่าที่สองเป็นค่าที่ทำให้เกิดจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ(Accident Endemic Equilibrium : E_1) ในกรณีที่กลุ่มประสบอุบัติเหตุมีค่าเป็นบวก ดังนั้นจุดสมดุลจะกลายเป็นการเกิดอุบัติเหตุ

3.1.2 เสถียรภาพ (Stability) โดยการหาค่าลักษณะเฉพาะซึ่งสามารถหาได้จากสมการลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ $\det(J - \lambda I) = 0$ โดยใช้วิธีการคำนวณเพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุล เพื่อตรวจสอบว่าเป็น Local asymptotically stable

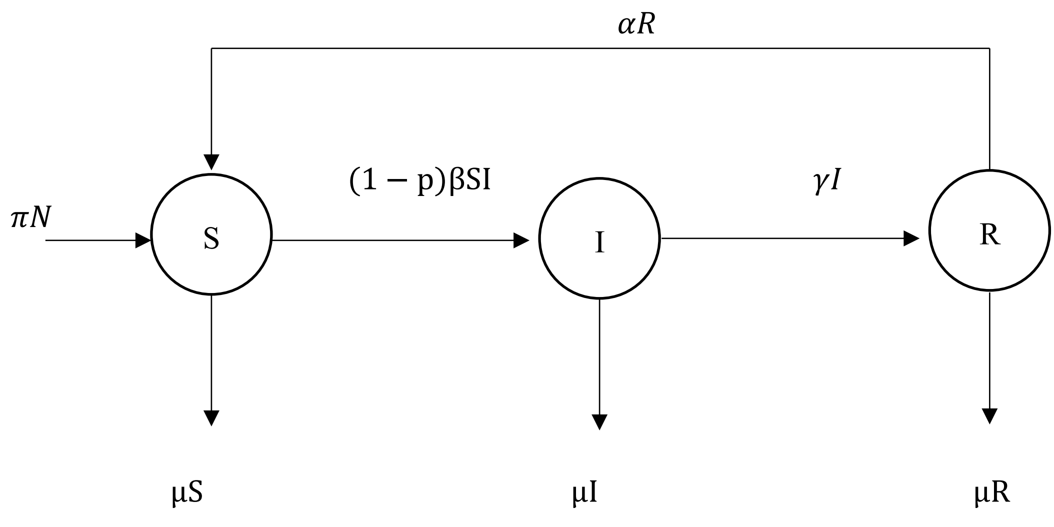
จากการตรวจสอบเงื่อนไข จะได้สมการลักษณะเฉพาะ เนื่องจากต้องการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบโดยดูจาก ค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ต้องเป็นลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

1) Local asymptotically stable ของจุดสมดุลไม่มีอุบัติเหตุ โดยการตรวจสอบว่า ค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีอุบัติเหตุ(E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะและได้ค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz โดยลักณะเฉพาะทุกค่าต้องเป็นลบจึงจะสอดคล้องตามเงื่อนไข $R_0 < 1$ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB

2) Local asymptotically stable ของจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ โดยการตรวจสอบว่า ค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะที่มีการเกิดอุบัติเหตุ(E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J-\lambda I) = 0$ ซึ่งค่าสัมประสิทธ์ของสมการลักษณะเฉพาะเป็นลบซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz สำหรับค่าที่ได้ตามเกณฑ์ $R_0 > 1$ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB

ผลการวิจัย

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก



ภาพที่ 2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก

การสร้างตัวแบบจะพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ ดังนี้

S แทน กลุ่มประชากรคนที่เสี่ยงต่อการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก ณ เวลา t ใด ๆ

I แทน กลุ่มประชากรคนที่ประสบอุบัติเหตุ ณ เวลา t ใด ๆ

R แทน กลุ่มประชากรคนที่หายป่วยจากการประสบอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก ณ เวลา t ใด ๆ

