การศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต

A mathematical model study on education for the prevention of conjunctivitis case study in Phuket

ธันย์ชนก รามจันทร์[1*] และอนุวัตร จิรวัฒนพาณิช[2]

Thanchanok Ramchan[1*] and Anuwat Jirawattanapanit[2]

[1] นักศึกษาระดับปริญญาตรี, หลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

[1] Undergraduate students, Bachelor of Science Program, Applied Mathematics, Phuket Rajabhat University.

[2] สาขาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

[2] Mathematics, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University

[*]**Corresponding author, E-mail:** S6112229103@pkru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง ซึ่งวิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีการวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาคำตอบเชิงวิเคราะห์ โดยศึกษาอัตราการให้ความรู้ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคำตอบเชิงตัวเลข ผลวิจัยพบว่าจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรคเป็น Local asymptotically Stable และมีค่าระดับการติดเชื้อเป็น $R_0 = \frac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$ และอัตราการให้ความรู้เป็นปัจจัยที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงจะส่งผลเป็นจำนวนมากให้การแพร่ระบาดของโรคลดลง

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคตาแดง, การให้ความรู้

Abstract

The purpose of this research was to develop and analyze the stability of a mathematical model of education for the prevention of conjunctivitis. which analyzed the model using standard analytical methods. study the equilibrium point study the stability of the equilibrium point. Analytical answers by studying the rate of knowledge in mathematical models and numerical solutions. The results showed that the disease-free equilibrium and the disease-associated equilibrium were local asymptotically stable and

the infection level was $R_0 = \frac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$ and the literacy rate was a factor affecting the mathematical model. If the population at risk of infection is knowledgeable about the prevention of conjunctivitis, it will greatly affect the spread of the disease.

Keywords: mathematical model, conjunctivitis, education

บทนำ

คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้องในการดำรงชีวิต สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้หลากหลาย โดยเฉพาะทางการแพทย์สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์เพื่อจำลองการเกิดโรคและการรักษาโรคต่าง ๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลายๆด้าน อาทิ สภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดโรคต่าง ๆ การป้องกันโรค การทดสอบปริมาณยา เป็นต้น ปัจจุบันการเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ สิ่งแวดล้อมเป็นสาเหตุทำให้เกิดโรคที่ติดต่อได้ง่ายมีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วส่งผลต่อสุขภาพทำให้มนุษย์เสียชีวิตได้ง่าย ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาช่วยให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น (อนุวัตร จิรวัฒนาพาณิช และคณะ, 2562)

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงบทบาทและประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยในการแก้ไขวิกฤตการณ์ที่กำลังจะเกิดขึ้นจากโรคภัยต่าง ๆ โดยจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตัวเชื้อโรค ตัวพาหะนำโรค และผู้ติดเชื้อ โดยแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายลักษณะของการระบาดและการดำเนินของโรคโดยผู้ที่วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรงซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้อีก ทั้งยังช่วยลดงบประมาณสำหรับการเสริมมาตรการการรักษาและการป้องกันโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสมมากที่สุดด้วย (ธีรวัฒน์ นาคะบุตร, 2546)

โรคตาแดงเป็นอาการที่เยื่อบุตาขาวเปลี่ยนเป็นสีแดง ซึ่งเกิดจากการขยายตัว ของเส้นเลือดใต้เยื่อบุตา (Conjunctiva) เนื่องจากการอักเสบ โรคตาแดงอาจจะเป็น แบบเฉียบพลัน หรือแบบเรื้อรัง โรคตาแดงสามารถพบได้ตลอดปี และจะระบาดได้เป็น ช่วงๆโดยเฉพาะช่วงหน้าฝน ด้วยเหตุที่ฝนตกก่อให้เกิดความชื้นทำให้เชื้อไวรัสและเชื้อแบคทีเรียบางตัวเจริญเติบโตและก่อโรคขึ้นส่วนใหญ่โรคตาแดงเกิดจากการติดเชื้อไวรัส ซึ่งทำให้เยื่อบุตาอักเสบและติดต่อได้ง่าย พบได้ในทุกเพศ ทุกวัย แต่จะพบมากในเด็กเนื่องจากมีภูมิคุ้มกันน้อยร่วมกับการดูแลตนเอง หรือการป้องกันการติดเชื้อไม่ดีพอจึง ทำให้เป็นโรคตาแดงได้ง่ายกว่าผู้ใหญ่

สาเหตุของโรคตาแดงเกิดจากการติดเชื้อไวรัสที่มีชื่อว่า อะดิโนไวรัส (Adenovirus) และส่วนน้อยเกิดจากเชื้อพิโคร์นาไวรัส (Picornavirus) เป็นต้น ซึ่งเชื้อไวรัสข้างต้นทำให้อาการของโรคคล้ายคลึงกัน ดังนั้นในคนหนึ่งคนจึงเป็นโรคตาแดง ชนิดนี้แล้วอาจเป็นได้อีกเมื่อโรคตาแดงระบาด การระบาดของโรคตาแดงส่วนใหญ่มัก ระบาดโดยการสัมผัสโดยตรงหรือสัมผัสถูกอุปกรณ์ สิ่งของเครื่องใช้ได้แก่ แก้ว น้ำ

