การศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย

Study the Prevention on Education Campaign Rate Affecting Mathematical Model for Controlling the Spread of Malaria.

ศุภมาส ทองคำ[1] จตุรพล สังข์เสือ[2] พีรพล พระภายไชย[3] อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช[4]

[1,2,3]นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

โทรศัพท์ 0820680968 อีเมล์ s6010357119@pkru.ac.th

[4]อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

โทรศัพท์ 0862727610 อีเมล์ anuwat.j@pkru.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย วิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาคำตอบเชิงวิเคราะห์ ศึกษาประสิทธิภาพของอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคำตอบเชิงตัวเลข

ผลการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พบว่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรคเมื่ออัตราการรณรงค์ให้ความรู้เท่ากับ 0.4 มีค่าระดับการติดเชื้อเท่ากับ 0.942 และอัตราการรณรงค์ให้ความรู้เท่ากับ 0.3 มีค่าระดับการติดเชื้อเท่ากับ 1.099 และอัตราการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคมาลาเรียจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลง

คำสำคัญ: ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โรคมาลาเรีย อัตราการรณรงค์ให้ความรู้

Abstract

This research aimed to develop and analyze the stability of education campaign rate studies affecting the mathematical model of malaria. First, analyze the model using standard methods, study the equilibrium point, and study the equilibrium point's stability. Then, analytical Answers, Study the effectiveness of the educational campaign rate in a mathematical model and find numerical answers.

The analysis model found that equilibrium points' stability when the education campaign rate is 0.4, have basic reproductive number is 0.942, and the education campaign rate is 0.3, the endemic disease equilibrium is 1.099. Thus, the education campaign rate is the factor affecting mathematical modelling. If the risk of infection's population has education Campaign to prevent the spread of malaria and follow hypothesis increase, then the spread of malaria decreased until no epidemic.

Keyword: mathematical model, malaria, education campaign rate

1. บทนำ

คณิตศาสตร์เข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้องในการดำรงชีวิตของมนุษย์ สามารถนำมาประยุกต์ได้หลากหลายรูปแบบ โดยเฉพาะทางการแพทย์ คณิตศาสตร์สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อจำลองการเกิดโรคและการควบคุมโรคต่างๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลายๆด้าน เช่น สภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดโรคต่างๆ การป้องกันโรค และการทดสอบปริมาณยา เป็นต้น ปัจจุบันการเปลี่ยนแปลงของสภาพแวดล้อมและภูมิอากาศเป็นสาเหตุให้เกิดโรคที่ติดต่อได้ง่ายขึ้น มีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วและส่งผลต่อสุขภาพทำให้มนุษย์เสียชีวิตได้ง่าย ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น (ธีรวัฒน์ นาคะบุตร, 2546)

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงบทบาทและประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีส่วนช่วยในการแก้วิกฤตการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นจากโรคภัยต่างๆ โดยจะจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตัวเชื้อโรค ตัวพาหะนำโรค และผู้ติดเชื้อ โดยแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายลักษณะของการระบาดและการดำเนินของโรคโดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นที่จะต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรงซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อผู้วิจัยและผู้ป่วยได้ อีกทั้งยังช่วยลดงบประมาณในการหามาตรการการป้องกันและการรักษาโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างเหมาะสมและรวดเร็วมากที่สุด

