

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี
โดยการรณรงค์ให้ความรู้
Mathematical Model for Controlling the Spread of Hepatitis B Virus
by Education Campaign

อนุวัตร จิรวัดนพานิช
Anuwat Jirawattanapanit

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต
Applied Mathematics Program, Faculty of Science and Technology,
Phuket Rajabhat University

Submitted 25/5/2021 ; Revised 14/6/2021 ; Accepted 5/7/2021

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้ในจังหวัดภูเก็ต วิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาค่าตอบเชิงวิเคราะห์ ศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และหาค่าตอบเชิงตัวเลข จากการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นจำนวน 4 สมการ จุดสมดุลที่มีโรค จุดสมดุลที่ไม่มีโรค และค่าระดับการติดเชื้อ นอกจากนี้ พบว่าอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบีเป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อค่าระดับการติดเชื้อของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าอัตราการรณรงค์ให้ความรู้มีค่ามากขึ้นจะส่งผลให้ค่าระดับการติดเชื้อลดลง และยังพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบีน้อย จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคตับอักเสบบี, การรณรงค์ให้ความรู้

ผู้ประสานงานหลัก (Corresponding Author)

E-mail: anuwat.j@pkru.ac.th

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี
โดยการรณรงค์ให้ความรู้

Abstract

This research aimed to develop and analyze the stability of mathematical models for controlling the spread of hepatitis B virus by the educational campaign in Phuket. The model was analyzed using standard methods, the equilibrium point, stability of the equilibrium points and analytic solutions. Mathematical model for the rate of educational campaign on the spread of hepatitis B virus was studied to find the numerical solutions. Four nonlinear differential equations were obtained from the developed mathematical model with disease, disease-free equilibrium, and basic reproductive number. The results of the mathematical model analysis revealed that the rate of an educational campaign for the spread of hepatitis B is a factor that affected the basic reproductive number. The higher rate of educational campaign resulted in the lower basic reproductive number. Furthermore, if the at-risk population has limited understanding about the spread of hepatitis B, the disease will spread faster.

Keyword: mathematical model, hepatitis B, educational campaign

บทนำ

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยอธิบายสถานการณ์ในชีวิตจริงเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ โดยการเปลี่ยนสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรและสมการซึ่งสามารถตรวจสอบความถูกต้องของกลไกทางคณิตศาสตร์ และตรวจสอบว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นสะท้อนสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือไม่ ดังนั้นบทบาทและประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จึงมีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นจากโรคภัยต่าง ๆ โดยการจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ เชื้อโรค พาหะนำโรค และผู้ติดเชื้อ ให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ แล้วอธิบายลักษณะของการระบาดและการดำเนินของโรค โดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรง ซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้ อีกทั้งยังช่วยลดงบประมาณด้านการรักษาและทราบแนวทางการป้องกันโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสมมากที่สุดด้วย [1]

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคต่าง ๆ ทำให้ทราบถึงกระบวนการการแพร่ระบาดและผลลัพธ์ที่ได้จากตัวแบบซึ่งช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจถึงปัจจัยที่ช่วยควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้ รวมทั้งมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการติดต่อของโรค ทราบถึงจุดเด่นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถปรับเปลี่ยนลักษณะเฉพาะของโรคระบาดได้สะดวก ซึ่งในขั้นตอนการวิเคราะห์ตัวแบบจะเห็นถึงมาตรการและวิธีการที่ช่วยควบคุมโรค ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้ของการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์อย่างสูงในการลดความเสี่ยงของการติดเชื้อ วิธีการลดการแพร่เชื้อและการควบคุมโรคระบาด [2, 3]

โรคตับอักเสบ คือ โรคที่เกิดจากการอักเสบของเซลล์ตับที่ติดเชื้อไวรัสในกลุ่มไวรัสตับอักเสบ (hepatitis virus) โดยการติดเชื้อส่วนใหญ่เป็นการอักเสบเฉียบพลัน ซึ่งเมื่อหายแล้วร่างกายมักฟื้นกลับ เป็นปกติ แต่มีรายงานว่าในบางคนไม่หายจากโรคและมีการอักเสบเรื้อรัง ซึ่งมักเกิดโรคตับแข็งตามมา รวมทั้งบางคนมีเชื้อไวรัสนี้อยู่ในตัวโดยที่ไม่มีอาการ แต่สามารถแพร่เชื้อไปสู่คนอื่นได้ เรียกว่า เป็นพาหะ โรคตับอักเสบเป็นโรคติดเชื้อที่พบได้บ่อยโรคหนึ่ง โดยพบได้ในทุกช่วงอายุ ทั้งในเด็ก ผู้ใหญ่ และผู้สูงอายุ โรคตับอักเสบจำแนกได้เป็นชนิด เอ บี ซี ดี และอี ซึ่งไวรัสตับอักเสบบี (hepatitis B virus) เป็นหนึ่งในสาเหตุหลักที่ทำให้เกิดโรคตับอักเสบ โดยข้อมูลจากการศึกษาเมื่อปี พ.ศ. 2559 พบว่า มีผู้ติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบี ในประเทศไทยสูงถึง ร้อยละ 5.1 หรือกว่า 3 ล้านคน โรคตับอักเสบบีนั้นว่าเป็นปัญหาสำคัญมาก เนื่องจากทำให้เกิดการอักเสบของเซลล์ตับและทำให้เซลล์ตับถูกทำลาย จากนั้นจะพัฒนาไปสู่โรคตับแข็งและมะเร็งตับต่อไป จากข้อมูลในปัจจุบันพบว่าการติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบี เป็นปัจจัยเสี่ยงที่สำคัญที่สุดในการเกิดโรคมะเร็งตับ ซึ่งเป็นอันดับ 1 ของการเสียชีวิตจากโรคมะเร็งในประเทศไทย และผู้ที่เป็พาหะของไวรัสตับอักเสบบี มีโอกาสเป็นมะเร็งตับมากกว่าผู้ที่ไม่ได้เป็นพาหะถึง 223 เท่า [4]