ภาชนะต่าง ๆ ผ้าเช็ดหน้า ผ้าเช็ดตัว สบู่ เป็นต้น ที่เปื้อนเชื้อจากมือของผู้ป่วย จากการขยี้ตาหรือการใช้คอนแทคเลนส์ น้ำยาล้างตา เป็นต้น บางชนิดอาจปนเปื้อนอยู่ในสระว่ายน้ำ เมื่อคนมาเล่นน้ำจะติดเชื้อได้ ซึ่งเชื้อโรคจะมีระยะฟักตัว 1-2 วัน ระยะเวลาในการติดต่อไปยังผู้อื่นประมาณ 14 วัน อาการของโรคตาแดงจะมีอาการได้ ตั้งแต่น้อยถึงมาก โดยมีอาการตาแดง หนังตาบวมเล็กน้อย ระคายเคืองตา น้ำตาไหล มีขี้ตาเล็กน้อย เจ็บคอ บางรายอาจมีไข้ มีต่อมน้ำเหลืองหน้าใบหูโต และกดเจ็บ อ่อนเพลียร่วมด้วย บางรายอาจมีเลือดออกที่ตาขาว มักจะเริ่มเป็นที่ตาข้างหนึ่งก่อน แล้วจึงติดต่อมาอีกข้างหนึ่ง หรือมีการระบาดของโรคนี้ อาการแทรกซ้อน ส่วนมาก มักจะหายได้เองภายใน 1-2 สัปดาห์ มีเพียงส่วนน้อยมากที่อาจทำให้กระจกตาอักเสบ ทำให้ตามัวซึ่งอาจเป็นอยู่นานเป็นเดือน ๆ แต่ในที่สุดจะหายได้เอง

การรักษา เนื่องจากมีหลายสาเหตุที่ทำให้มีอาการตาแดง จึงควรไปพบแพทย์เพื่อวินิจฉัยว่าเกิดจากสาเหตุใด จะได้ให้การรักษาอย่างเหมาะสมต่อไป ผู้ที่เป็น โรคนี้ควรหยุดเรียน หรือหยุดงานจนกว่าจะหายโดยพักผ่อนให้มาก ๆ โดยเฉพาะการใช้ สายตา ไม่ควรทำงานดึก ควรนอนให้เพียงพอไม่จำเป็นต้องปิดตาไว้ตลอดเวลา ยกเว้น ถ้ากระจกตาอักเสบ เคืองตามาก จึงปิดตาเป็นครั้งคราว ระหว่างที่มีระบาด ควรหาทาง ป้องกันโดยแนะนำให้คนทั่วไประวังการสัมผัสกับผู้ป่วย ควรล้างมือบ่อย ๆ ด้วยสบู่ ห้ามใช้มือขยี้ตา อย่าคลุกคลีหรือนอนร่วมกับคนที่เป็นโรคนี้ และห้ามใช้ของใช้ร่วมกับผู้ป่วย ผู้ป่วยไม่ควรลงเล่นน้ำในสระ เพราะจะทำให้เกิดการแพร่กระจายเชื้อไวรัสลงไปในน้ำได้ ดังนั้นการป้องกันจึงเป็นวิธีที่ดีที่สุดจึงควรหลีกเลี่ยงการสัมผัสขี้ตา น้ำตาของผู้ป่วย ไม่ใช้ผ้าเช็ดหน้า หรือหมอนใบเดียวกันกับผู้ป่วยซึ่งอาจมีคราบน้ำตาหรือขี้ตาเปื้อนอยู่ ไม่ใช้ภาชนะหรือของใช้ร่วมกับเพื่อนที่ป่วยเป็นตาแดง การพูดคุยกันไม่ได้ทำให้เกิดการติดต่อ แต่ถ้าคนที่เป็นตาแดงและมีอาการหวัดร่วมด้วย ไอหรือจามใส่หน้าเรา อาจทำให้เราติดหวัดซึ่งอาจมีอาการตาแดงร่วมด้วยได้โรคตาแดงจากการติดเชื้อ สามารถติดต่อกันได้ ในระยะตั้งแต่เริ่มมีอาการจนกว่าจะหายเป็นปกติ โดยเฉลี่ย ประมาณ 1-2 สัปดาห์

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักเห็นและเห็นประโยชน์ที่ได้รับจึงทำการวิจัยเรื่อง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง ซึ่งผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์อัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงเป็นปัจจัยสำหรับการศึกษาในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงที่มีประสิทธิภาพเพิ่มสูงขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต

2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงกรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับโรคตาแดงสอดคล้องกับกลุ่มประชากรและลักษณะของการเกิดโรค ซึ่งมีวิธีการดำเนินการวิจัย 3 ขั้นตอนดังนี้

1. การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งหมดมีขนาดคงที่ ซึ่งจะแบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่มถ่ายทอดได้ และกลุ่มประชากรที่หายป่วยจากโรค ผู้วิจัยได้กำหนดตัวแปร ดังนี้ $S(t)$ จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ t เวลาใด ๆ, $I(t)$ จำนวนประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดได้ ณ t เวลาใด ๆ, $R(t)$ จำนวนประชากรที่หายป่วยจากโรค ณ t เวลาใด ๆ โดย $S(t) > 0,$ $I(t) > 0$ และ $R(t) > 0$ เนื่องจากประชากรรวมมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาคือ $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ ซึ่งเป็นค่าคงที่

2. ตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแบบโดยผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้อง กับศาสตร์นี้โดยตรง ได้แก่ นักระบาดวิทยาและนักคณิตศาสตร์

3. การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน (standard method) โดยศึกษาจุดเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุล หาค่าระดับการติดต่อเชื้อโดยใช้วิธี Next Generation Method หาคำตอบเชิงวิเคราะห์และคำตอบเชิงตัวเลข โดยวิธี Numerica Analysis ดังวิธีการต่อไปนี้

3.1 การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐานเป็นการศึกษาจุดสมดุล ค่าระดับการติดเชื้อ และเสถียรภาพของระบบ ดังนี้

3.1.1 การหาขอบเขตค่าคงที่ เป็นการหาขอบเขตค่าคงที่และช่วงคำตอบที่เป็นจำนวนจริงบวก โดยเทคนิคการอินทิเกรตช่วยแสดงช่วงคำตอบของ $S(t), I(t)$ และ $R(t)$ จะมีขอบเขตค่าคงที่ (Invariant Region) อยู่ในช่วงจำนวนจริง

3.1.2 จุดสมดุล การหาจุดสมดุลดำเนินการโดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ คือ $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$ จะได้ค่าจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) ในกรณีที่ไม่ติดเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $E_0(S, I, R) = E_0(N, 0, 0)$ และจะได้ค่าจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของเชื้อโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ในกรณีที่มีการระบาดของโรค โดยกำหนดให้ $I \neq 0,$ จะได้ $E_1(S, I, R) = E_1(S^*, I^*, R^*)$

3.1.3 การหาค่าระดับการติดเชื้อ ค่าระดับการติดเชื้อเป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนสามารถทำให้คนกลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คนในช่วงเวลาที่เขายังป่วยอยู่ โดยวิธีการ Next Generation Method โดยจัดการสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นในรูป $\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$ เพื่อหาค่า

R_0 จากเมทริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่งเมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น, $V(X)$ คือ เมทริกซ์ผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่ง ได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix}, F = \left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ และ } V = \left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ โดยพิจารณา } R_0 \text{ ดังนี้}$$

1. ถ้า $R_0 > 1$ แสดงว่าโรคมีการระบาดเพิ่มขึ้น (Epidemic)
2. ถ้า $R_0 = 1$ แสดงว่า โรคเริ่มเสถียร (Endemic)
3. ถ้า $R_0 < 1$ แสดงว่าโรคไม่มีการระบาด

3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพ เป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะเพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลสำหรับการตรวจสอบว่าเป็น Local Asymptotically Stable มี 2 กรณี ดังนี้

1) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค โดยมีการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$ ซึ่ง J_0 คือจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ จุด E_0 และ I คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงจะเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$

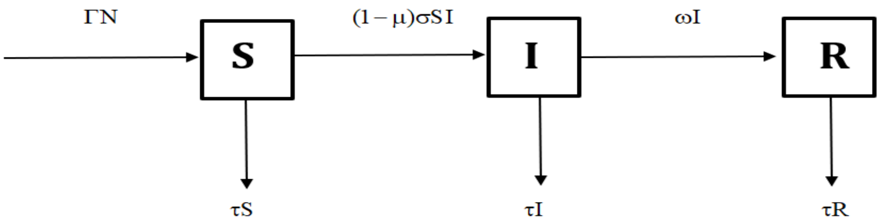
2) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่มีโรค โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$ ซึ่ง J_1 คือจาโคเบียนเมทริกซ์ ณ จุด E_1 และ I เอกลักษณ์ โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงจะป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz
ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$

3.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข การวิเคราะห์เชิงตัวเลขเป็นการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point : E_0) และจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point : E_1) ที่ทำให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์เป็น Local Asymptotically Stable เพื่อนำค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณหาคำตอบเชิงตัวเลขโดยจำลองแบบโปรแกรม Matlab (สุกัลยา ศรีสุริฉัน, 2559)

ผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต

จากตัวแปรข้างต้นผู้วิจัยได้สร้างแผนภาพตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต



รูปที่ 1 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์และองค์ประกอบของการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง

$$\frac{dS}{dt} = \Gamma N - (1-\mu)\sigma SI - \tau S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1-\mu)\sigma SI - \omega I - \tau I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \omega I - \tau R \quad (3)$$

