การคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด

Grade 7 students' geometrical thinking in mathematics classroom using Open Approach

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย[1] เตือนใจ ศักดิ์สองเมือง[2]

Sudatip Hancherngchai and Tuanjai Saksongmuang

Article History

Received: December 23, 2020

Revised: September 1, 2021

Accepted: September 5, 2021

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต เก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ กล้องบันทึก วีดิทัศน์ กล้องบันทึกภาพนิ่ง วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์โพรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ตามแนวคิดวิธีการแบบเปิดของอินทร์ประสิทธิ์ (Inprastiha, 2010) และระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของแวนฮีลี (Van Hiele, 1986)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนอธิบายลักษณะรูปทรงเรขาคณิต โดยระบุคุณสมบัติของรูปทรงเรขาคณิต และอธิบายองค์ประกอบเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติในรูปเรขาคณิตสามมิติของรูปทรงเรขาคณิต แสดงถึงการคิดเชิงเรขาคณิตในระดับ 0 และระดับ 1

2. ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนอธิบายคุณสมบัติ องค์ประกอบ และความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติกับสามมิติ ของรูปทรงเรขาคณิต แสดงถึงการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 และระดับ 1

3. ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติ องค์ประกอบ และความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตกับรูปทรงเรขาคณิต แสดงถึงการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2

---

[1] คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Faculty of Education, Phuket Rajabhat University

[2] โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

Demonstration School of Phuket Rajabhat University, Email: sudatip_h@pkru.ac.th *Corresponding author

4. ขั้นการสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน นักเรียนอธิบายและให้เหตุผลโดยใช้คุณสมบัติ องค์ประกอบ ความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติกับสามมิติ และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับรูปทรงเรขาคณิต แสดงถึงการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2

คำสำคัญ: การคิดเชิงเรขาคณิต วิธีการแบบเปิด ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

Abstract

The aim of this research was to analyze the level of geometrical thinking of grade 7 students in mathematics classrooms using open approach. A qualitative method was used in this research. The target group was 7th-grade students of the Demonstration School of Phuket Rajabhat University. Data were collected in the second semester, 2018 academic years. Research instruments were the lesson plan, video recording, and IC recording. Protocol and descriptive analysis were used following Inprasitha (2010) and Van Hiele (1986).

The result revealed that:

1. Posing open-ended problem; students explained the characteristics, properties, elements of geometry both two and three-dimensional geometric forms, it shows level 0 and 1.

2. Students' self-learning through problem-solving; students explained the properties, elements, and relations of geometry both two and three-dimensional geometric forms, it shows level 0 and 1.

3. Whole class discussion and comparison; students explained and reasoned the properties, elements of geometric figures, moreover they reasoned the relation between two and three-dimensional geometric forms, it shows levels 0, 1, and 2.

4. Summing-up by connecting students' emergent mathematical ideas; students explained and reasoned the properties, elements of geometric figures, moreover, they are able to reason relation between two and three-dimensional geometric forms, it shows level 0, 1, and 2.

Keywords: Students' geometrical thinking, open approach, mathematics classroom, grade 7 students

บทนำ

วิชาเรขาคณิตมีวิวัฒนาการอย่างต่อเนื่อง โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกับธรรมชาติได้อย่างดีและปลอดภัย อย่างไรก็ตามวิชาเรขาคณิตในระดับโรงเรียนเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยากแก่การเข้าใจและจดจำ อีกทั้งยังไม่ค่อยสัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน ทั้งที่ทุกคนตระหนักดีว่าความเข้าใจเชิงเรขาคณิตเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ทั้งในแง่ของการดำรงชีวิตประจำวันและการทำงานในอนาคตของนักเรียน (Pegg, 1995 อ้างถึงในนิตยา อุดมผล, 2551, น.1) การเรียนเรขาคณิตเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนซึ่งพบว่ามีสองสาเหตุหลักที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนคือ นักเรียนส่วนใหญ่ขาดประสบการณ์และความรู้พื้นฐานเบื้องต้นที่จำเป็น ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตอย่างถูกต้อง และนักเรียนส่วนมากยังคงมองเรขาคณิตเป็นเรื่องยาก จึงไม่ค่อยสนใจที่จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเชิงเรขาคณิต (Van Hiele, 1986; Eisenberg & Dreyfus, 1991; Brahier, 2005)