จังหวัดภูเก็ตมีประชากรส่วนหนึ่งที่เป็นพาหะของไวรัสตับอักเสบบีและสามารถแพร่เชื้อได้ ซึ่งผู้ติดเชื้อจะไม่มีอาการ แต่จะมีการดำเนินของโรคไปอย่างต่อเนื่อง ทำให้ผู้ป่วยที่ไม่ได้ดูแลตนเอง มีความรู้ น้อยเกี่ยวกับการป้องโรค หรือไม่ได้รับการรักษาจากแพทย์อย่างถูกต้องตั้งแต่ต้น จะทำให้เกิดการแพร่เชื้อไปเรื่อย ๆ ซึ่งส่วนมากผู้ป่วยจะทราบว่าเมื่อมาตรวจสุขภาพประจำปี หรือตอนที่มีอาการดีขึ้น ตัวเหลือง ตาเหลือง มีไข้ อ่อนเพลีย เบื่ออาหาร ดังนั้นวิธีที่ดีที่สุดในการรับมือกับเชื้อไวรัสตับอักเสบบี คือ ประชาชนทุกคนต้องมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันการติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบี และหลีกเลี่ยงปัจจัยเสี่ยงทุกประการ ได้แก่ เลือกรับประทานอาหารที่มีประโยชน์ การรับประทานอาหารโดยไม่ใช้ช้อนร่วมกัน มีเพศสัมพันธ์อย่างปลอดภัย งดดื่มเหล้า ตรวจสุขภาพร่างกายเป็นประจำทุกปี ตรวจเช็คตับให้ได้ปีละครั้ง พักผ่อนให้เพียงพอ ออกกำลังกายสม่ำเสมอเพื่อสร้างเสริมภูมิคุ้มกันต้านทานโรค [5]

การรณรงค์ให้ประชาชนมีความรู้ ความเข้าใจ และรับทราบข้อมูลเป็นสิ่งทีจำเป็นมาก เพราะมีบทบาทที่สำคัญในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของประชาชน เนื่องจากการรณรงค์ให้ความรู้จะส่งผลให้ประชาชนมีการเปลี่ยนแปลงทัศนคติ และการตัดสินใจที่จะรับเอาความคิดเห็นใหม่ ๆ เกี่ยวกับการดูแลรักษาสุขภาพ

ของตนเองและครอบครัว โดยการรณรงค์ให้ความรู้ในแต่ละครั้งนั้นมีวัตถุประสงค์ที่แตกต่างกันออกไป ไม่ว่าจะเป็นการรณรงค์เพื่อให้ข้อมูลข่าวสาร หรือการรณรงค์เพื่อนำมาใส่ใจให้คล้อยตาม อันจะนำไปสู่การเข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมและเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในที่สุด ดังนั้นการรณรงค์ให้ความรู้จึงเป็นปัจจัยหนึ่งที่จะช่วยป้องกันโรคติดต่อต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ [2, 6]

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักและเห็นประโยชน์ที่ได้รับจากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยในการแก้วิกฤตการณ์ที่เกิดจากโรคภัยต่าง ๆ จึงทำการวิจัยเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้ซึ่งผู้วิจัยเลือกให้การศึกษาการรณรงค์ให้ความรู้ในจังหวัดภูเก็ตเป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับป้องกันและควบคุมไวรัสตับอักเสบบีให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

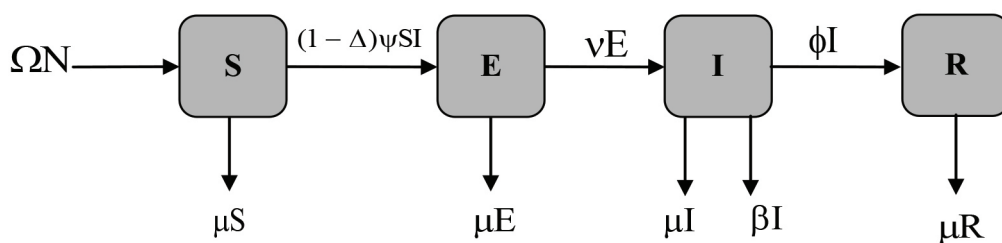
วัตถุประสงค์

1. เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้ในจังหวัดภูเก็ต
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยศึกษาและพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยการดำเนินการ 3 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) การพัฒนาตัวแบบคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้ประชากรมนุษย์มีจำนวนคงที่ และผู้วิจัยแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม ตามการศึกษาก่อนหน้านี้ [2] ได้แก่ (1) กลุ่มคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S) (2) กลุ่มคนที่ติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ (E) (3) กลุ่มคนที่ติดเชื้อและแสดงอาการ (I) และ (4) กลุ่มคนที่หายจากโรค (R) โดยผู้วิจัยได้เพิ่มค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการศึกษารวมทั้งสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของการรณรงค์ให้ความรู้ (Δ) ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ความสัมพันธ์และองค์ประกอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้ (S = จำนวนคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ เวลา t ใด ๆ, E = จำนวนคนที่ติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ ณ เวลา t ใด ๆ, I = จำนวนคนที่ติดเชื้อ ณ เวลา t ใด ๆ, R = จำนวนคนที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใด ๆ, Ω = อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์, Ψ = อัตราการสัมผัสเชื้อ, v = อัตราการฟักตัวของเชื้อ, ϕ = อัตราการฟื้นตัว, μ = อัตราการตายโดยธรรมชาติ, β = อัตราการตายด้วยโรค, Δ = อัตราการรณรงค์ให้ความรู้ และ N = จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด)

2) การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดำเนินการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ นักระบาดวิทยา และบุคลากรทางการแพทย์ โดยการตรวจสอบแผนภาพและสมการเชิงอนุพันธ์ [6, 7]

3) การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน โดยศึกษาจุดสมดุล และศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล เพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุลนั้น โดยใช้วิธี Next Generation Method และหาค่าตอบเชิงตัวเลขโดยวิธี Numerical Analysis [8] ดังนี้

3.1) การหาขอบเขตของค่าคงที่ (invariant region) เป็นการหาขอบเขตของค่าคงที่และช่วงคำตอบของตัวแปรต่าง ๆ โดยใช้เทคนิคการอินทิเกรตในการแสดงช่วงคำตอบของตัวแปรซึ่งมีขอบเขตของค่าคงที่ที่อยู่ในช่วงจำนวนจริงบวก [6]

3.2) การหาจุดสมดุล (equilibrium point) โดยสร้างระบบสมการเชิงอนุพันธ์และดำเนินการลดรูปสมการเพื่อช่วยให้วิเคราะห์ได้ง่ายขึ้น และหาค่าของ S^* , E^* และ I^* เพื่อช่วยให้ทราบค่าเสถียรภาพของจุดสมดุล ซึ่งจะช่วยให้นักวิจัยวิเคราะห์จุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรคได้ [9]