โดยมีเงื่อนไขประชากรมนุษย์มีจำนวนคงที่ $N = S + I + R$ เมื่อกำหนดสัญลักษณ์พารามิเตอร์ ได้แก่ Γ เป็นอัตราการเกิดใหม่ของมนุษย์, σ เป็นอัตราการสัมผัสเชื้อ, ω เป็นอัตราการหาย, τ เป็นอัตราการตายโดยธรรมชาติ , μ เป็นอัตราการให้ความรู้ และ N เป็นจำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด เนื่องจากค่าอนุพันธ์ของค่าคงที่จะเป็นศูนย์ และค่าจำนวนประชากรแต่ละกลุ่มจะมีค่าไม่เกิน N โดยดำเนินการดังนี้

1) การวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน

จาก Rate of change = Rate inflow – Rate outflow จะได้

$$F(X) = \Gamma N - (1-\mu)\sigma SI - \tau S + (1-\mu)\sigma SI - \omega I - \tau I + \omega I - \tau R$$

ดังนั้น $\frac{dN}{dt} = \Gamma N - \tau S - \tau I - \tau R$ เมื่อ $S = N,\ I = 0,\ R = 0$

จะได้ $\frac{dN}{dt} = \Gamma N - \tau N - \tau(0) - \tau(0)$

$$\frac{dN}{dt} = \Gamma N - \tau N$$

$$\frac{dN}{dt} = N(\Gamma - \tau)$$

นั่นคือ N จะคงที่เมื่อ $\Gamma = \tau$

1.1) การหาจุดสมดุล โดยจัดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นของตัวแบบคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ $\frac{dS}{dt}=0$, $\frac{dI}{dt}=0$ $\frac{dI}{dt}=0$, $\frac{dR}{dt}=0$ ได้ดังนี้

$$0 = \Gamma N - (1-\mu)\sigma SI - \tau S \tag{4}$$

$$0 = (1-\mu)\sigma SI - \omega I - \tau I \tag{5}$$

$$0 = \omega I - \tau S \tag{6}$$

จะได้
$$S^* = \frac{\Gamma N}{(1-\mu)\sigma I + \tau} \tag{7}$$

$$I^* = \frac{\Gamma N}{\omega + \tau} - \frac{\omega}{(1-\mu)\sigma} \tag{8}$$

$$R^* = \frac{\omega I^*}{\tau} \tag{9}$$

1.1.1) การหาจุดสมดุลที่ไม่มีโรค

จากสมการ (1), (2)และ (3) จะได้ค่าจุดสมดุลที่ไม่มีโรค(Disease Free Equilibrium Point: E_0) ในกรณีที่ไม่มีการติดเชื้อ โดยกำหนดให้ $S = N$, $I = 0$, $R = 0$ ดังนั้น จุดสมดุลที่ไม่มีโรคจะได้ $E_0 = (S, I, R) = E_0(N, 0, 0)$ เสถียรภาพของระบบ (Stability of Systems) ที่จุด E_0 โดยดำเนินการหาลักษณะเฉพาะ $\det(J_0 - \lambda I_3) = 0$ เพื่อหาค่า λ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ และ I_3 คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3 x 3 ดังนี้

$$J_0 = \begin{pmatrix} (1-\mu)\sigma I - \tau & -(1-\mu)\sigma S & 0 \\ (1-\mu)\sigma I & (-1-\mu)\sigma S - \omega - \tau & 0 \\ 0 & \omega & -\tau \end{pmatrix}$$

$$J_0 - \lambda I_3 = \begin{pmatrix} -\tau & -(1-\mu)\sigma N & 0 \\ 0 & (1-\mu)\sigma N - \omega - \tau & 0 \\ 0 & \omega & -\tau \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

$$J_0 - \lambda I_3 = \begin{pmatrix} -\tau - \lambda & -(1-\mu)\sigma N & 0 \\ 0 & (1-\mu)\sigma N - \omega - \tau - \lambda & 0 \\ 0 & \omega & -\tau - \lambda \end{pmatrix}$$

$$\det(J_0-\lambda I_3)=(-\tau-\lambda)\begin{vmatrix}-\tau-\lambda & -(1-\mu)\sigma N\\ 0 & (1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda\end{vmatrix}=0$$

$$0\ =(-\tau-\lambda)\left[(-\tau-\lambda)[(1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda]-0\right]$$

$$0\ =(-\tau-\lambda)(-\tau-\lambda)\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda\right)$$

จะได้ $(-\tau-\lambda)=0$ หรือ $(-\tau-\lambda)=0$ หรือ $\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda\right)=0$

จะได้ค่าสมการลักษณะเฉพาะดังนี้ $\lambda_1=-\tau,\lambda_2=-\tau$ และ $\lambda_3=(1-\mu)\sigma N-\omega-\tau$

ดังนั้น $(1-\mu)\sigma N-\omega-\tau<0$

1.1.2) การหาจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของโรค

จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้ค่าจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point : E_1) ในกรณีที่มีการแพร่ระบาดของเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $I\neq 0$ และ $I>0$