ในการเรียนเรขาคณิตนั้นนักเรียนแต่ละคนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน ทำให้เป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการสื่อสารระหว่างนักเรียนกับเพื่อนนักเรียน (Van Hiele, 1986, p.53) แวนฮีลี ได้เสนอโมเดลระดับการคิดทางเรขาคณิต ประกอบด้วยระดับขั้นพื้นฐานหรือขั้น 0 ระดับขั้น การวิเคราะห์หรือขั้น 1 ระดับขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผนหรือขั้น 2 ระดับขั้นการพิสูจน์อย่างมีแบบแผนหรือขั้น 3 และระดับขั้นการคิดขั้นสุดหรือขั้น 4 ดังนั้นครูผู้สอนควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิต กล่าวคือนักเรียนต้องผ่านการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตจากขั้นที่ง่ายไปยังขั้นที่สลับซับซ้อน

แม้ว่าเรขาคณิตจะมีความสำคัญอย่างมากแต่การจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตในโรงเรียนยังเน้นให้นักเรียนท่องจำเนื้อหา และสร้างรูปเรขาคณิตตามขั้นตอนหรือคำสั่ง ซึ่งวิธีการเหล่านี้ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนมีประสบการณ์การคิดที่เกี่ยวกับการคิดวิเคราะห์ พิสูจน์ให้เหตุผลและความสัมพันธ์ของมิติต่าง ๆ ซึ่งมีผลกระทบต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นและก่อให้เกิดสภาวะอันตรายสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546; Shulman, 1987) ดังที่ โพลย่า (Polya, 1957, p. v) กล่าวว่าครูคณิตศาสตร์มีโอกาสอย่างมากที่จะทำอะไรในชั้นเรียน ถ้าครูใช้เวลาที่ได้รับจัดสรรให้ด้วยการฝึกนักเรียนในการดำเนินการที่คุ้นเคย ครูกำลังทำลายความสนใจของนักเรียนฉุดรั้งพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน และใช้โอกาสของตนเองอย่างผิดพลาด แต่ถ้าครูท้าทายความกระตือรือร้นของนักเรียนโดยการจัดเตรียมปัญหาที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน และช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ นั่นหมายความว่า การแก้ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนคิดอย่างสร้างสรรค์ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และกระตุ้นให้เกิดการคิดเชิงวิพากษ์หรือการให้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ (Schoenfeld, 1983 อ้างถึงใน Schoenfeld, 1992)

วิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา (Problem solving approach) เป็นวิธีการสอนเนื้อหาและกระบวนการเพื่อเรียนรู้วิธีเรียน อย่างเช่น ความคิดรวบยอดและทักษะทางคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างเช่น การคิด แนวคิดและค่านิยม นั่นหมายความว่าเป็นวิธีการที่ใช้เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยพัฒนานักเรียนให้เรียนรู้ด้วยตัวพวกเขาเอง (Isoda, 2012, p.10) การสอนที่เน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำเป็นต้องอาศัยรูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของครูญี่ปุ่น มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยศักยภาพของตนเอง ร่วมกับระดับการตัดสินใจของตนเองเกี่ยวกับการเรียนรู้ของพวกเขา สามารถอธิบายรายละเอียดกระบวนการและผลผลิตต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Nohda, 2000 อ้างถึงในสุลัดดา ลอยฟ้าและไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) ในการสอนที่เรียกว่าวิธีการแบบเปิด ปัญหาที่ใช้จะเป็นปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิดโดยจะถูกนำเสนอในช่วงแรกของการสอน จากนั้นเป็นการใช้คำตอบที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการเตรียมประสบการณ์ในการค้นหาสิ่งใหม่ ๆ ในกระบวนการการสอนนั้น สิ่งนี้สามารถรวมความรู้ ทักษะหรือวิธีการคิดของนักเรียนที่เรียนผ่านมาแล้ว (Becker & Shimada, 1997, p.1) กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่สร้างด้วยปัญหาปลายเปิดมีคุณค่าและละเอียดอย่างมาก เพื่อครูสามารถประเมินทักษะการคิดขั้นสูงของนักเรียนได้ในความหมายนี้ปัญหาปลายเปิดเป็นจุดเริ่มต้นที่ดีในการสร้างบทเรียน (Inprasitha, 2010)

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการพัฒนานักเรียนให้มีการคิดเชิงเรขาคณิตจำเป็นต้องอาศัยวิธีการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีแนวคิดหลากหลาย ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอน

วัตถุประสงค์

เพื่อวิเคราะห์ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด

นิยามศัพท์เฉพาะ

ระดับการคิดเชิงเรขาคณิต หมายถึง ระดับกระบวนการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนที่เกิดขึ้นในขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิตด้วยตนเองผ่านกิจกรรมที่มีกระบวนการออกแบบงานทางเรขาคณิตโดยกำหนดระดับความสามารถในการคิดเชิงเรขาคณิตไว้ 5 ระดับ ตามกรอบแนวคิดของแวนฮีลี (1986) คือ

1.1 ระดับ 0 เป็นการมองเห็นภาพ หมายถึง นักเรียนสามารถ จำแนก ระบุชื่อ เปรียบเทียบและปฏิบัติการเกี่ยวกับ

รูปทรงเรขาคณิตได้โดยอาศัยลักษณะภายนอกของรูปหรือรูปทรงเรขาคณิต

1.2 ระดับ 1 เป็นการวิเคราะห์ หมายถึง นักเรียนสามารถวิเคราะห์รูปหรือรูปทรงเรขาคณิตในรูปองค์ประกอบหรือความสัมพันธ์ขององค์ประกอบดังกล่าวรวมทั้งการที่นักเรียนสามารถค้นพบคุณสมบัติหรือกฎต่าง ๆ ของรูปทรงเรขาคณิตได้โดยการทดลองทำดูโดยวิธีการต่าง ๆ เช่น การวัด การพับ การใช้ตาราง

1.3 ระดับ 2 เป็นการสรุปอย่างไม่เป็นทางการ หมายถึง นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ในเชิงตรรกะของคุณสมบัติหรือกฎที่ค้นพบในระดับก่อนหน้านี้ได้โดยการนำเสนอประเด็นต่าง ๆ ในรูปที่ไม่เป็นทางการ

1.4 ระดับ 3 เป็นการสรุปอย่างเป็นทางการ หมายถึง นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ โดยใช้การให้เหตุผลเชิงนิรนัยและสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้

1.5 ระดับ 4 เป็นการคิดขั้นสูง หมายถึง นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบทโดยอาศัยระบบเชิงสัจพจน์ที่แตกต่างจากเดิมได้ หรือสามารถวิเคราะห์หรือเปรียบเทียบระบบต่าง ๆ เหล่านั้นได้

วิธีการแบบเปิด (Open approach) หมายถึง แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด 2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) การอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน 4) การสรุปบทเรียนจากการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

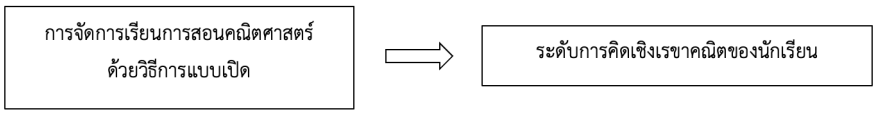
ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ เน้นบรรยายเชิงพรรณนาเกี่ยวกับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

1. ขอบเขตที่เกี่ยวกับเนื้อหาที่ศึกษา เนื้อหาในการวิจัยนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในสาระ การเรียนรู้เรขาคณิต

2. ขอบเขตที่เกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างของงานวิจัยนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอน

แนวคิดและทฤษฎี



วิธีการศึกษา

การวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด การวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพเน้นการสังเกตแบบมีส่วนร่วม เพื่อให้การวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ ผู้วิจัยได้กำหนดวิธีการวิจัยดังนี้

1. ข้อมูลทั่วไปของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต เป็นโรงเรียนที่เริ่มใช้วิธีการแบบเปิดเมื่อปีการศึกษา 2560 ได้นำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ โดยกระบวนการของการศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วย 3 ขั้นตอนสำคัญ คือ

1) ขั้นการวางแผนร่วมกัน มีการร่วมวางแผนการสอนร่วมกับผู้เชี่ยวชาญ ครูผู้สอน และครูผู้สังเกต โดยแผนการสอนได้ดำเนินการตามแนวทางการสอนวิธีการแบบเปิด

2) ขั้นการสังเกตการสอนร่วมกัน เป็นขั้นของการนำแผนการสอนไปใช้ในชั้นเรียน โดยมีครูผู้สอน และครูผู้สังเกตเข้าสังเกตชั้นเรียนขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3) ขั้นการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน เป็นการสะท้อนผลหลังจัดการเรียนการสอน ในแต่ละครั้งผู้สอนและผู้สังเกตดำเนินการสะท้อนผลการสอนเกี่ยวกับปัญหา อุปสรรค แนวคิดของนักเรียนและสื่อการสอนที่ออกแบบไว้เพื่อผลการสะท้อนไปปรับปรุงในการเรียนการสอนต่อไป