3.3) การหาค่าระดับการติดเชื้อ (basic reproductive number) เป็นการหาค่าระดับการติดเชื้อของการแพร่ระบาด โดยใช้วิธีการ Next Generation Method เพื่อหาค่าระดับการติดเชื้อจากเมทริกซ์ $p(FV^{-1})$ [9]

3.4) การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical analysis) ผู้วิจัยเก็บข้อมูลค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ แล้ววิเคราะห์เชิงตัวเลขซึ่งเป็นการพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้ได้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค และจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค แล้วนำไปคำนวณหาค่าตอบเชิงตัวเลขโดยการจำลองแบบด้วยโปรแกรม MATLAB [9]

ผลการวิจัย

การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐานโดยศึกษาจุดสมดุลและศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุลนั้น โดยใช้วิธี Next Generation Method และหาค่าตอบเชิงตัวเลขโดยวิธี Numerical Analysis [8] ได้ผลดังนี้

1) การหาขอบเขตของค่าคงที่ ผลการวิจัยพบว่า $N(t) \leq N_0 e^{(\Omega - \mu - \frac{\beta I}{N})t}$ ดังนั้น จะได้ขอบเขตของตัวแปรดังนี้ $0 < N < [\Omega - \mu - \beta(\frac{I}{N})]$, $S(t) \geq S_0 e^{-(1-\Delta)\psi I + \mu t} > 0$, $E(t) \geq E_0 e^{-(\nu + \mu)t} > 0$, $I(t) \geq I_0 e^{-(\phi + \beta + \mu)t} > 0$, $R(t) \geq R_0 e^{-\mu t} > 0$ และได้เซตคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นที่มีขอบเขตเป็น $\Sigma = \left\{ (S, E, I, R) \in \mathbb{R}^+ \mid N < [\Omega - \mu - \beta(\frac{I}{N})] \right\}$

2) การหาจุดสมดุล จากระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \Omega N - (1 - \Delta)\psi SI - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = (1 - \Delta)\psi SI - \nu E - \mu E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \nu E - \phi I - \beta I - \mu I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \phi I - \mu R \quad (4)$$

โดยที่ $N=S+E+I+R$ และจากสมการ (1) - (4) ผู้วิจัยวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยลดรูปสมการ จากตัวแปรเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ โดยจัดสมการ (1) - (4) ใหม่ดังนี้

$$\frac{d\bar{S}}{dt} = \Omega - [(1-\Delta)\psi N\bar{S}\bar{I} + \mu\bar{S}] \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = (1-\Delta)\psi N\bar{S}\bar{I} - \bar{E}(v+\mu) \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{I}}{dt} = v\bar{E} - \bar{I}(\phi+\beta+\mu) \quad (7)$$

และ \bar{R} สามารถหาได้จากเงื่อนไข $\bar{S} + \bar{E} + \bar{I} + \bar{R} = 1$ เมื่อกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งหมดเป็น ค่าคงที่ และ กำหนดให้ $\bar{S}' = 0, \bar{E}' = 0$ และ $\bar{I}' = 0$ จากสมการ (5) - (7) จะได้

$$\bar{S}^* = \frac{\Omega}{(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu} \quad (8)$$

$$\bar{E}^* = \frac{\Omega}{(v+\mu)} - \frac{\mu(\phi+\beta+\mu)}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi N} \quad (9)$$

และ
$$\bar{I}^* = \frac{\Omega}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} + \frac{\mu}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi N} \quad (10)$$

จัดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ ได้ดังนี้

$$0 = \Omega - [(1-\Delta)\psi N\bar{S}\bar{I} + \mu\bar{S}] \quad (11)$$

$$0 = (1-\Delta)\psi N\bar{S}\bar{I} - \bar{E}(v+\mu) \quad (12)$$

$$0 = v\bar{E} - \bar{I}(\phi+\beta+\mu) \quad (13)$$

จากสมการ (11) - (13) สามารถจัดรูปสมการใหม่เพื่อหาจุดสมดุล ดังนั้น จะได้ค่าจุดสมดุล ณ จุดสมดุล ที่ไม่มีโรค เมื่อ $I = 0$ จะได้ $E_0(\bar{S}, \bar{E}, \bar{I}, \bar{R}) = E_0(\frac{\Omega}{\mu}, 0, 0, 0)$ และจะได้ค่าจุดสมดุล ณ จุดสมดุลที่มีโรค เมื่อ $I > 0$ จะได้

$$E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*, \bar{R}^*) = (\frac{\Omega}{(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu}, \frac{\Omega}{(v+\mu)} - \frac{\mu(\phi+\beta+\mu)}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi N}, \frac{v\Omega}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} - \frac{\mu}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi N}, \bar{R}^*)$$

3) การหาค่าระดับการติดเชื้อ จากสมการ (1) - (4) จะได้เมตริกซ์ [9] ดังนี้

จาก
$$F(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial[0]}{\partial S} & \frac{\partial[0]}{\partial E} & \frac{\partial[0]}{\partial I} & \frac{\partial[0]}{\partial R} \\ \frac{\partial[(1-\Delta)\psi SI]}{\partial S} & \frac{\partial[(1-\Delta)\psi SI]}{\partial E} & \frac{\partial[(1-\Delta)\psi SI]}{\partial I} & \frac{\partial[(1-\Delta)\psi SI]}{\partial R} \\ \frac{\partial[0]}{\partial S} & \frac{\partial[0]}{\partial E} & \frac{\partial[0]}{\partial I} & \frac{\partial[0]}{\partial R} \\ \frac{\partial[0]}{\partial S} & \frac{\partial[0]}{\partial E} & \frac{\partial[0]}{\partial I} & \frac{\partial[0]}{\partial R} \end{bmatrix}$$