เมื่อ

π แทน อัตราการเกิดของประชากร

β แทน อัตราความเสี่ยงของการประสบอุบัติเหตุ

μ แทน อัตราการตายตามธรรมชาติ

γ แทน อัตราการหายจากการประสบอุบัติเหตุ

p แทน อัตราการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์

α แทน อัตราการเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มที่หายป่วยจากการประสบอุบัติเหตุเป็นกลุ่มเสี่ยง

N แทน จำนวนประชากรทั้งหมด

จากภาพที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการส่งให้ผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องได้แก่ ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์และบุคลากรทางการแพทย์ ช่วยตรวจสอบแผนภาพและสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น เมื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ ผู้วิจัยได้ทำการแก้ไข ปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน ซึ่งจากภาพ ได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \pi N - (1-p)\beta SI - \mu S + \alpha R \qquad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1-p)\beta SI - (\gamma+\mu)I \qquad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu+\alpha)R \qquad (3)$$

1. จุดสมดุล (Equilibrium Points) โดยที่ N = S + I + R จากสมการ (1), (2) และ (3) ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้ผลดังนี้

การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน (Standard method) โดยศึกษาจุดสมดุล และศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับจุดสมดุลนั้น โดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์และหาคำตอบเชิงตัวเลขของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก ในการศึกษาจุดสมดุลทำได้โดยจัดสมการ (1), (2), (3) ทางด้านขวามือ เท่ากับศูนย์ กำหนดให้ $\frac{dS}{dt}=0, \frac{dE}{dt}=0, \frac{dI}{dt}=0, \frac{dR}{dt}=0$ จะได้

$$S = \frac{\pi N+\alpha R}{(1-p)\beta I+\mu} \quad (4)$$

$$I = \frac{(1-p)\beta(\pi N+\alpha R)-\mu(\gamma+\mu)}{(\gamma+\mu)(1-p)\beta} \quad (5)$$

$$R = \frac{\gamma I}{\mu+\alpha} \quad (6)$$

1.1 จุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ Accident free Equilibrium : AFE Point แทนด้วย E_0 (S,I,R)

กำหนดให้ I = 0 ในสมการ (4) $\therefore E(S,I,R) = E_0(N,0,0)$ ความเสถียรระบบ ที่จุด E_0(N,0,0) หาเมทริกซ์จาโคเบียน

กำหนดให้

$F_1(S,I,R) = \pi N - (1-p)\beta SI - \mu S + \alpha R$

$F_2(S,I,R) = (1-p)\beta SI - (\gamma+\mu)I$

$F_3(S,I,R) = \gamma I - (\mu+\alpha)R$

นำมาเขียนเมทริกซ์จาโคเบียนได้ดังนี้

$$J_0 - \lambda I = \begin{bmatrix} -\mu-\lambda & -(1-p)\beta N & \alpha \\ 0 & (1-p)\beta N-(\gamma+\mu)-\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -(\mu+\alpha)-\lambda \end{bmatrix}$$

สมการลักษณะเฉพาะที่จุด E_0(N,0,0) โดยให้ $\det(J_0 - \lambda I) = 0$ ณ จุด E_0

เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3×3 ดังนี้

$$\det(J_0 - \lambda I) = \begin{bmatrix} -\mu-\lambda & -(1-p)\beta N & \alpha \\ 0 & (1-p)\beta N-(\gamma+\mu)-\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -(\mu+\alpha)-\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(J_0 - \lambda I) = (-\mu-\lambda)(A-\lambda)(-B-\lambda)$$

พิจารณา $(-\mu-\lambda)(A-\lambda)(-B-\lambda) = 0$

เมื่อ $A = (1-p)\beta N - (\gamma+\mu)$ และ $B = \mu+\alpha$

พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะและหาค่าลักษณะเฉพาะ จะได้

$$(-\mu-\lambda)(A-\lambda)(-B-\lambda) = 0$$

จะได้ $\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = (1-p)\beta N - (\gamma+\mu)$ และ $\lambda_3 = -(\mu+\alpha)$