2. การกำหนดผู้ร่วมวิจัย การวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยผู้ร่วมวิจัยทั้งหมด 4 คน ดังนี้

1) ผู้วิจัย จำนวน 1 คน หน้าที่ของผู้วิจัยคือเข้าร่วมสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วม ทั้งช่วงของการวางแผนการ

สอน การสังเกตการสอน และการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน ช่วงของการดำเนินการเก็บข้อมูลผู้วิจัยทำหน้าที่สังเกตและบันทึกภาคสนามในระหว่างการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

2) ผู้ช่วยวิจัย จำนวน 3 คน โดยผู้ช่วยวิจัยได้เข้าร่วมการสังเกตแบบมีส่วนร่วมทั้งช่วงของการวางแผนการสอนร่วมกัน การสังเกต การสอนร่วมกัน และการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน ในช่วงของการวางแผนร่วมกัน ช่วงของการดำเนินการเก็บข้อมูล ผู้ช่วยวิจัยคนที่ 1 และ 2 ทำหน้าที่สังเกตและบันทึกวิดิทัศน์ในขณะที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนในชั้นเรียน โดยเฉพาะพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียน และผู้ช่วยวิจัยคนที่ 3 ทำหน้าที่บันทึกภาพนิ่งในขณะที่มีการทำกิจกรรมการเรียนการสอนของครูและนักเรียน

3) กลุ่มเป้าหมาย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ฝ่ายมัธยมศึกษา จำนวน 42 คน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1) แผนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดจำนวน 5 แผน โดยผู้วิจัย ผู้ช่วยวิจัยและครูผู้สอน ร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของประเทศญี่ปุ่นในการออกแบบสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด สื่อการสอนและวางลำดับขั้นการสอน

2) เครื่องบันทึกเสียง เป็นเครื่องมือในการบันทึกเสียงของกลุ่มเป้าหมายขณะจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน จากนั้นผู้วิจัยนำข้อมูลจากวีดิทัศน์ไปถอดเป็นข้อความในรูปของโพรโตคอลเพื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูล

3) แบบบันทึกภาคสนาม ใช้บันทึกพฤติกรรมการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนของกลุ่มเป้าหมายทั้งคำพูดและพฤติกรรมที่สามารถสังเกตได้

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 หน่วยการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ฝ่ายมัธยมศึกษา ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนผู้วิจัยทำหน้าที่บันทึกแบบสังเกตพฤติกรรมและผู้ช่วยวิจัย ทำหน้าที่บันทึกวีดิทัศน์ บันทึกภาพนิ่งและบันทึกเสียง

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์โพรโตคอลและนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการบรรยายเชิงวิเคราะห์ ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดและวิเคราะห์ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียน

ผลการศึกษา

การจัดการเรียนการสอนในแผนนี้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เรื่องลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติในแบบต่าง ๆ ซึ่งมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้สถานการณ์ปัญหาการจัดกลุ่มรูปเรขาคณิต ดำเนินไปตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด

ในช่วงเริ่มต้นกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตพื้นฐานสถานการณ์ปัญหาการจัดกลุ่มรูปเรขาคณิต ครูนำรูปเรขาคณิตต่าง ๆ วางบนโต๊ะ แล้วหยิบลูกบาศก์มาใช้สนทนากับนักเรียน แล้วครูนำแถบปัญหาปลายเปิดที่ว่า เราสามารถจัดกลุ่มรูปทรงทางเรขาคณิตเหล่านี้ได้อย่างไรบ้าง แล้วรูปเรขาคณิตที่จัดกลุ่มเดียวกันมีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร พร้อมกับติดภาพเรขาคณิต ตั้งแต่ A-H บนกระดาน แล้วให้นักเรียนบันทึกเหตุผลโดยการเขียนหรือวาดภาพลงในใบกิจกรรม โดยมีรายละเอียดดังนี้