จะได้
$$F(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1-\Delta)\psi I & 0 & (1-\Delta)\psi S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตัวอีกเสบปี โดยการรณรงค์ให้ความรู้

$$\text{จาก } V(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial[-\Omega N + (1-\Delta)\psi SI + \mu S]}{\partial[vE + \mu E]} & \frac{\partial[-\Omega N + (1-\Delta)\psi SI + \mu S]}{\partial[vE + \mu E]} & \frac{\partial[-\Omega N + (1-\Delta)\psi SI + \mu S]}{\partial[vE + \mu E]} & \frac{\partial[-\Omega N + (1-\Delta)\psi SI + \mu S]}{\partial[vE + \mu E]} \\ \frac{\partial S}{\partial[-vE + \phi I + \beta I + \mu I]} & \frac{\partial E}{\partial[-vE + \phi I + \beta I + \mu I]} & \frac{\partial I}{\partial[-vE + \phi I + \beta I + \mu I]} & \frac{\partial R}{\partial[-vE + \phi I + \beta I + \mu I]} \\ \frac{\partial S}{\partial[-\phi I + \mu R]} & \frac{\partial E}{\partial[-\phi I + \mu R]} & \frac{\partial I}{\partial[-\phi I + \mu R]} & \frac{\partial R}{\partial[-\phi I + \mu R]} \\ \frac{\partial S}{\partial S} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial I}{\partial I} & \frac{\partial R}{\partial R} \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } V(x) = \begin{bmatrix} (1-\Delta)\psi I + \mu & 0 & (1-\Delta)\psi S & 0 \\ 0 & v + \mu & 0 & 0 \\ 0 & -v & \phi + \beta + \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\phi & \mu \end{bmatrix}$$

ดังนั้น ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จะได้ $E_0(S, E, I, R) = E_0(N, 0, 0, 0)$

$$\text{จะได้ } F(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\Delta)\psi N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad V(E_0) = \begin{bmatrix} \mu & 0 & (1-\Delta)\psi N & 0 \\ 0 & v + \mu & 0 & 0 \\ 0 & -v & \phi + \beta + \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\phi & \mu \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } FV^{-1}(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\Delta)\psi N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu} & \frac{-v(1-\Delta)\psi N}{\mu(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} & \frac{-(v+\mu)(1-\Delta)\psi N}{\mu(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{v+\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} & \frac{1}{\phi+\beta+\mu} & 0 \\ 0 & \frac{v\phi}{\mu(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} & \frac{\phi}{\mu(\phi+\beta+\mu)} & -\frac{1}{\mu} \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } FV^{-1}(E_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} & \frac{(1-\Delta)\psi N}{\phi+\beta+\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{จาก } \det[FV^{-1}(E_0) - \lambda I] = \begin{vmatrix} 0-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} - \lambda & \frac{(1-\Delta)\psi N}{\phi+\beta+\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 0-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0-\lambda \end{vmatrix}$$

$$\text{จะได้ } \det[FV^{-1}(E_0) - \lambda I] = (-\lambda) \left(\frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} - \lambda \right) (-\lambda)(-\lambda)$$

$$\text{ดังนั้น } \lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0 \text{ และ } \lambda_4 = \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)}$$

$$\text{จากทฤษฎีบท } \rho(FV^{-1}(E_0)) = \max \left\{ 0, 0, 0, \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)} \right\} \quad [9]$$

ดังนั้น $\rho(FV^{-1}(E_0)) = \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)}$ จะได้ค่าระดับการติดเชื้อ คือ $R_0 = \frac{(1-\Delta)\psi v N}{(v+\mu)(\phi+\beta+\mu)}$

4) การวิเคราะห์เสถียรภาพ เป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะจากเมตริกซ์

$$J = \begin{bmatrix} -(1-\Delta)\psi N \bar{I} - \mu & 0 & -(1-\Delta)\psi N \bar{S} \\ -(1-\Delta)\psi N \bar{I} & -(v+\mu) & (1-\Delta)\psi N \bar{S} \\ 0 & v & -(\phi+\beta+\mu) \end{bmatrix}$$

เพื่ออธิบายค่าความสมดุลสำหรับตรวจสอบว่าเป็น Local Asymptotically Stable [10,11] ซึ่งมี 2 กรณี ได้แก่

4.1) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$ ณ จุด E_0 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบ ซึ่งสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz [8] จึงส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$ ดังนี้

$$\text{จาก } J_0 = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -(1-\Delta)\psi N \\ 0 & -(v+\mu) & (1-\Delta)\psi N \\ 0 & v & -(\phi+\beta+\mu) \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } J_0 - \lambda I = \begin{bmatrix} -\mu - \lambda & 0 & -(1-\Delta)\psi N \\ 0 & -(v+\mu) - \lambda & (1-\Delta)\psi N \\ 0 & v & -(\phi+\beta+\mu) - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \det(J_0 - \lambda I) = \begin{vmatrix} -\mu - \lambda & 0 & -(1-\Delta)\psi N \\ 0 & -(v+\mu) - \lambda & (1-\Delta)\psi N \\ 0 & v & -(\phi+\beta+\mu) - \lambda \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \det(J_0 - \lambda I) &= (-\mu - \lambda) [\lambda^2 + \lambda(\phi + \beta + v + 2\mu) + (v + \mu)(\phi + \beta + \mu) - (1 - \Delta)v\psi N] \\ &= (-\mu - \lambda) [\lambda^2 + \lambda(\phi + \beta + v + 2\mu) + (v + \mu)(\phi + \beta + \mu) - (1 - \Delta)v\psi N] \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \lambda_1 = -\mu, \lambda_{2,3} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 4B}}{2} \text{ เมื่อ } \lambda^2 + A\lambda + B = 0$$

โดย $A = \phi + \beta + v + 2\mu$ และ $B = (v + \mu)(\phi + \beta + \mu) - (1 - \Delta)v\psi N$ ซึ่ง λ_2 และ λ_3 จะมีค่าเป็นลบ เมื่อ $A > \sqrt{A^2 - 4B}$, $A > 0$ และ $B > 0$

4.2) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_1 ของจุดสมดุลที่มีโรค โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$ ณ จุด E_1 โดยมีข้อกำหนดว่า ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบ ซึ่งสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz [8] ส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$ ดังนี้

$$\text{จาก } J_1 = \begin{bmatrix} -(1-\Delta)\psi N \bar{I}^* - \mu & 0 & -(1-\Delta)\psi N \bar{S}^* \\ -(1-\Delta)\psi N \bar{I}^* & -(v+\mu) & (1-\Delta)\psi N \bar{S}^* \\ 0 & v & -(\phi+\beta+\mu) \end{bmatrix}$$