ในประเทศไทยโรคมาลาเรียยังคงเป็นปัญหาสาธารณสุขที่สำคัญ สถานการณ์โรคมาลาเรียในประเทศไทยนั้นมีอัตราการป่วยและอัตราการตายเพิ่มขึ้น จากการรายงานของกรมควบคุมโรคข้อมูล ณ วันที่ 1 มกราคม ถึงวันที่ 3 กันยายน 2563 รายงานผู้ป่วยโรคไข้มาลาเรีย 3,322 ราย จังหวัดที่พบผู้ป่วยมากที่สุดได้แก่ จังหวัดยะลา 856 ราย รองลงมาได้แก่ จังหวัดตาก 830 ราย และจังหวัดกาญจนบุรี 416 ราย ตามลำดับ จำนวนผู้ป่วยลดลงจากปี พ.ศ. 2562 ร้อยละ 20 ส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกร ไม่พบผู้เสียชีวิต (กรมควบคุมโรค, 2563) โรคมาลาเรียเป็นโรคติดต่อที่มียุงก้นปล่องเป็นพาหะนำโรค เกิดจากเชื้อไวรัส Plasmodium ซึ่งในประเทศไทยนั้นมีวิธีการติดต่อของโรคมาลาเรียเกิดจากยุงก้นปล่องตัวเมียที่มีเชื้อมาลาเรียมากัดคน ยุงจะปล่อยเชื้อมาลาเรียจากต่อมน้ำลายเข้าสู่กระแสเลือดของคน จากนั้นเชื้อจะเดินทางไปยังที่ตับทำให้เซลล์ตับโตและแตกออกมาในกระแสเลือด อาการของโรคไม่มีลักษณะพิเศษเฉพาะ โดยจะมีอาการคล้ายเป็นหวัด คือ มีไข้ต่ำ ปวดศีรษะ ปวดตามตัว และกล้ามเนื้อ อาจมีอาการคลื่นไส้ เบื่ออาหาร อาการนี้จะเป็นเพียงระยะสั้น หรือหลายวันขึ้นอยู่กับระยะฟักตัวของเชื้อไวรัส ชนิดของเชื้อไวรัส หรือปัจจัยอื่นๆ ร่วมด้วย และผู้ป่วยที่มีประวัติเคยเป็นโรคมาลาเรียจัดว่าเป็นผู้ต้องสงสัยโรคมาลาเรียจะมีเชื้อบางส่วนที่เข้าสู่เซลล์ตับแล้วหยุดพักการเจริญเติบโตชั่วขณะแล้วจึงกลับมาเจริญต่อไปได้อีก ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดไข้กลับได้ และวิธีหนึ่งของการป้องกันโรคมาลาเรีย คือ การฉีดวัคซีน ซึ่งได้มีการทดลองฉีดวัคซีน FSV1 ในกลุ่มคนที่เป็นอาสาสมัคร โดยฉีดเข้ากล้ามรวม 3 ครั้ง และให้ขนาดของวัคซีนที่แตกต่างกัน แล้วให้ยุงที่มีเชื้อมาลาเรียกินเลือด พบว่าอาสาสมัครที่ได้รับวัคซีนมีระยะฟักตัวของเชื้อมาลาเรียนานกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับวัคซีน

แบบจำลองโรคมาลาเรียได้ถูกนำเสนอเริ่มต้นตอนต้นปี พ.ศ.2443 โดย Ronald Ross และได้ถูกพัฒนาเป็นแบบจำลองที่ผู้วิจัยรู้จักกัน คือ Ross model ที่ซึ่งอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรยุงกับการเกิดโรคมาลาเรียในประชากรมนุษย์ (Mandal, Sarkar, & Sinha, 2011) แบบจำลองโรคมาลาเรียได้ ถูกอธิบายใน

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ภายใต้สมมติฐานต่างๆ ได้แก่ การศึกษาแบบจำลองโรคมาลาเรียที่แบ่งกลุ่มประชากรมนุษย์ ออกเป็น 3 กลุ่ม เรียกว่า แบบจำลอง SIR ซึ่ง S (Susceptible) คือ กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัส I (Infected) คือ กลุ่มที่ติดเชื้อไวรัสและ R (Recovery) คือ กลุ่มที่หายจากการติดเชื้อไวรัส และหากประชากรมนุษย์มีภูมิต้านทานชั่วคราวสามารถกลับไปเป็นประชากรที่เสี่ยงได้อีก เรียกแบบจำลองลักษณะนี้ว่า แบบจำลอง SIRS (Chitnis, Hyman, & Cushing, 2008) หรือมีการเพิ่มกลุ่มประชากรมนุษย์ที่ได้รับการรักษาในโรงพยาบาล H (Hospitalized) (Zaman, Lashari, & Chohan, 2012) หรือการกล่าวถึงปัจจัยวัคซีนป้องกันโรคมาลาเรีย (Nirwani, Badshah, & Khandelwal, 2015) ซึ่งในแต่ละบทความวิจัยได้มีการศึกษาเสถียรภาพของแบบจำลองที่สร้างขึ้น และพิจารณาเงื่อนไขของค่าระดับการติดเชื้อ R_0 (Basic reproduction number)

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคโรคมาลาเรีย ทำให้ทราบผลลัพธ์จากตัวแบบและการแพร่ระบาดของโรค ช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจถึงปัจจัยที่สามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้ รวมทั้งมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการติดต่อของโรค นอกจากนั้นจุดเด่นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังสามารถปรับเปลี่ยนลักษณะเฉพาะของโรคระบาดและค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับโรคได้ ซึ่งในขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะช่วยให้เข้าใจวิวัฒนาการของการแพร่ระบาดและเข้าใจถึงมาตรการควบคุมโรค (Kribs-Zaleta and Valesco-Hernández, 2000) ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้ของการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์อย่างสูงในการลดความเสี่ยงของการติดเชื้อโรคมาลาเรีย และการควบคุมโรคมาลาเรีย