Item	ผู้พูด	:	คำพูด/พฤติกรรม	ภาพ
Item1	T	:	(ครูยกรูปลูกบาศก์ขึ้น) ถามนักเรียนว่านี้คือรูปอะไร	
Item2	St	:	*ลูกบาศก์*	
Item3	T	:	ทำไมถึงคิดว่าเป็นลูกบาศก์	
Item4	St	:	*เพราะยาวเท่ากันทุกด้าน*	
Item5	T	:	เราสามารถจัดกลุ่มรูปทรงทางเรขาคณิตเหล่านี้ได้อย่างไรบ้าง แล้วรูปเรขาคณิตที่จัดกลุ่มเดียวกันมีลักษณะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร เราจะใช้เกณฑ์ไหนใช้เหตุผลอะไรในการจัดได้หมดเลย จัดอย่างไรก็ได้ให้มีความหลากหลายมากที่สุด ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลวาดรูปประกอบลงในใบกิจกรรม	

จากโพรโตคอล Item1 - Item 5 ครูมีการนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยสอบถามเหตุผลของนักเรียนเกี่ยวกับลูกบาศก์ นักเรียนอธิบายว่ารูปทรงดังกล่าวมีความยาวเท่ากันทุกด้าน ดัง Item 5 “เพราะยาวเท่ากันทุกด้าน” แสดงถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิต ระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนอธิบายถึงคุณลักษณะของลูกบาศก์ที่มีความยาวเท่ากันทุกด้าน

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

ในการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ครูผู้สอนได้จัดแบ่งขั้นตอนออกเป็น 2 ขั้นตอน ได้แก่ การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนโดยการแก้ปัญหาคนเดียว และการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนโดยการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม การดำเนินกิจกรรมมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนโดยการแก้ปัญหาคนเดียว

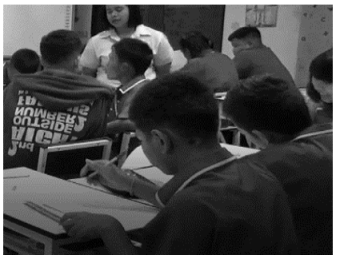
ในขั้นตอนนี้ครูแจกใบงานรายบุคคลให้นักเรียน และให้เวลานักเรียนคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มรูปเรขาคณิต แล้วบันทึกโดยใช้ความรู้ที่ตนเองมีอยู่เพื่อจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตตามความสามารถของตนเองลงในใบงาน ขั้นตอนนี้ใช้เวลาประมาณ 15 นาที โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Item	ผู้พูด	:	คำพูด/พฤติกรรม	ภาพ
Item1	St	:	*ครูครับ ถ้าผมเขียนว่า C เหมือนครึ่งวงกลม ได้ไหมครับ*	
Item2	T	:	ได้ค่ะ ได้หมดเลย	
Item3	St	:	*F มีฐานวงกลมเหมือนกับ H*	
Item4	St	:	*รูปเป็นเหลี่ยม ๆ เหมือนกัน*	

จากโพรโตคอล Item1- Item 4 นักเรียนมีการแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิต โดย นักเรียนถามว่าครูครับ ถ้าผมเขียนว่า C เหมือนครึ่งวงกลม ได้ไหมครับ ดัง Item 1 “C เหมือนครึ่งวงกลม” แสดงถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนอธิบายลักษณะของฐานรูปฐานทรงกระบอกที่ถูกแบ่งครึ่งในแนวตั้งฉากกับแกน X หลังจากนั้นนักเรียนก็อธิบายเหตุผลข้ออื่น ๆ ว่า “F มีฐานวงกลมเหมือนกับ H” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนอธิบายลักษณะของฐานของทรงกรวย และ “รูปเป็นเหลี่ยม ๆ เหมือนกัน” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายลักษณะภายนอกของพีระมิดและปริซึม

2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนโดยการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