ซึ่งได้จาก $$E^*(S^*,I^*,R^*)=\left(\frac{\Gamma N}{(1-\mu)\sigma I+\tau},\frac{\Gamma N}{\omega+\tau}-\frac{\omega}{(1-\mu)\sigma},\frac{\omega I^*}{\tau}\right)$$

ดังนั้น สมการลักษณะเฉพาะที่จุด $E_1(S^*,I^*,R^*)$ โดยให้ $\det(J_1-\lambda I_3)=0$ เพื่อหาค่า λ เมื่อ λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะ และ I_3 คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3x3 ดังนี้

$$J_1=\begin{pmatrix}(1-\mu)\sigma I^*-\tau & -(1-\mu)\sigma N & 0\\ (1-\mu)\sigma I^* & (1-\mu)\sigma N-\omega-\tau & 0\\ 0 & \omega & -\tau\end{pmatrix}$$

$$J_1-\lambda I_3=\begin{pmatrix}(1-\mu)\sigma I^*-\tau & -(1-\mu)\sigma N & 0\\ (1-\mu)\sigma I^* & (1-\mu)\sigma N-\omega-\tau & 0\\ 0 & \omega & -\tau\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\lambda & 0 & 0\\ 0 & \lambda & 0\\ 0 & 0 & \lambda\end{pmatrix}$$

$$J_1-\lambda I_3=\begin{pmatrix}(1-\mu)\sigma I^*-\tau & -(1-\mu)\sigma N & 0\\ (1-\mu)\sigma I^* & (1-\mu)\sigma N-\tau-\lambda & 0\\ 0 & \omega & -\tau-\lambda\end{pmatrix}$$

$$\det(J_0-\lambda I_3)=(-\tau-\lambda)\begin{vmatrix}(1-\mu)\sigma I^*-\tau-\lambda & -(1-\mu)\sigma N\\ (1-\mu)\sigma I^* & (1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda\end{vmatrix}=0$$

$$0\ =(-\tau-\lambda)\Big[\left((1-\mu)\sigma I^*-\omega-\tau-\lambda\right)\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau-\lambda\right)-\left((1-\mu)\sigma I^*\right)\left(1-(1-\mu)\sigma N\right)\Big]$$

$$=(-\tau-\lambda)\Big[\left((1-\mu)\sigma I^*-\tau\right)\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau\right)-\lambda\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau\right)+\left((1-\mu)\sigma I^*-\tau\right)(-\lambda)+\lambda^2\Big]$$

$$=(-\tau-\lambda)\left[\lambda^2-\lambda\frac{\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau+(1-\mu)\sigma I^*-\tau\right)}{A}+\frac{\left((1-\mu)\sigma I^*-\tau\right)\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau\right)}{B}\right]$$

จะได้ $0=(-\tau-\lambda)$

$$\lambda_1=-\tau$$

$$0=\lambda^2-A\lambda+B$$

โดยที่ $A=\left((1-\mu)\sigma N-\omega-\tau+(1-\mu)\sigma I^*-\tau\right)$

$$B=\left((1-\mu)\sigma I^*-\tau(1-\mu)\sigma N-\omega-\tau\right)$$

$$\lambda_2=\frac{A-\sqrt{A^2-4B}}{2}$$

$$\lambda_3=\frac{A-\sqrt{A^2-4B}}{2}$$

โดยที่ $\dfrac{A\pm\sqrt{A^2-4B}}{2}<0$

1.2) การหาค่าระดับการติดเชื้อ

การหาค่าระดับการติดเชื้อหาค่า Spectral Radius ของ FV^{-1} โดยใช้ Next Generation Method ซึ่งได้จากสมการ (1) - (3) จะได้เมทริกซ์ในรูป $\dfrac{dX}{dt}=F(X)-V(X)$ เพื่อหาค่า Spectral Radius FV^{-1} ซึ่ง $F(X)$ และ $V(X)$ ได้จากอนุพันธ์ย่อย ดังนี้

$$X=\begin{bmatrix}S\\I\\R\end{bmatrix},F=\left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right]\text{ และ }V=\left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$$

เมื่อ $F(X)$ คือเมทริกซ์ของผู้ป่วยเพิ่มขึ้น และ $V(E)$ คือเมทริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มนึงโดยพิจารณาค่าระดับการติดเชื้อ R_0 ดังนี้

$$F(X)=\begin{bmatrix}0\\(1-\mu)\sigma SI\\0\end{bmatrix},\ V(X)=\begin{bmatrix}-\Gamma N+(1-\mu)\sigma SI+\tau S\\ \omega I+\tau S\\ -\omega I+\tau R\end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$F(E)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (1-\mu)\sigma I & (1-\mu)\sigma S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V(E)=\begin{bmatrix} (1-\mu)\sigma I+\tau & (1-\mu)\sigma S & 0 \\ 0 & \omega+\tau & 0 \\ 0 & -\omega & \tau \end{bmatrix}$$