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักและเห็นประโยชน์ที่ได้รับ ผู้วิจัยจึงได้พัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากงานวิจัยเรื่องการสร้างแบบจำลองโรคมาลาเรียที่มีกลุ่มประชากรที่เข้ารับการรักษาในโรงพยาบาล (Nirwani, Badshah, & Khandelwal, 2015) โดยเพิ่มปัจจัยการศึกษาเกี่ยวกับอัตราการรณรงค์ให้ความรู้เป็นมาตรการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรียคณะผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการทำวิจัยเรื่องการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับป้องกันและควบคุมโรคมาลาเรียที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

2. วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย
2. เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพของอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย

3. วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย ที่สอดคล้องกับกลุ่มประชากร และลักษณะของการเกิดโรค ซึ่งมีวิธีการดำเนินการวิจัย 3 ขั้นตอนดังนี้

1. การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งหมดมีขนาดคงที่ ซึ่งจะแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่ S_h เป็นจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ I_h เป็นจำนวนประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ H_h เป็นจำนวนประชากรที่ติดเชื้อและเข้ารับการรักษาในโรงพยาบาล และ R_h เป็นจำนวนประชากรที่ฟื้นจากการติดเชื้อ

2. การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การตรวจสอบการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแบบโดยผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์นี้โดยตรง ได้แก่ นักระบาดวิทยาและนักคณิตศาสตร์

3. การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน (Standard Method) โดยการศึกษาจุดสมดุลและศึกษาเสถียรภาพของ จุดสมดุลเพื่อเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุล หาค่าระดับการติดเชื้อโดยใช้วิธี Next Generation Method หาคำตอบเชิงวิเคราะห์และคำตอบเชิงตัวเลข โดยวิธี Numerical Analysis ดังวิธีการต่อไปนี้

3.1 การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน (Standard Method)

การวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐานเป็นวิธีการศึกษาหาจุดสมดุล ค่าระดับการติดเชื้อและเสถียรภาพของระบบ ได้ดังนี้

3.1.1 การหาจุดสมดุล (Equilibrium Point)

การหาจุดสมดุลดำเนินการโดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ จะได้ค่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) โดยกำหนดให้ $I = 0$

3.1.2 การหาค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number: R_0)

ค่าระดับการติดเชื้อเป็นค่าเฉลี่ยที่ผู้ป่วยหนึ่งคนจะสามารถทำให้คนกลุ่มเสี่ยงป่วยเป็นจำนวนกี่คนในช่วงของเวลาที่เขายังป่วยอยู่ โดยใช้วิธีการ Next Generation Method โดยจัดสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นในรูป $\frac{dX}{dt} = F(X) - V(X)$ เพื่อหาค่า R_0 จากเมตริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่ง $F(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เพิ่มขึ้น, $V(X)$ คือเมตริกซ์ของผู้ป่วยที่เปลี่ยนสถานะจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่งได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial Derivative) ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} S \\ E \\ I \end{bmatrix}, \quad F = \left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ และ } V = \left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$$

3.1.3 การวิเคราะห์เสถียรภาพ (Stability Analysis) เป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Value) เพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลสำหรับตรวจสอบว่าเป็น Local Asymptotically Stable มี 2 กรณี ดังนี้

1) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคโดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$, J_0 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_0 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$

2) Local Asymptotically Stable ณ จุด E_1 ของจุดสมดุลที่มีโรคโดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$,

J_1 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_1 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$

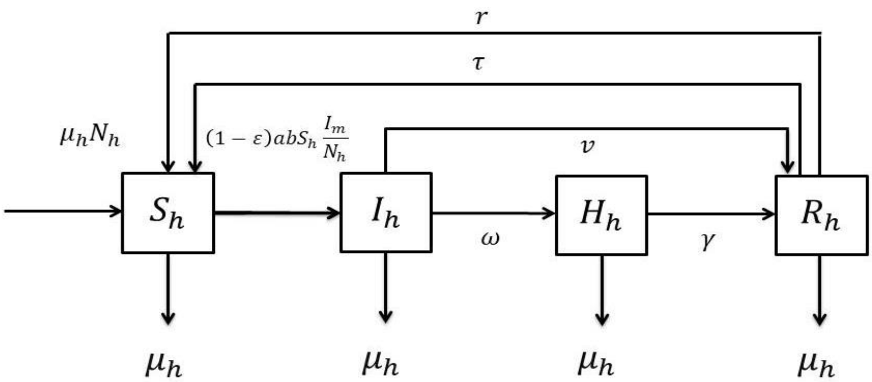
3.2 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis)