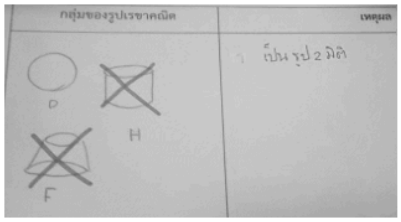
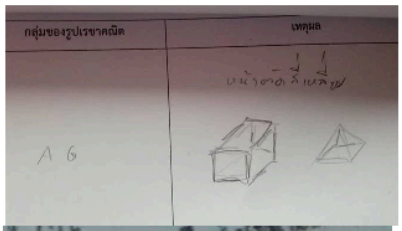
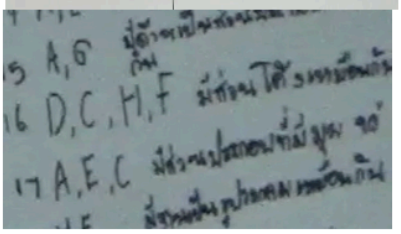
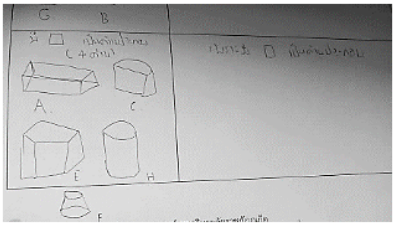
ในขั้นตอนนี้ครูจัดกลุ่มให้กับนักเรียนโดยการสุ่มตัวเลข 1-5 จะสามารถบ่งนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน และให้เวลานักเรียนได้อภิปรายกันในกลุ่มเกี่ยวกับการแก้ปัญหาการจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตแล้วบันทึกเหตุผลของสมาชิกในกลุ่ม หรือวาดภาพลงในกระดาษที่ครูแจกให้ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Item	ผู้พูด	:	คำพูด/พฤติกรรม	ภาพ
Item1	St	:	*ทุกคนเขียน D ยัง เขียน D ยัง เพราะรูป D เป็นรูป 2 มิติแค่อันเดียว (น้ำเสียงดีใจ)*	
Item2	St	:	*B กับ G*	
Item3	St	:	*B กับ G เป็นพีระมิด*	
Item4	St	:	*(ชี้รูป B กับ G) ตรงนี้เป็นมุมฉากจริงไหม*	
Item5	St	:	*อ้อ! อันนี้ฐานใช่ปะ*	
Item6	St	:	*มันฉากจริงเหรอเราว่ามันไม่ฉาก*	
Item7	St	:	*ไม่ ๆ มันเป็นมุมแหลม*	
Item8	St	:	*แต่ด้านท้ายตรงนี้มันเป็นมุมฉาก ฐานมันเป็นมุมฉาก (เสียงสูง) อันนี้มันเป็นสี่เหลี่ยม*	

จากโพรโตคอล Item1- Item 8 นักเรียนมีการแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตโดยพูดคุยกับเพื่อนในกลุ่ม ดังนี้ “D เป็นรูป 2 มิติแค่อันเดียว” “B กับ G เป็นพีระมิด” “มันเป็นมุมแหลม” “ตรงนี้มันเป็นมุมฉาก ฐานมันเป็นมุมฉาก (เสียงสูง) อันนี้มันเป็นสี่เหลี่ยม”แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายลักษณะภายนอกของรูปทรงต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้

ขั้นที่ 3 การอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน

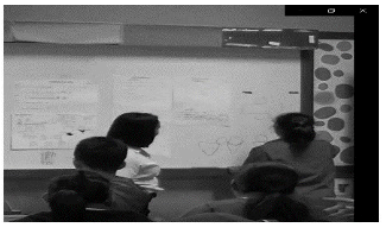
ในขั้นการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ ครูให้นักเรียนนำผลงานของกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนในห้องได้รับมอบหมายให้ตั้งใจฟังเพื่อนนำเสนอและเปรียบเทียบวิธีการของเพื่อนและของตนเอง ครูนำอภิปรายโดยตั้งคำถามเกี่ยวกับวิธีการ และเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการจัดกลุ่มรูปเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนในชั้นเข้าใจแนวคิดของเพื่อนการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบแสดงดังต่อไปนี้

Item	ผู้พูด	:	คำพูด/พฤติกรรม	ภาพ
Item1	St	:	*D เป็นรูป 2 มิติ*	
Item2	St	:	*A G หน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยม*	
Item3	St	:	*C H ถ้าแบ่งครึ่งจะได้ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยม*	
Item4	St	:	*A E C มีส่วนประกอบเป็นมุม 90 องศา*	
Item5	St	:	*A C E G H F มีสี่เหลี่ยมประกอบอยู่ข้างในรูป*	
Item6	T	:	ครูสงสัยที่เราบอกว่ารูป H และ Fมีส่วนประกอบข้างในเป็นสี่เหลี่ยมเป็นยังไงอธิบายให้ครูฟังหน่อยสิ	
Item7	St	:	*รูป H และ F ถ้าเราตัดแบ่งครึ่งมีจะเป็นสี่เหลี่ยม*	