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตัวอีกเสบปี
โดยการรณรงค์ให้ความรู้

$$\text{และ } J_1 - \lambda I = \begin{bmatrix} -(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* - \mu - \lambda & 0 & -(1-\Delta)\psi N\bar{S}^* \\ -(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* & -(v+\mu) - \lambda & (1-\Delta)\psi N\bar{S}^* \\ 0 & v & -(\phi + \beta + \mu) - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้ } \det(J_1 - \lambda I) = \begin{vmatrix} -(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* - \mu - \lambda & 0 & -(1-\Delta)\psi N\bar{S}^* \\ -(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* & -(v+\mu) - \lambda & (1-\Delta)\psi N\bar{S}^* \\ 0 & v & -(\phi + \beta + \mu) - \lambda \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } 0 &= \lambda^3 + \lambda^2((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + v + \phi + \beta + 3\mu) \\ &+ \lambda[(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + v + 2\mu)(\phi + \beta + \mu) + ((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu)(v + \mu) - ((1-\Delta)\psi Nv\bar{S}^*)] \\ &+ ((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu)(v + \mu)(\phi + \beta + \mu) - (1-\Delta)\psi v N\bar{S}^* \mu \end{aligned}$$

จัดในรูปของ $\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$ เมื่อ $A = (1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + v + \phi + \beta + 3\mu$

$B = ((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + v + 2\mu)(\phi + \beta + \mu) + ((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu)(v + \mu) - ((1-\Delta)\psi Nv\bar{S}^*)$

และ $C = ((1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu)(v + \mu)(\phi + \beta + \mu) - (1-\Delta)\psi v N\bar{S}^* \mu$

เมื่อพิจารณาค่าลักษณะเฉพาะ (eigenValues) ที่หาได้จากสมการ $\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$ จะได้ว่า $AB > C$ นั่นคือ สมการสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz และพบว่าค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบ และสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz [8] ส่งผลให้คำตอบเข้าสู่จุด

$$E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*, \bar{R}^*) = \left(\frac{\Omega}{(1-\Delta)\psi N\bar{I}^* + \mu}, \frac{\Omega}{(v+\mu)} - \frac{\mu(\phi + \beta + \mu)}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi Nv}, \frac{v\Omega}{(v+\mu)(\phi + \beta + \mu)} - \frac{\mu}{(v+\mu)(1-\Delta)\psi N}, \bar{R}^* \right)$$

ดังนั้น จุดสมดุลมีโรค E_1 จะเป็น Local Asymptotically [10,11]

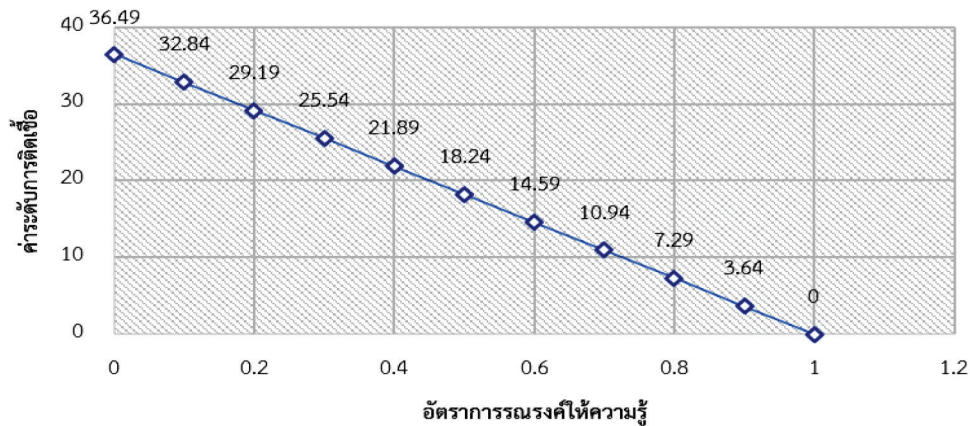
5) การวิเคราะห์เชิงตัวเลข ผู้วิจัยวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี ไปแทนค่าในสมการ ซึ่งมีค่าตามตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด	N	420,000	คน
อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์	Ω	5.263×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการตายโดยธรรมชาติ	μ	1.181×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการสัมผัสเชื้อ	ψ	9×10^{-3}	ต่อวัน
อัตราการฟกตัวของเชื้อ	v	3.288×10^{-1}	ต่อวัน
อัตราการมีภูมิคุ้มกัน	ϕ	2.466×10^{-1}	ต่อวัน
อัตราการตายด้วยโรค	β	2.74×10^{-9}	ต่อวัน
อัตราการรณรงค์ให้ความรู้	Δ	0 - 1	-

จากสมการลักษณะเฉพาะ สมการการหาค่าระดับการติดเชื้อ และค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากตารางที่ 1 จะได้คำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria [8] และได้ค่าระดับการติดเชื้อเพื่อแสดงการแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบีในเขตพื้นที่จังหวัดภูเก็ต โดยจะแสดงผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยสนับสนุนผลการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี [10,11] ดังนี้

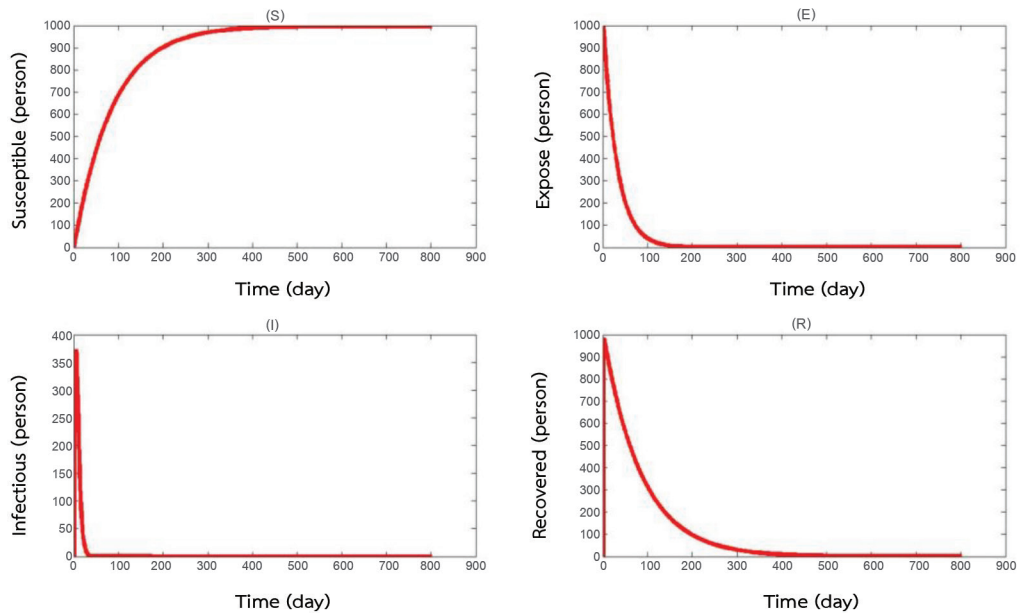
5.1) การวิเคราะห์ค่าระดับการติดเชื้อ (basic reproductive number) ผลการวิจัยพบความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี กับค่าระดับการติดเชื้อดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของโรคไวรัสตับอักเสบบีกับค่าระดับการติดเชื้อ