ให้ $E_0(S,I,R)=(N,0,0)$

จะได้

$$F(E_0)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\mu)\sigma N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V(E_0)=\begin{bmatrix} \tau & (1-\mu)\sigma N & 0 \\ 0 & \omega+\tau & 0 \\ 0 & -\omega & \tau \end{bmatrix}$$

$$M\left(V(E_0)\right)=\left\| \begin{matrix} \begin{vmatrix} \omega+\tau & 0 \\ -\omega & \tau \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \tau \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & \omega+\tau \\ 0 & -\omega \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} (1-\mu)\sigma N & 0 \\ -\omega & \tau \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \tau & 0 \\ 0 & \tau \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \tau & (1-\mu) \\ 0 & -\omega \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} (1-\mu)\sigma N & 0 \\ \omega+\tau & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \tau & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \tau & (1-\mu)\sigma N \\ 0 & \omega+\tau \end{vmatrix} \end{matrix} \right\|$$

$$M=\begin{vmatrix} (\omega+\tau)\tau & 0 & 0 \\ (1-\mu)\sigma N\tau & \tau^2 & -\tau\omega \\ 0 & 0 & \tau(\omega+\tau) \end{vmatrix}$$

$$C=\begin{vmatrix} (\omega+\tau)\tau & 0 & 0 \\ -(1-\mu)\sigma N\tau & \tau^2 & \tau\omega \\ 0 & 0 & \tau(\omega+\tau) \end{vmatrix}$$

$$\det V=\tau\begin{vmatrix} \omega+\tau & 0 \\ -\omega & \tau \end{vmatrix}=\tau(\omega+\tau)\tau=\tau^2(\omega+\tau)$$

$$V^{-1}(E_0)=\begin{bmatrix} (\omega+\tau)\tau & -(1-\mu)\sigma N\tau & 0 \\ 0 & \tau^2 & 0 \\ 0 & \tau\omega & (\omega+\tau)\tau \end{bmatrix}\bullet\frac{1}{\tau^2(\omega+\tau)}$$

พิจารณา $\rho\left[FV^{-1}(E_0)\right]$

$$=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & (1-\mu)\sigma N & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(\omega+\tau)\tau & -(1-\mu)\sigma N\tau & 0\\ 0 & \tau^2 & 0\\ 0 & \tau\omega & (\omega+\tau)\tau\end{bmatrix}\bullet\frac{1}{\tau^2(\omega+\tau)}$$

$$=0\begin{vmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & (1-\mu)\sigma N\tau^2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{vmatrix}\bullet\frac{1}{\tau^2(\omega+\tau)}$$

$$=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{(1-\mu)\sigma N\tau^2}{\tau^2(\omega+\tau)} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\rho\left[FV^{-1}(E_0)\right]=\frac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$$

ดังนั้น คำนวณหาค่า Spectral Radius ของ $FV^{-1}(E_0)$

เขียนแทนค่าด้วย $\rho\left[FV^{-1}(E_0)\right]=\dfrac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$

จะได้ $R_0=\dfrac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$

ดังนั้น จุดสมดุลที่มีโรคมีเสถียรภาพ เมื่อ $R_0>1$ โดย $R_0=\dfrac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$

โดยพิจารณา ดังนี้

1. ค่า R_0 ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคมีค่า $R_1<1$ จะไม่เกิดการแพร่ระบาด
2. ค่า R_0 ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคมีค่า $R_1>1$ จะเกิดการแพร่ระบาด

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการรระบาดของโรคตาแดง ซึ่งมีค่าต่าง ๆ ดังนี้

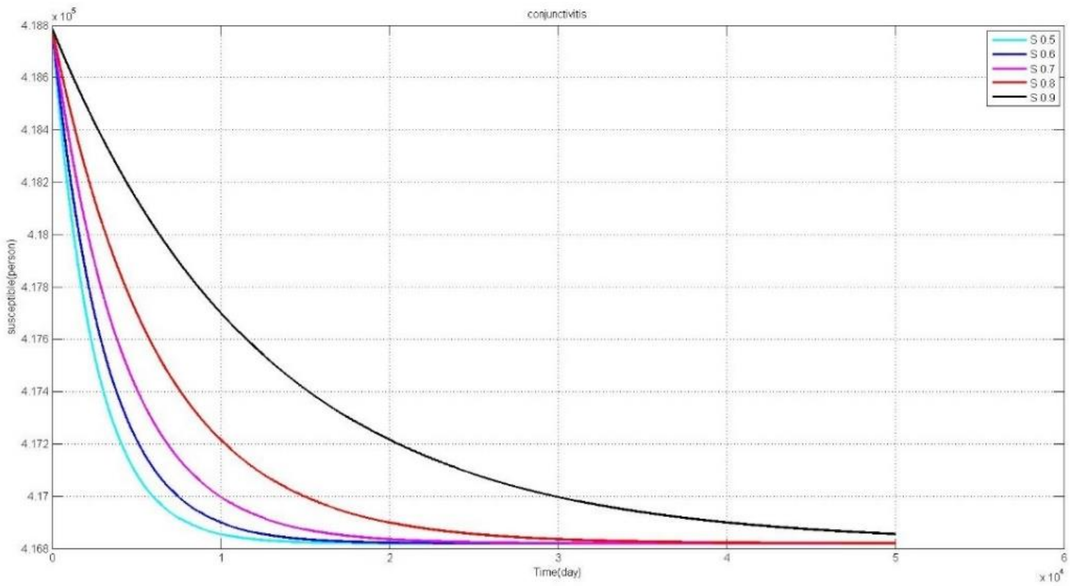
ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด	N	418,785	คน
อัตราการเกิดใหม่	Γ	0.00003145	ต่อวัน
อัตราการตายโดยธรรมชาติ	τ	0.00001694	ต่อวัน
อัตราการสัมผัสเชื้อ	σ	0.0192	ต่อวัน
อัตราการหาย	ω	0.0384	ต่อวัน
อัตราการให้ความรู้	μ	0.5-0.9	