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขเป็นการพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) และจุดสมดุลที่มีโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ที่ทำให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นเป็น Local Asymptotically Stableเพื่อนำค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณหาคำตอบเชิงตัวเลขโดยจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

4. ผลการวิจัยและอภิปรายผล

4.1 การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จากการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย คณะผู้วิจัยได้นำเสนอแบบจำลองโรคมาลาเรียที่มีประชากรมนุษย์และประชากรยุง ดังแผนภาพและระบบสมการดังนี้



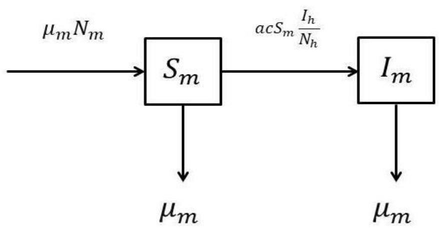
รูปที่ 1 แผนภาพและองค์ประกอบของการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย

จากรูปที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการส่งให้ผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องได้แก่ ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์และบุคลากรทางการแพทย์ ช่วยตรวจสอบแผนภาพและสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น เมื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ ผู้วิจัยได้ทำการแก้ไข ปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาวิเคราะห์ตามวิธีมาตรฐาน ซึ่งจากรูปที่ 1 ได้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น (Kermack and McKendrick, 1927) ดังนี้

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dS_h}{dt} &= \mu_h N_h - (1-\varepsilon)abS_h\frac{I_m}{N_m} + \tau R_h + rR_h - \mu_h S_h\,,\\
\frac{dI_h}{dt} &= (1-\varepsilon)abS_h\frac{I_m}{N_m} - vI_h - \mu_h I_h - \omega I_h\,,\\
\frac{dH_h}{dt} &= \omega I_h - \gamma H_h - \mu_h H_h\,,\\
\frac{dR_h}{dt} &= vI_h + \gamma H_h - \tau R_h - rR_h - \mu_h R_h\,,\\
\frac{dS_m}{dt} &= \mu_m N_m - acS_m\frac{I_h}{N_h} - \mu_m S_m\,,\\
\frac{dI_m}{dt} &= acS_m\frac{I_h}{N_h} - \mu_m I_m
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

โดยที่ a คือ อัตราเฉลี่ยของการกัดประชากรมนุษย์โดยประชากรยุง b คือ สัดส่วนของประชากรมนุษย์ที่ถูกประชากรยุงกัดแล้วติดเชื้อไวรัส c คือ ความน่าจะเป็นของประชากรยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสกลายไปเป็นประชากรยุงมี่ติดเชื้อไวรัส ε คือ อัตราการรณรงค์ให้ความรู้การป้องกันการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรีย v คือ อัตราการหายจากการติดเชื้อไวรัสด้วยตนเองเนื่องจากร่างกายมีภูมิคุ้มกันโดยไม่ผ่านการรักษาในโรงพยาบาล γ คือ อัตราการหายจากการติดเชื้อไวรัสของประชากรมนุษย์ที่ผ่านการรักษาในโรงพยาบาล r คือ อัตราการสูญเสียภูมิคุ้มกันของประชากรมนุษย์ซึ่งหายจากการติดเชื้อไวรัสแล้ว โดยผ่านการรักษาในโรงพยาบาล τ คือ อัตราการสูญเสียภูมิคุ้มกันซึ่งเกิดจากอัตราการรณรงค์ให้ความรู้การป้องกันการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรียที่ได้รับในครั้งแรก ω คือ อัตราการเข้ารับการรักษาในโรงพยาบาลของประชากรมนุษย์ μ_h คือ อัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรมนุษย์ μ_m คือ อัตราการเกิดและอัตราการตายของประชากรยุงและทุกค่าพารามิเตอร์เป็นบวก และ $0 \le \rho \le 1$

ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรรวมมนุษย์ $\frac{dN_h}{dt} = 0$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรรวมยุง $\frac{dN_m}{dt} = 0$ ซึ่งหมายความว่าจำนวนประชากรรวมของมนุษย์และยุงเป็นค่าคงที่



รูปที่ 2 แผนภาพและองค์ประกอบแสดงประชากรยุง

เนื่องจากจำนวนประชากรรวมมนุษย์และยุงเป็นค่าคงที่ นั่นคือ $R_h = N_h - S_h - I_h - H_h$ และ $S_m = N_m - I_m$ ผู้วิจัยจึงเลือกแบบจำลองโรคมาลาเรียที่ขึ้นอยู่กับตัวแปร $S_h,\ I_h,\ H_h$ และ I_m ดังระบบสมการที่ (2) ดังนี้

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dS_h}{dt} &= \mu_h N_h - (1-\varepsilon)abS_h\frac{I_m}{N_h} + (\tau + r)(N_h - S_h - I_h - H_h) - \mu_h S_h\,,\\
\frac{dI_h}{dt} &= (1-\varepsilon)abS_h\frac{I_m}{N_h} - vI_h - \mu_h I_h - \omega I_h\,,\\
\frac{dH_h}{dt} &= \omega I_h - \gamma H_h - \mu_h H_h\,,\\
\frac{dI_m}{dt} &= ac(N_m - I_m)\frac{I_h}{N_h} - \mu_m I_m
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

เมื่อ พิจารณาสัดส่วนประชากรของระบบสมการที่ $I_M = \frac{I_m}{N_m}$ และ $\emptyset = \frac{N_m}{N_h}$ ทำให้ได้ระบบสมการที่ (2) ให้ $S_H = \frac{S_h}{N_h},\ I_H = \frac{I_h}{N_h},\ H_H = \frac{H_h}{N_h}$ ศึกษาดังระบบสมการที่ (3) ดังนี้

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dS_H}{dt} &= \mu_h - (1-\varepsilon)ab\emptyset S_H I_M + (\tau + r) - (\tau + r)(S_H + I_H + H_H) - \mu_h S_H\,,\\
\frac{dI_H}{dt} &= (1-\varepsilon)\emptyset abS_H I_M - vI_H - \mu_h I_H - \omega I_H\,,\\
\frac{dH_H}{dt} &= \omega I_H - \gamma H_H - \mu_h H_H\,,\\
\frac{dI_M}{dt} &= acI_H(1 - I_M) - \mu_m I_M
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

4.2 การพิจารณาจุดสมดุล

ผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อและจุดสมดุลที่มีเชื้อ ดังต่อไปนี้

4.2.1 จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อ(E_0) โดยพิจารณาหาจุดสมดุลของระบบสมการที่ 3 โดยจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อเขียนแทนด้วย $E_0 = (S_H, I_H, H_H, I_M)$ นั่นคือ จัดระบบสมการที่ 3 ให้เท่ากับศูนย์ (Chen, & Huang, 2014) และ $I_H = 0$ และ $I_M = 0$ ทำให้ได้ว่า $E_0 = (1,0,0,0)$

4.2.2 จุดสมดุลที่มีเชื้อ (E_1) โดยพิจารณาหาจุดสมดุลของระบบสมการที่ **(7)** โดยจุดสมดุลที่มีเชื้อ เขียนแทนด้วย $E_1 = (S_H^*, I_H^*, H_H^*, I_M^*)$ นั่นคือ จัดระบบสมการที่ 3 ให้เท่ากับศูนย์ (Chen, & Huang, 2014) และไม่มีกลุ่มประชากรใดเป็นศูนย์ จะได้จุดสมดุลที่มีเชื้อไวรัส $E_1 = (S_H^*, I_H^*, H_H^*, I_M^*)$ เ มี่ อ

$$S_H^* = \frac{\mu_h + (\tau + r)(1 - I_H^* - \frac{\omega I_H^*}{\gamma + \mu_h})}{\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset I_H^*}{acI_H^* + \mu_m} + (\tau + r) + \mu_h},$$

$$I_H^* = \frac{(1-\varepsilon)ab\emptyset\left(\frac{\mu_h + (\tau + r)\left[1 - I_H^* - \frac{\omega I_H^*}{\gamma + \mu_h}\right]}{\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset I_H^*}{acI_H^* + \mu_m} + (\tau + r) + \mu_h}\right)\left(\frac{acI_H^*}{acI_H^* + \mu_m}\right)}{v + \mu_h + \omega}, \quad H_H^* = \frac{\omega I_H^*}{\gamma + \mu_h}$$