จากลักษณะสมการจะเห็นว่า $\lambda_1 = -\mu < 0$, $\lambda_3 = -(\mu+\alpha) < 0$ และ $\lambda_2 = (1-p)\beta N - (\gamma+\mu)$ เป็นลบถ้า $(1-p)\beta N < (\gamma+\mu)$ โดยเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ถ้าระบบสมการมีค่าลักษณะเฉพาะทุกตัวมีส่วนจริงเป็นลบ นั่นคือระบบสมการนี้จะ local asymptotically stable ณ จุดสมดุลไม่มีโรค

1.2 จุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ (Accident Endemic Equilibrium : AEE) แทนด้วย $E_1(S^*,I^*,R^*)$ พิจารณา $I \neq 0, I > 0$

จะได้ $S^* = \dfrac{\pi N+\alpha R^*}{(1-p)\beta I^*+\mu}$ $I^* = \dfrac{(1-p)\beta(\pi N+\alpha R^*)-\mu(\gamma+\mu)}{(\gamma+\mu)(1-p)\beta}$ $R^* = \dfrac{\gamma I^*}{\mu+\alpha}$

ความเสถียรระบบ (Stability of systems) ที่จุด $E_1(S^*,I^*,R^*)$ หาเมทริกซ์จาโคเบียน (Jacobian Matrix)

กำหนดให้

$$F_1(S,I,R) = \pi N - (1-p)\beta SI - \mu S + \alpha R$$
$$F_2(S,I,R) = (1-p)\beta SI - (\gamma+\mu)I$$
$$F_3(S,I,R) = \gamma I - (\mu+\alpha)R$$

นำมาเขียนเมทริกซ์จาโคเบียนได้ดังนี้

$$J_1 - \lambda I = \begin{bmatrix} -(1-p)\beta I^* - \mu - \lambda & -(1-p)\beta S^* & \alpha \\ (1-p)\beta I^* & (1-p)\beta S^* - (\gamma+\mu) - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -(\mu+\alpha)-\lambda \end{bmatrix}$$

สมการลักษณะเฉพาะที่จุด $E_1(S^*,I^*,R^*)$ โดยให้ $\det(J_1 - \lambda I) = 0$ ณ จุด E_1

เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3×3 ดังนี้

$$\det(J_1 - \lambda I) = \begin{bmatrix} -M_1-\lambda & -M_2 & \alpha \\ M_3 & M_4-\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -M_5-\lambda \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\lambda^3 - (M_4 - M_5 - M_1)\lambda^2 - (M_1M_4 + M_4M_5 - M_1M_5 - M_2M_3)\lambda - M_1M_4M_5 - \alpha\gamma M_3 + M_2M_3M_5 = 0$$

$$\lambda^3 - Q_1\lambda^2 - Q_2\lambda - Q_3 = 0$$

เมื่อกำหนดให้

$M_1 = (1-p)\beta I^* - \mu$ $M_2 = (1-p)\beta S^*$ $M_3 =$ $M_4 = (1-p)\beta S^* - (\gamma+\mu)$

$M_5 = (\mu+\alpha)$ $Q_1 = M_4 - M_5 - M_1$ $Q_2 = M_1M_4 + M_4M_5 - M_1M_5 - M_2M_3$

$Q_3 = M_1M_4M_5 - \alpha\gamma M_3 + M_2M_3M_5$

1.3 การหาค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ (R_0) จัดสมการ (1) , (2) , (3) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์

$$\frac{dx}{dt} = F - V$$

เมื่อ F คือ เมทริกซ์ของจำนวนผู้ประสบอุบัติเหตุเพิ่มขึ้น

V คือ เมทริกซ์ขิงจำนวนผู้ประสบอุบัตีเหตุที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง

$$x = \begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix}, F(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1-p)\beta SI \\ 0 \end{bmatrix}, V(x) = \begin{bmatrix} -\pi N + (1-p)\beta SI + \mu S - \alpha R \\ (\gamma+\mu)I \\ -\gamma I + (\mu+\alpha)R \end{bmatrix}$$