*สำนักงานสาธารณสุขจังหวัดภูเก็ต

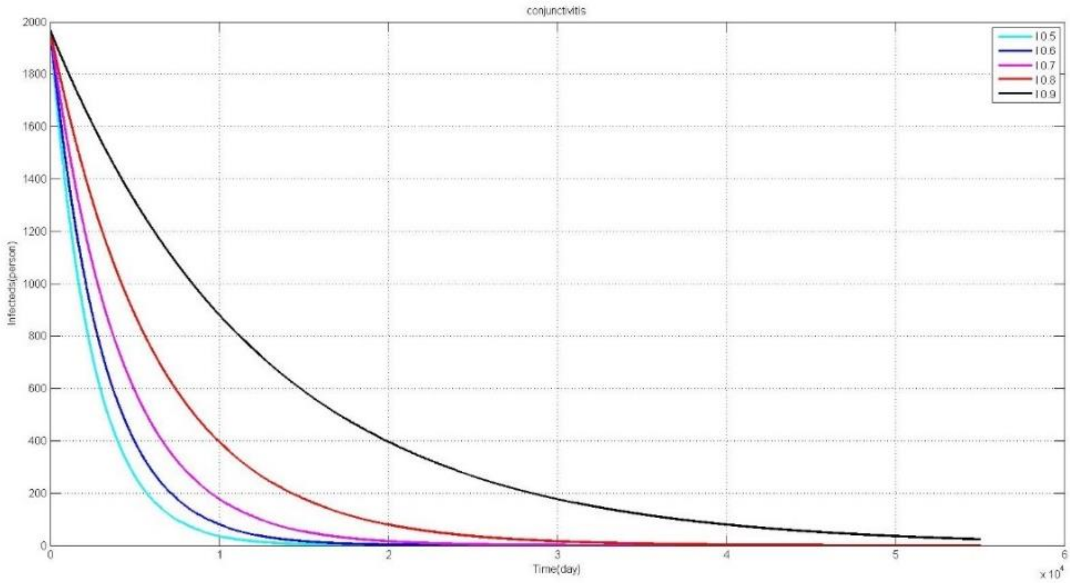
เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบ และสอดคล้องกับเงื่องไขของ Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่ $E_0 = (N, 0, 0)$ ดังนั้นจุดสมดุลไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local Asymptotically (Fred Brauer, Pauline den Driessche and Jianhong Wu (Eds.) 2008)

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่ $E_1 = \left(S^*, I^*, R^*\right)$ ดังนั้นจุดสมดุลมีโรค E_1 จะเป็น Local Asymptotically



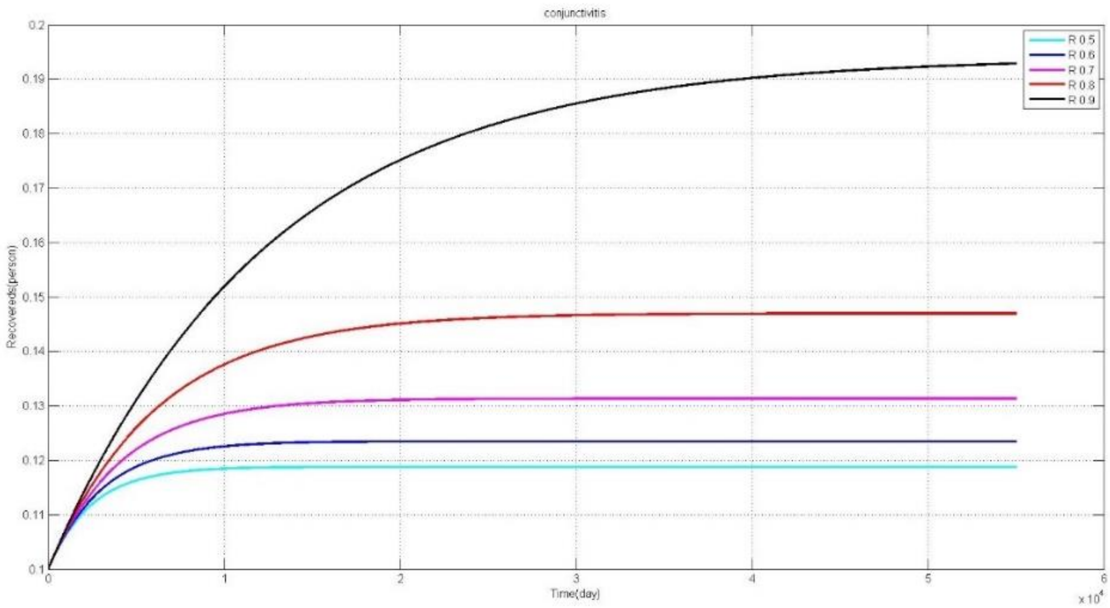
รูปที่ 2 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง(S) ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $(\mu) = 0.5 - 0.9$ ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลมีโรค

จากรูปที่ 2 เมื่อเพิ่มอัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง (μ) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคให้มากขึ้นจะพบว่า อัตราเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง(S)ณ เวลา t ใด ๆ จะค่อย ๆ ลดลงและเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ซึ่งถ้าประชากรมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงลดลงอย่างช้า ๆ ซึ่งหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงเปลี่ยนไปเป็นกลุ่มติดเชื้อจะใช้เวลานานขึ้นจนการแพร่ระบาดของโรคตาแดงลดลง



รูปที่ 3 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ(I)ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $(\mu) = 0.5 - 0.9$ ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลมีโรค

จากรูปที่ 3 เมื่อเพิ่มอัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง (μ) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงให้มากขึ้นจะพบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงติดเชื้อ(I)ณ เวลา t ใด ๆ ลดลงอย่างเห็นได้ชัดซึ่งถ้าประชากรมีความรู้สำหรับการป้องกันเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้จุดสูงสุดของกลุ่มติดเชื้อลดลงและการแพร่ระบาดของโรคจะลดลงด้วยเช่นกัน



รูปที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรที่หายป่วยจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $(\mu) = 0.5 - 0.9$ ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลมีโรค

จากรูปที่ 4 เมื่อเพิ่มอัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง (μ) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง จะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อเปลี่ยนไปเป็นกลุ่มที่หายป่วยจากโรครวดเร็วขึ้น เนื่องจากจำนวนคนเชื้อน้อยลงจึงส่งผลให้เกิดการแพร่ระบาดลดลง

จากการศึกษาพบว่าอัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันเป็นผลปัจจัยหนึ่งต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันน้อยจะส่งผลให้การพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้นและถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับป้องกันเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

สรุปและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงกรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ตและเพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดงกรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ คือ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อได้และประชากรที่หายป่วยจากโรค ซึ่งผู้วิจัยเพิ่มค่าพารามิเตอร์

(μ) คือ อัตราการให้ความรู้ ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใช้วิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน และวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับตรวจสอบการแพร่ระบาดของโรค

ผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่มีโรคและจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค โดยการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพของจุดสมดุลด้วยวิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน ซึ่งค่าเสถียรภาพของระบบ Local Asymptotical Stable ที่ได้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz เพื่อให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ R_0 ซึ่งมีความจำเป็นภายใต้เงื่อนไขเพื่อให้ Local Asymptotically Stability of Equilibrium State ที่มีเสถียรภาพในส่วนของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรคโดยที่ $R_0 = \dfrac{(1-\mu)\sigma N}{(\omega+\tau)}$ สามารถพิจารณาค่าระดับการติดเชื้อ $\left(R_0\right)$ โดยค่า $R_0 < 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดโรคของโรค และค่า $R_0 > 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีการติดเชื้อจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าจุดสมดุลทั้งสองเป็น Local Asymptotical Stable ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคเมื่อ $(\mu) = 0.5 - 0.9$

จากการวิจัยพบว่าอัตราการให้ความรู้สำหรับการป้องกันเป็นผลปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคตาแดง โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้สำหรับการป้องกันน้อย จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้สำหรับป้องกันจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้อโรคตาแดง

ดังนั้นสามารถนำผลวิจัยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการให้ความรู้สำหรับการป้องกันโรคตาแดง นำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยและใช้เป็นข้อมูลวิชาการให้กับหน่วยงานที่เฝ้าระวังของสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข รวมทั้งนำเสนอต่อหน่วยงานด้านสาธารณสุขดำเนินการหามาตรการควบคุมและป้องกันโรคตาแดงโดยการให้ความรู้กับประชาชนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ

เอกสารอ้างอิง

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.*นครปฐม : ราชภัฏนครปฐม

สุกัลยา ศรีสุริฉัน. (2559). *การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.* จาก http://elearning.nsur.ac.th/web_elearning/math_model/

อนุวัตร จิรวัฒนาพาณิชและคณะ. (2562). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์การป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (รายงานการวิจัย).* ภูเก็ต : มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Bureau of Epidemiology.2016. *Conjunctivitis Available* from URL: http://rnnvw.boe.moph.go.th/facConjunctivitis.

Fred Brauer, Pauline den Driessche and Jianhong Wu. (2008). *Mathematical Epidemilogy.* 2563, จาก http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-540-789911-6

Kermack, W. O.,& McKendrick, A. G. (1927). A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemaics. *The Royal Society of London*, 115, 700-721