จากภาพที่ 2 พบว่า อัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การควบคุมการแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบี โดยการรณรงค์ให้ความรู้ ซึ่งเมื่ออัตราการรณรงค์ให้ความรู้มีค่ามากขึ้น จะส่งผลให้ค่าระดับการติดเชื้อลดลง ดังนั้น ถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบีมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตับอักเสบบีมากขึ้น จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบี

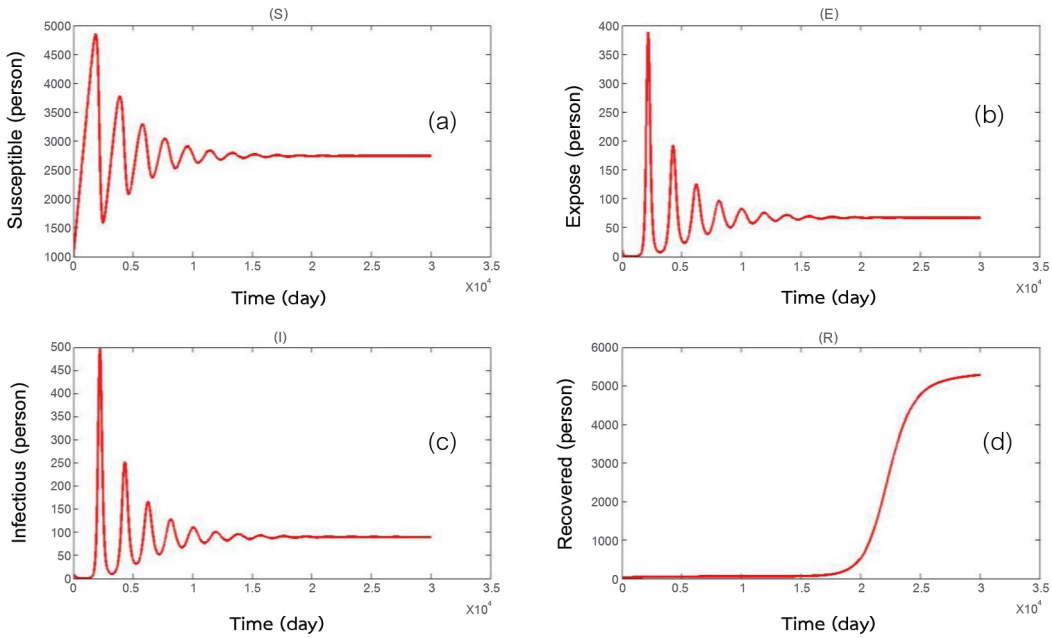
5.2) การวิเคราะห์จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (disease free equilibrium point) เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบ [8] เมื่อพิจารณาเสถียรภาพพบว่า $\lambda_1 = -0.0000181$, $\lambda_2 = -0.2217$ และ $\lambda_3 = -0.9292$ ซึ่งทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะเข้าสู่สู่จุด $E_0 = (1,000, 0, 0, 0)$ ดังนั้น จุดสมดุลที่ไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local Asymptotically [8] ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (a) กลุ่มเสี่ยง (b) กลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ (c) กลุ่มติดเชื้อ และ (d) กลุ่มที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค

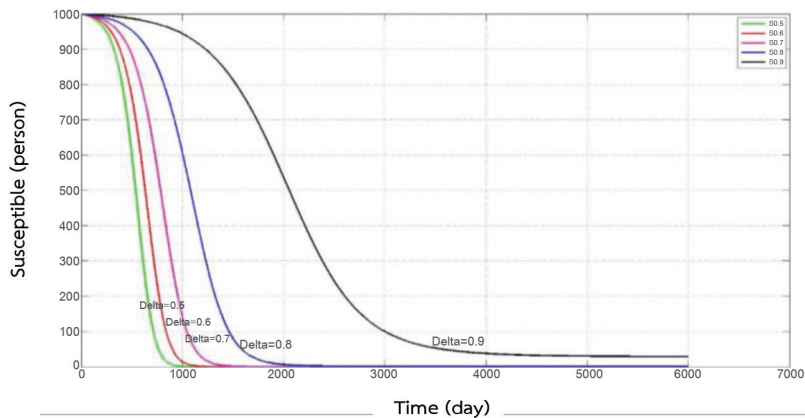
จากภาพที่ 3 เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคในจังหวัดภูเก็ตพบว่า ถ้าประชากรในเขตพื้นที่จังหวัดภูเก็ตไม่มีผู้ติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบี ($I=0$) เมื่อเวลาผ่านไปจะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นจนเข้าสู่จุดสมดุลที่ $E_0 = (N, 0, 0, 0)$ และจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ กลุ่มติดเชื้อ และกลุ่มที่หายป่วยจากโรค จะมีแนวโน้มลดลงจนเข้าสู่จุดสมดุลที่ศูนย์

5.3) การวิเคราะห์จุดสมดุลที่มีโรค (endemic equilibrium point) พบว่า ค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบ และสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะเข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้นจุดสมดุลมีโรค E จะเป็น Local Asymptotically [8] ดังภาพที่ 4 โดยพบว่า ถ้าประชากรในเขตพื้นที่จังหวัดภูเก็ตมีผู้ติดเชื้อไวรัสตับอักเสบบี ($I>0$) เมื่อเวลาผ่านไปจะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง กลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ กลุ่มติดเชื้อ และกลุ่มที่หายป่วยจากโรค จะมีแนวโน้มเข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรค (endemic equilibrium point: E_1) ณ จุดสมดุลที่ $E_1(\bar{S}^*, \bar{E}^*, \bar{I}^*, \bar{R}^*)$