หาค่าเมทริกซ์จาโคเบียนของเมทริกซ์ F(x) และ V(x) ซึ่งให้ DF(x) = F และ DV(x) = V จะได้ดังนี้

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (1-p)\beta I & (1-p)\beta S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{และ } V = \begin{bmatrix} (1-p)\beta I + \mu & (1-p)\beta S & -\alpha \\ 0 & (\gamma+\mu) & 0 \\ 0 & -\gamma & \mu+\alpha \end{bmatrix}$$

หาค่าเมทริกซ์จาโคเบียนของ F และ V ที่จุด $E_0(S,I,R) = E_0(N,0,0)$

$$F(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-p)\beta N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ และ } V(E_0) \begin{bmatrix} \mu & (1-p)\beta N & 0 \\ 0 & \gamma+\mu & 0 \\ 0 & -\gamma & \mu+\alpha \end{bmatrix}$$

คำนวณหาค่าเมทริกซ์จาโคเบียน FV^{-1} โดยที่ V^{-1} หาค่าได้จาก $V^{-1} \frac{1}{\det(V)} adj(V)$

$$\det(V) = \begin{bmatrix} \mu & (1-p)\beta N & 0 \\ 0 & \gamma+\mu & 0 \\ 0 & -\gamma & \mu+\alpha \end{bmatrix}$$

จะได้ $\det(V) = \mu(\gamma+\mu)(\mu+\alpha)$

และจะได้

$$F.V^{-1} - \lambda I = \begin{bmatrix} 0-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu} - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0-\lambda \end{bmatrix}$$

$$(-\lambda)(-\lambda)\left[\frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu} - \lambda\right] = 0$$

จะได้ $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = \frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu}$

จากบทนิยาม Spectral radius ของ FV^{-1} คือ $\rho(FV^{-1}) = \max\left\{0,0,\frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu}\right\}$

$$\rho(FV^{-1}(E_0)) = \frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu} = R_0$$

และค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ คือ

$$R_0 = \frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu}$$

ค่า R_0 ณ จุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุมีค่าเท่ากับ 0.9184 แสดงว่าเมื่อ (R_0) < 1 จะไม่มีการเกิดอุบัติเหตุ

ค่า R_0 ณ จุดสมที่มีอุบัติเหตุมีค่าเท่ากับ 3.7572 แสดงว่าเมื่อ (R_0) > 1 จะมีการเกิดอุบัติเหตุ

2. **เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ (Accident free Equilibrium: E_0)**

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของจุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ (Accident free Equilibrium) ณ จุด E_0

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
π	0.213	คน/วัน	ระบบสถิติทางการทะเบียน
β	0.0004062		สำนักงานสถิติแห่งชาติ
μ	0.213	คน/วัน	ระบบสถิติทางการทะเบียน
γ	0.76	คน/วัน	สำนักงานสถิติแห่งชาติ
α	0.76	คน/วัน	สำนักงานสถิติแห่งชาติ
N	10000	คน	ระบบสถิติทางการทะเบียน
P	0.78		