จากโพรโตคอล Item1- Item 7 นักเรียนมีการแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตในระดับต่าง ๆ ดังนี้ Item1 นักเรียนอธิบายว่ารูป D เป็นรูป 2 มิติ แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนจำแนกได้ว่าวงกลมเป็นภาพสองมิติ Item 2-4 นักเรียนอธิบายว่า “A G หน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยม” “C H ถ้าแบ่งครึ่งจะได้ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยม” “A E C มีส่วนประกอบเป็นมุม 90 องศา” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 1 เนื่องจากนักเรียนสามารถวิเคราะห์ส่วนประกอบของรูปและรูปทรงเรขาคณิตที่กำหนดให้ได้ Item7 และ Item9 นักเรียนอธิบายว่า “A C E G H F มีสี่เหลี่ยมประกอบอยู่ข้างในรูป” “รูป H และ F ถ้าเราตัดแบ่งครึ่งมีจะเป็นสี่เหลี่ยม” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 เนื่องจากนักเรียนสามารถเชื่อมโยงรูปสองมิติที่เป็นส่วนประกอบของรูปทรงสามมิติได้

ขั้นที่ 4 การสรุปบทเรียนจากการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

หลังจากที่นักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอผลงานแล้ว ครูนำนักเรียนเข้าสู่ขั้นการสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยครูตั้งคำถามเพื่อสรุปบทเรียนว่า แต่ละรูปมีลักษณะอย่างไร แสดงดังต่อไปนี้

Item	ผู้พูด	:	คำพูด/พฤติกรรม	ภาพ
Item1	T	:	(ครูหยิบกรวย) อันนี้คือ	
Item2	St	:	*กรวย*	
Item3	T	:	มีลักษณะอย่างไร	
Item4	St	:	*ฐานเป็นวงกลม มีจุดยอด จุดแหลม มีฐานเดียว*	
Item5	T	:	ผิวข้างของรูปกรวยเป็นรูป	
Item6	St	:	*สามเหลี่ยม*	
Item7	T	:	(ครูหยิบทรงกระบอก) ถ้าครูคลี่รูปนี้เป็นอย่างไรนะ	
Item8	St	:	*นักเรียนวาดภาพ*	
Item9	St	:	*โอ้ว! วาดได้หลายแบบ*	
Item10	St	:	*นักเรียนวาดภาพ*	
Item11	T	:	สรุปถ้าเราคลี่ทรงกระบอกออกมาจะมีวงกลม 2 วง แล้วก็สี่เหลี่ยมผืนผ้า	

จากโพรโตคอล Item1- Item 11 นักเรียนมีการแสดงระดับการคิดทางเรขาคณิตในระดับต่าง ๆ ดังนี้ Item2-Item6 นักเรียนระบุได้ว่ารูปทรงที่ครูยกขึ้นให้นักเรียนดูคือรูป “กรวย” พร้อมอธิบายว่า“ฐานเป็นวงกลม มีจุดยอด จุดแหลม”และระบุได้ว่าผิวข้างเป็น “สามเหลี่ยม” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 เนื่องจากนักเรียนสามารถระบุชื่อของรูปทรงและอธิบายลักษณะภายนอกที่สามารถพบเห็นด้วยตาเปล่าได้ หลักจากนั้นครูถามว่าถ้าครูคลี่รูปนี้เป็นอย่างไรนะนักเรียนกล่าวว่า “โอ้ว! วาดได้หลายแบบ” แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 1 เนื่องจากนักเรียนได้ทดลองวาดจนสามารถสรุปว่าวาดรูปคลี่ของรูปทรงกระบอกได้หลากหลาย Item8 และ Item10 นักเรียนวาดภาพรูปคลี่ของทรงกระบอก แสดงให้เห็นถึงระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 เนื่องจากนักเรียนสามารถเชื่อมโยงเรื่องรูปสองมิติ และสามมิติมาวาดเป็นรูปคลี่ของทรงกระบอกได้

อภิปรายผลการวิจัย

ระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด พบระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในระดับต่าง ๆ ดังนี้ ขั้นการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด และขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนได้มีโอกาสลงมือแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง พบว่านักเรียนมีการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 คือ นักเรียนสามารถระบุชื่อที่ของรูปเรขาคณิตที่นักเห็นพบเห็นได้ สามารถวาดรูปง่าย ๆ ไม่สลับซับซ้อน แผนภาพ หรือจัดกลุ่มเรขาคณิตที่ไม่สลับซับซ้อนได้ และระดับ 1 นักเรียนสามารถจำแนกและทดสอบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบโดยรวมของรูปร่าง แบ่งกลุ่มรูปร่างในแนวทางที่แตกต่างกันตามคุณสมบัติที่ชัดเจน ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดและขั้นสรุป โดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน พบว่านักเรียนสามารถอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติ องค์ประกอบ และความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตกับรูปทรงเรขาคณิต แสดงถึงการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2

ผลงานวิจัยมีความสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมควร สีชมภู (2549) ที่ได้ศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวนฮีลี พบว่าการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในเนื้อหาด้านเรขาคณิตทำให้นักเรียนแสดงความสามารถในการคิดทางเรขาคณิตของตนเองออกมาได้ เมื่อจำแนกแล้วเป็นระดับ 0 และระดับ 1 ในขั้นการจัดการเรียนการสอน ขั้นต่อมาเป็นขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนมีการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 จะเห็นได้ว่าระดับการคิดเชิงเรขาคณิตที่พบนั้นมีระดับการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 เพิ่มมาซึ่งเป็นระดับที่สูงขึ้นกว่าขั้นการสอนก่อนหน้านี้ด้วยโดยการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 2 นั้นนักเรียนสามารถสร้างและให้บทนิยามข้อถกเถียงที่เป็นทางการซึ่งเป็นอันเมื่อก่อนถูกค้นพบรายละเอียดและติดตามและให้ข้อถกเถียงที่เป็นนิรนัย และขั้นการจัดการเรียนการสอนขั้นสุดท้ายเป็นขั้นการสรุปจากการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นักเรียนมีการคิดเชิงเรขาคณิตระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 เช่นเดียวกับขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ Seangpun (2020) ได้วิเคราะห์วาทกรรมเรื่องการคูณของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิด พบว่าวิธีการแบบเปิดส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายเสนอแนวคิดของตนเอง มีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์อย่างลูกศรเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการคูณ และงานวิจัยของจริยา สุนทรหาญ อาพันธ์ชนิต เจนจิต และคงรัฐ นวลแปง (2018) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากผลการวิจัยเหล่านี้สามารถสังเกตได้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดช่วยพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนให้สูงขึ้น ตลอดจนการส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการอภิปรายโต้แย้งกันอย่างสมเหตุสมผล

ข้อเสนอแนะ

1. วิธีการแบบเปิดเป็นแนวทางการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูสามารถออกแบบและพัฒนาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยการออกแบบสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดให้สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยวิธีการอย่างหลากหลาย

2. การคิดเชิงเรขาคณิตในฐานะที่เป็นหนึ่งในการคิดทางคณิตศาสตร์ ควรมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องผ่านกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ซึ่งควรศึกษาวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อการคิดทางเรขาคณิต

บรรณานุกรม

จริยา สุนทรหาญ, อาพันธ์ชนิต เจนจิตและคงรัฐ นวลแปง. (2563). ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, 22*(3), 38-48.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2546). *การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ขอนแก่นการพิมพ์.

นิตยา อุดมผล. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องวงรีโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้* [วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สมควร สีชมภู. (2549). *การศึกษาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนตามโมเดลของแวนฮีลี.* [วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต]. มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สุลัดดา ลอยฟ้าและไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education, 1*(1), 1-15.

Clements, Douglas H. (1998). Geometric and spatial thinking in young children. *ERIC, 40*(120), 1-40.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics.* Virginia: NCTM.

Brahier, D. J. (2005). *Teaching secondary and middle school mathematics* (2nd ed). USA: Pearson Education.

Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.) *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 25-37). Providence, RI: MAA Notes Series, Vol. 19.

Hsin-Yi and Lin. (2559). A study of applying Van Hiele geometric thinking level theory to develop the multimedia materials of plane geometry for elementary students. *Journal of Mathematics and Statistics, 11*(7), 386-392.

Inprasitha, M. (2010). One feature of adaptive lesson study in Thailand –designing learning unit. *Proceedings of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education*. (pp. 193-206). Dongkook University, Gyeongju.

Isoda, M. & Katagiri, S. (2012). *Monograph on lesson study for teaching mathematics and sciences Vol.1: mathematical thinking: how to develop it in the classroom*. Singapore: World Scientific Printers.

Isoda, M. (2007). *Developing mathematical thinking in classroom*. Paper presented at APEC project: Collaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II) Lesson Study focusing on Mathematical Thinking. Japan.

Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J: Princeton University Press.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing Geometrical thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics, 5*, 310-316.

Saengpun, J. (2020). Multiplicative discourse for making patterns in multiplication table in an open approach classroom teaching: a semiotic analysis. *Journal of Education Naresuan University, 20*(3), 1-11.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In Grouws, D.A. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching.* New York: Macmillan Publishing.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-21.