ภาพที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (a) กลุ่มเสี่ยง (b) กลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ (c) กลุ่มติดเชื้อ และ (d) กลุ่มที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใด ๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

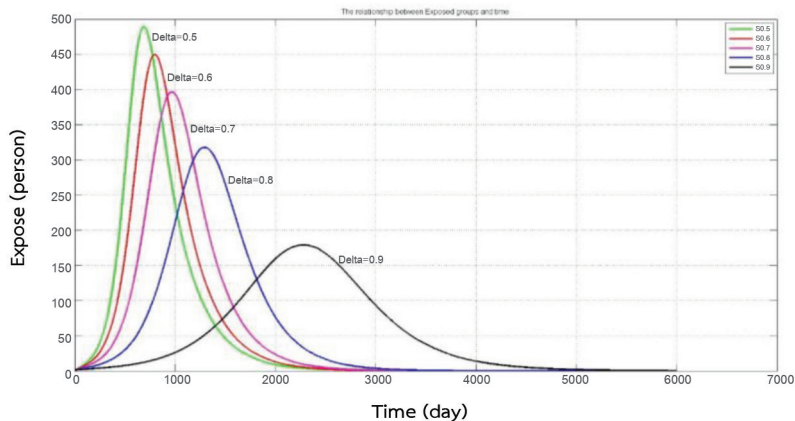
5.4) การวิเคราะห์ที่อัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี จากการศึกษาพบว่า อัตราการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยหนึ่งส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $\Delta = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

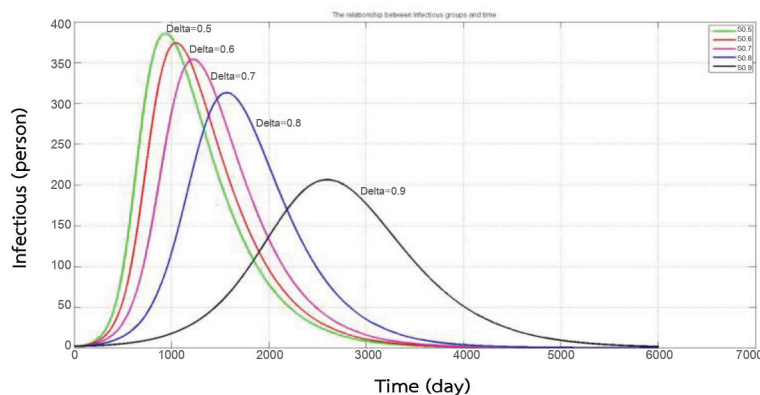
ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี โดยการรณรงค์ให้ความรู้

จากภาพที่ 5 พบว่า เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงจะค่อย ๆ ลดลงและเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ซึ่งถ้าประชากรมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตัวอีกเสบมีมากขึ้น จะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงลดลงอย่างช้า ๆ และใช้เวลานานขึ้น นั่นหมายความว่ามีการแพร่ระบาดของโรคน้อยลง



ภาพที่ 6 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการ (E) ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $\Delta = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

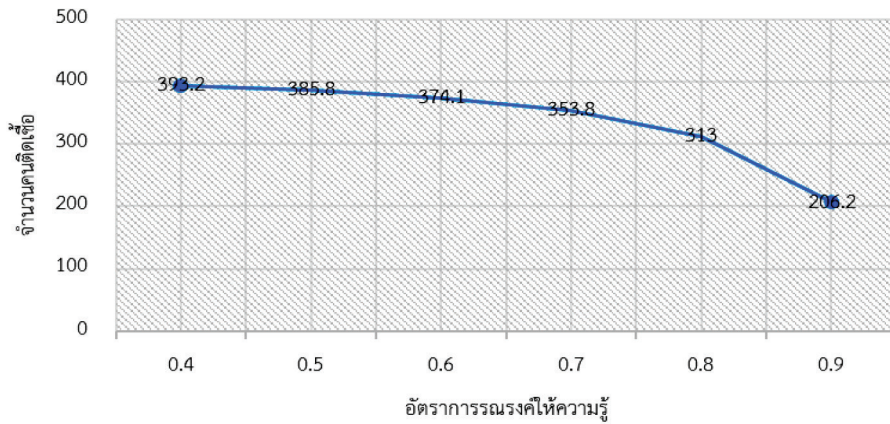
จากภาพที่ 6 เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น จะพบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรของกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการจะลดลงอย่างเห็นได้ชัด และยังพบว่า จุดสูงสุดของประชากรกลุ่มติดเชื้อแต่ไม่แสดงอาการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจน



ภาพที่ 7 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $\Delta = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

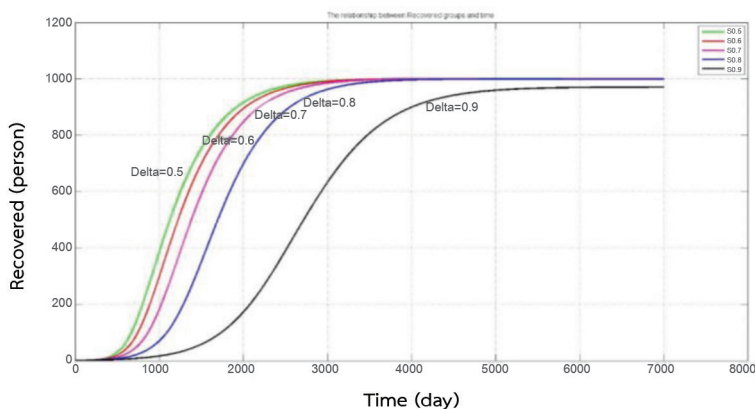
จากภาพที่ 7 เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ จะลดลงอย่างเห็นได้ชัด และพบว่าจำนวนคนติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดของกราฟของประชากรกลุ่มติดเชื้อเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจน ดังภาพที่ 8

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตัวอีกเสบปี
โดยการรณรงค์ให้ความรู้



ภาพที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีกับจำนวนคนติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดของกราฟ

จากภาพที่ 8 คำตอบเชิงตัวเลขแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนคนติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดของกราฟเทียบกับอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดมีการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจน ซึ่งถ้าประชากรมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตับอักเสบบีมากขึ้น จะส่งผลให้จำนวนคนติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดของกราฟลดลง



ภาพที่ 9 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มที่หายป่วยจากโรค (R) ณ เวลา t ใด ๆ เมื่อค่า $\Delta = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

จากภาพที่ 9 ความสัมพันธ์ของจำนวนประชากรกลุ่มที่หายป่วยจากโรค เทียบกับเวลา (t) พบว่าการรณรงค์ให้ความรู้ มีผลต่อจำนวนกลุ่มที่หายป่วยจากโรค โดยพบว่า เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อเปลี่ยนไปเป็นกลุ่มที่หายป่วยจากโรคอย่างรวดเร็วขึ้น เนื่องจากจำนวนคนติดเชื้อน้อยลงจึงส่งผลให้เกิดการแพร่ระบาดลดลง

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวิจัยพบว่าอัตราการรณรงค์ให้ความรู้เกี่ยวกับไวรัสตับอักเสบบี เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษารื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่ระบาดของโรคไข้เลือดออกโดยใช้การรณรงค์ให้ความรู้ กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ตที่พบว่าผลการรณรงค์ให้ความรู้แก่คนกลุ่มเสี่ยงเกี่ยวกับการป้องกันยุงลายกัดและการทำลายแหล่งเพาะพันธุ์ยุงอย่างต่อเนื่องมีผลในการลดจำนวนคนเป็นโรคไข้เลือดออก [6] ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยในครั้งนี้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้ โดยพบว่าประสิทธิภาพการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใส โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออีสุกอีใสมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคอีสุกอีใสเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลง [2] และสอดคล้องกับงานวิจัยเรื่องแบบจำลองการระบาดของโรคอีสุกอีใสในประเทศไทย ที่พบว่าแบบจำลองนี้เกิดจุดสมดุล 2 จุด ที่มีความเสถียรภาพที่สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดอย่างเร็วจริง โดยค่าระดับการติดเชื้อมีผลทำให้ระยะเวลาในการเข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น และยังมีผลต่อสัดส่วนประชากรในแต่ละกลุ่มด้วย ดังนั้นการเพิ่มค่าสืบพันธุ์พื้นฐานจะช่วยลดการระบาดของโรคได้เร็วขึ้น [12]

จากผลการวิจัยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการควบคุมการแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้ สามารถนำไปใช้เป็นข้อมูลสนับสนุนในการป้องกันโรคตับอักเสบบีเพื่อลดจำนวนผู้ป่วย และใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการให้กับหน่วยงานที่เฝ้าระวังโรคระบาดของสำนักกระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข รวมทั้งเป็นแนวทางให้กับหน่วยงานด้านสาธารณสุขดำเนินการหามาตรการควบคุมและป้องกันไวรัสตับอักเสบบีโดยการรณรงค์ให้ความรู้กับประชาชนทั่วไปที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในจังหวัดภูเก็ต และในพื้นที่จังหวัดอื่น ๆ โดยการให้ความรู้เกี่ยวกับการป้องกันไวรัสตับอักเสบบี กับคนกลุ่มเสี่ยงในเขตพื้นที่จังหวัดภูเก็ต

สรุปผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR โดยดำเนินการเพิ่มค่าพารามิเตอร์อัตราการรณรงค์ให้ความรู้และดำเนินการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากผลการพัฒนาผู้วิจัยได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นจำนวน 4 สมการ จุดสมดุลที่มีโรค จุดสมดุลที่ไม่มีโรค และค่าระดับการติดเชื้อ จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าจุดสมดุลทั้งสองเป็น Local Asymptotical Stable และอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของไวรัสตับอักเสบบี เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อค่าระดับการติดเชื้อของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การแพร่ระบาดของโรคตับอักเสบบีมีค่ามากขึ้น จะส่งผลให้ค่าระดับการติดเชื้อลดลง

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณสถาบันวิจัย มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ที่ให้ทุนสนับสนุนการวิจัยประจำปีงบประมาณ 2562 เลขที่สัญญา มรภ.31/2562 และขอขอบคุณอาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ตที่ให้การสนับสนุนการวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] อธิวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 1)*. นครปฐม: สำนักพิมพ์สถาบันราชภัฏ นครปฐม.
- [2] อนุวัตร จิรวัดนพานิซ, อนุรักษ์ วีระประเสริฐสกุล, สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย, และจุฬาลักษณ์ใจอ่อน. (2559). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SEIR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคอีสุกอีใสโดยการรณรงค์ให้ความรู้*. *วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต*, 13(2), 254-275.
- [3] Naowarat, S., Tawarat, W., & Tang, I. M. (2011). Control of the Transmission of Chikungunya Fever Epidemic Through the use of Adulticide. *Science Publication*, 6, 558-565.
- [4] สุรพล เกาะเรียนอุดม. (2561). การตรวจวินิจฉัยไวรัสตับอักเสบบีและซี. *วารสารโรคเอดส์*, 30(3), 113-128.
- [5] ภัทรธิดา สงวนหมู่. (2556). *การจำแนกทางพันธุกรรมของไวรัสตับอักเสบบีที่เกี่ยวข้องกับมะเร็งตับ*. วิทยานิพนธ์ ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [6] บัณฑิตย์ อ้นยงค์. (2558). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการแพร่ระบาดของโรคไข้เลือดออกโดยใช้การรณรงค์ให้ความรู้ กรณีศึกษาจังหวัดภูเก็ต*. รายงานการวิจัย. ภูเก็ต: มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต.
- [7] Sangthongjeen, S., Sudchumngong A., & Naowarat, S. (2015). Effect of Educations Campaign on Transmission Model of Conjunctivitis. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 9(7), 811-815.
- [8] Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (1927). A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. *The Royal Society of London*, 115, 700-721.
- [9] Van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproductive numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartment models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180, 29-48.
- [10] Anderson, R. M., & May, R. M. (1991). *Infectious diseases of humans: dynamics and control (1st edition)*. United Kingdom: Oxford University Press.
- [11] Brauer, F., Driessche, P., & Wu, J. (2008). *Mathematical Epidemiology (1st edition)*. Canada: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [12] อรวรรณ ต้นสุข, และพันธินี พงศ์สัมพันธ์. (2556). *แบบจำลองการระบาดของโรคอีสุกอีใสในประเทศไทย*. *วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง*, 22(1), 39-52.