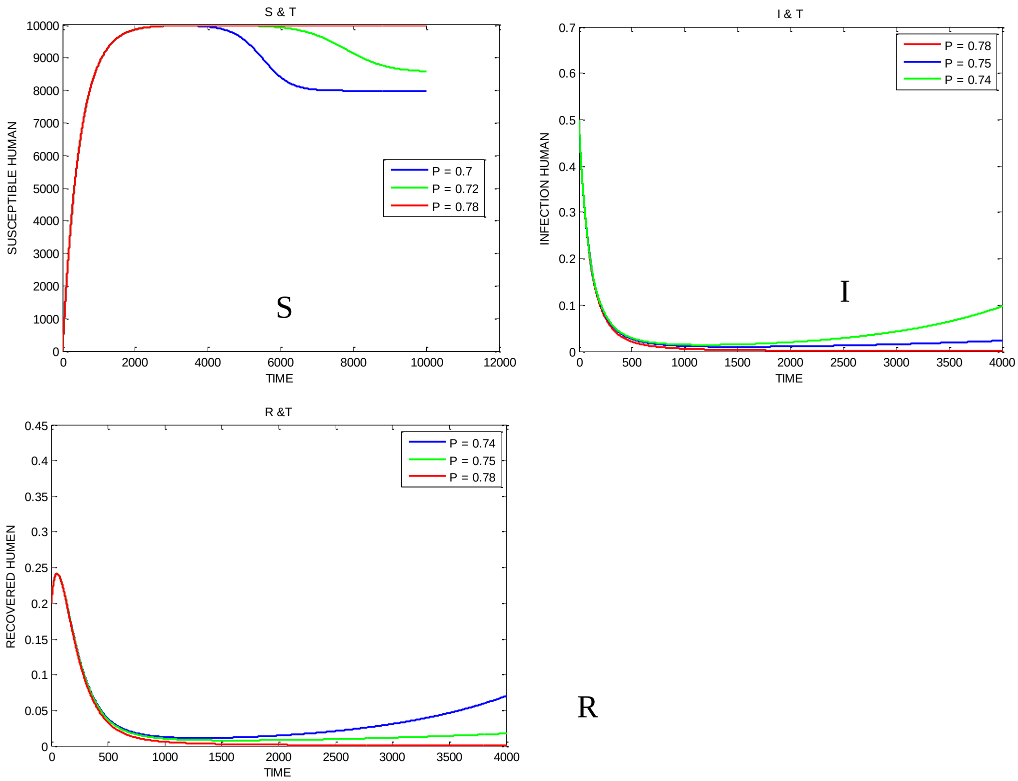
พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะและหาค่าลักษณะเฉพาะ จะได้

$$\lambda_1 = -\mu\,,\ \lambda_2 = (1-p)\beta N - (\gamma+\mu)\ \ ,\lambda_3 = -(\mu+\alpha)$$
$$R_0 = \frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu}$$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ จะได้ λ_1= -0.213, λ_2= -0.07936, λ_3= -0.973 R_0 = 0.9184 < 1

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ จะพบว่าค่าสมการลักษณะเฉพาะทุกค่ามีค่าส่วนจริงเป็นลบ และสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ดังนั้น คำตอบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลไม่มีอุบัติเหตุ นั่นคือ จุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ E_0(10000 , 0, 0) จะเป็น Local Asymptotically Stable

กราฟแสดงคำตอบเชิงตัวเลขของจุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ



ภาพที่ 3 กราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรเสี่ยงต่อการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก (S) กราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรที่ประสบอุบัติเหตุ (I) และกราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรหายป่วยจากการประสบอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก (R) ณ t เวลาใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุเมื่อค่า $R_0 < 1$

2. เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ (Accident Endemic Equilibrium : E_1)

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ของจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ (Accident Endemic Equilibrium) ณ จุด E_1

พารามิเตอร์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย	อ้างอิง
π	0.213	คน/วัน	ระบบสถิติทางการทะเบียน
β	0.0004062		สำนักงานสถิติแห่งชาติ
μ	0.213	คน/วัน	ระบบสถิติทางการทะเบียน
γ	0.76	คน/วัน	สำนักงานสถิติแห่งชาติ
α	0.76	คน/วัน	สำนักงานสถิติแห่งชาติ
N	10000	คน	
p	0.1		

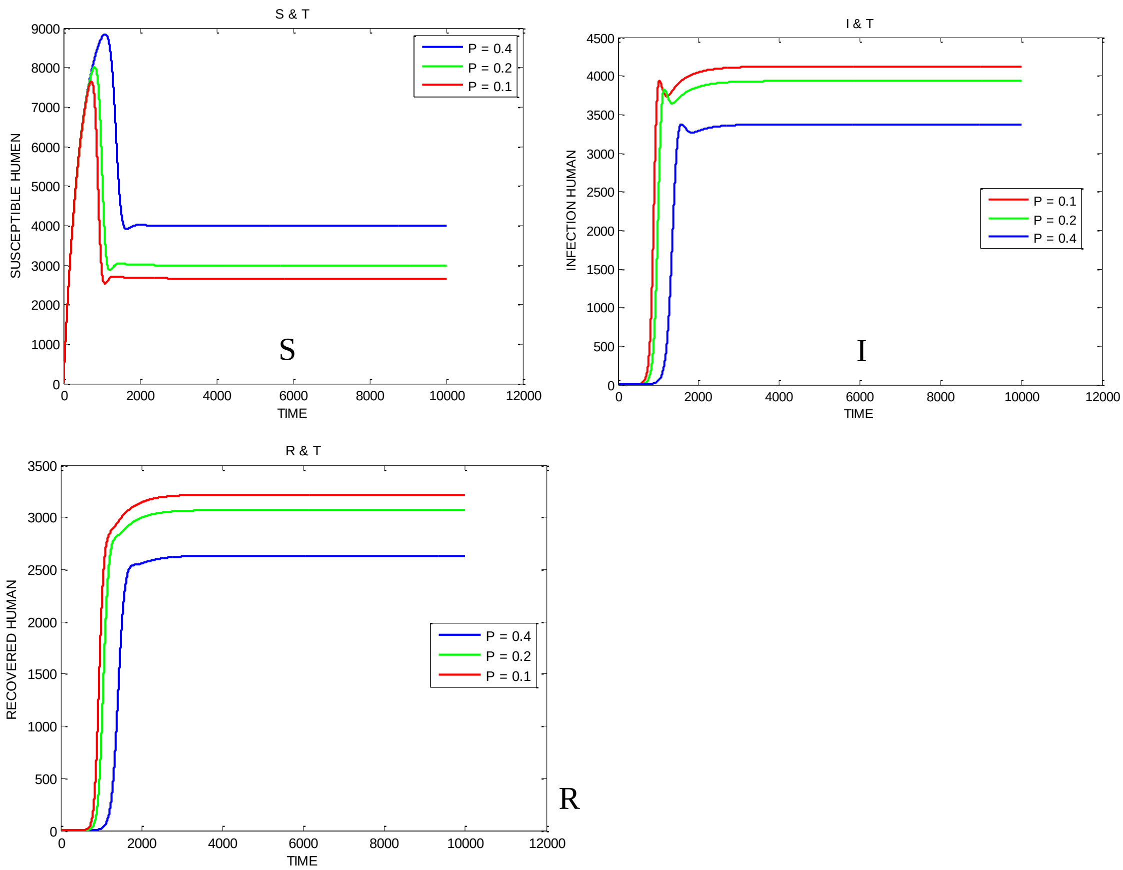
พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะและหาค่าลักษณะเฉพาะ จะได้

$$\lambda^3-(M_4-M_5-M_1)\lambda^2-(M_1M_4+M_4M_5-M_1M_5-M_2M_3)\lambda-M_1M_4M_5-\alpha\gamma M_3+M_2M_3M_5 = 0$$

$$\lambda^3-Q_1\lambda^2-Q_2\lambda-Q_3 = 0$$

$R_0=\frac{(1-p)\beta N}{\gamma+\mu}$ เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ จะได้ $R_0 = 3.7572 > 1$

กราฟแสดงคำตอบเชิงตัวเลขของจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ



ภาพที่ 4 กราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรเสี่ยงต่อการเกิดอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก (S) กราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรที่ประสบอุบัติเหตุ (I) และกราฟคำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของกลุ่มประชากรหายป่วยจากการประสบอุบัติเหตุจากการจราจรทางบก (R) ณ t เวลาใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ เมื่อค่า $R_0 > 1$

สรุปและอภิปรายผล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบกที่มีผลมาจากการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้ พบว่ามีจุดสมดุลเกิดขึ้น 2 จุด คือจุดที่ไม่มีอุบัติเหตุซึ่งได้ค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ เท่ากับ 0.9184 และอีกจุดหนึ่งเป็นจุดที่มีอุบัติเหตุ ได้ค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ เท่ากับ 3.7572 สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ดังนั้น การเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้มีผลต่อการเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบกลดลง

ผู้วิจัยได้นำโปรแกรม MATLAB เพื่อตรวจสอบหาค่าพารามิเตอร์ให้เป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria โดยค่าพารามิเตอร์ได้มาจากสำนักงานสถิติแห่งชาติ และระบบสถิติทางการทะเบียน จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อศึกษาจุดสมดุลของระบบ ศึกษาเสถียรภาพของระบบ และตรวจตรวจสอบเสถียรภาพของจุดสมดุลว่าเป็น Local Asymptotically Stable และตรวจสอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria ในส่วนของจุดสมดุลที่ไม่มีอุบัติเหตุ พบว่าค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ (R_0) เท่ากับ 0.9184 <1 ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria แสดงว่าไม่มีการเกิดอุบัติเหตุ และจุดสมดุลที่มีอุบัติเหตุ พบว่าค่าระดับการประสบอุบัติเหตุ (R_0) เท่ากับ 3.7572 >1 ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh – Hurwitz Criteria แสดงว่ามีการเกิดอุบัติเหตุ สรุปได้ว่าการเปลี่ยนใจมาปฏิบัติตามกฎจราจรหลังจากได้รับการรณรงค์ให้ความรู้มีผลทำให้การเกิดอุบัติเหตุเกี่ยวกับการจราจรทางบกลดลง

เอกสารอ้างอิง

กิตติ กันภัย. (2543). *สื่อสารมวลชนเบื้องต้น : สื่อมวลชน วัฒนธรรม และสังคม* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร : คณะนิเทศศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เกรียงไกร ราชกิจ. (2557). *การมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท.* เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยแม่โจ้.

แคทลียา ดวงเกตุ. (2556). *20 คำถามสำคัญของคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 2). (น. 247–248). กรุงเทพมหานคร: มติชน.

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์. นครปฐม: สถาบันราชภัฏนครปฐม.

บรรยง คันธวะ. (2538). *การตรวจหา ดี เอ็น เอ ของเชื้อไวรัสตับอักเสบ บี ในกลุ่มผู้ป่วยโรคตับอักเสบบีชนิดเรื้อรังและกลุ่มผู้ไม่ตอบสนองต่อการฉีดวัคซีนไวรัสตับอักเสบบี โดยวิธีการเพิ่มจำนวน ดี เอ็น เอ ในหลอดทดลอง* .กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บัณฑิตย์ อันยงค์. (2558). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่ระบาดของโรคไข้เลือดออกโดยใช้การรณรงค์ให้ความรู้ กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต.* ภูเก็ต: มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต.

วิทยากร อัศดรวิเศษ และคณะ. (2555). *การประยุกต์ใช้ MATLAB.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิรมณ ดุลยะศิริและคณะ. (2556). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาที่มีผลกระทบมาจากนักท่องเที่ยว.* สุราษฎร์ธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี.

ศรีบุตร แววเจริญ และคณะ. (2546). *เมตริกซ์ พีชคณิตเชิงเส้น และการประยุกต์.* กรุงเทพมหานคร: บริษัท วงตะวัน จำกัด.

สุภาวิณี สัตยาภรณ์. (2552). *พีชคณิตเชิงเส้นและการประยุกต์*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิชและคณะ. (2559). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้*. วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ปีที่ 13 (2). (น. 254-275). ภูเก็ต: มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต.

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช. (2562). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง*. วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ปีที่ 15 (1). (น. 20-43). ภูเก็ต: มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต.

Anderson, Roy M., and Robert M. May. (1991). *Infectious diseases of humans: dynamics and control*. Oxford: Oxford University Press.

A. d'Onofrio. (2002). *Pulse vaccination strategy in the SIR epidemic model: Global asymptotic stable eradication in presence of vaccine failures.* Mathematical Biosciences, 36 (4/5): 473–489.

Biophysics Group. (2009). *Mathermatics Model of transmission*. Faculty of science, Mahidol University.