แ ล ะ

$$I_M^* = \frac{acI_H^*}{acI_H^* + \mu_m}$$

4.3 ค่าระดับการติดเชื้อ (R_0)

การหาค่าค่าระดับการติดเชื้อของการแพร่ระบาดของโรคโดยใช้วิธีการ Next Generation Method ซึ่งได้จากระบบสมการที่ 3 จะได้เมทริกซ์ในรูป $\frac{\partial X}{\partial t} = F(X) - V(X)$ เมื่อ $F(X)$ เป็นเมทริกซ์ที่ไม่ติดลบของผู้ติดเชื้อรายใหม่ที่เกิดขึ้น และ $V(X)$ เป็น non-singular matrix ของเทอมที่เหลือ เมื่อหาค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) จากเมทริกซ์ $\rho(FV^{-1}(E_0))$ ซึ่ง $F(X)$ และ $V(X)$ ได้จากอนุพันธ์ย่อย ดังนี้

$$X = \begin{bmatrix} S_H \\ I_H \\ H_H \\ I_M \end{bmatrix}, \qquad F(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1-\varepsilon)ab\phi S_H I_M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{และ}$$

$$V(X)=\begin{bmatrix} -\mu_h+(1-\varepsilon)ab\phi S_H I_M-(\tau+r)+(\tau+r)(S_H+I_H+H_H)+\mu_h S_H \\ vI_H+\mu_h I_H+\omega I_H \\ -\omega I_H+\gamma H_H+\mu_h H_H \\ -ac\,I_H(1-I_M)+\mu_m I_M \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $F=\left[\frac{\partial \mathrm{F_i}(\mathrm{E_0})}{\partial \mathrm{X_i}}\right]$ และ $V=\left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$ สำหรับ $i,j=1,2,3,4$

ดังนั้น ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อ$E_0(S_H,I_H,H_H,I_M)=(1,0,0,0)$ จะได้

$$F(E_0)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ และ $$V(E_0)=\begin{bmatrix} (\tau+r)+\mu_h & \tau+r & \tau+r & (1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & v+\mu_h+\omega & 0 & 0 \\ 0 & -\omega & \gamma+\mu_h & 0 \\ 0 & -ac & 0 & \mu_m \end{bmatrix}$$ ด้วยเหตุนี้

$$V^{-1}(E_0)=\begin{bmatrix} \frac{1}{(\tau+r)+\mu_h} & \frac{1}{((\tau+r)+\mu_h)(v+\mu_h+\omega)}\left[-(\tau+r)+\frac{(-ac)(1-\varepsilon)ab\phi}{\mu_m}+\frac{(-\omega)(\tau+r)}{\gamma+\mu_h}\right] & \frac{-(\tau+r)}{((\tau+r)+\mu_h)(\gamma+\mu_h)} & \frac{-(1-\varepsilon)ab\phi}{((\tau+r)+\mu_h)(\mu_m)} \\ 0 & \frac{1}{v+\mu_h+\omega} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega}{(v+\mu_h+\omega)(\gamma+\mu_h)} & \frac{1}{\gamma+\mu_h} & 0 \\ 0 & \frac{ac}{(v+\mu_h+\omega)(\mu_m)} & 0 & \frac{1}{\mu_m} \end{bmatrix}$$

$$FV^{-1}(E_0)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ac(1-\varepsilon)ab\phi}{(v+\mu_h+\omega)(\mu_m)} & 0 & \frac{(1-\varepsilon)ab\phi}{\mu_m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $\rho\left(FV^{-1}(E_0)\right)=\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset}{(v+\mu_h+\omega)(\mu_m)}$ จะได้ ค่าระดับการติดเชื้อ คือ $R_0=\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset}{(v+\mu_h+\omega)(\mu_m)}$

เมื่อ R_0 หมายถึงค่าระดับการติดเชื้อ จะเห็นได้ว่าจุดสมดุลที่มีเชื้อ E_1 จะเกิดขึ้นได้เมื่อ $R_0 > 1$

4.4 การวิเคราะห์เสถียรภาพ

การวิเคราะห์เสถียรภาพเป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Value) เพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลจากเมทริกซ์

$$J(\bar{E}) = \begin{bmatrix} -(1-\varepsilon)ab\phi\overline{I_M}-(\tau+r)-\mu_h & -(\tau+r) & -(\tau+r) & -(1-\varepsilon)ab\phi\overline{S_H} \\ (1-\varepsilon)ab\phi\overline{I_M} & -v-\mu_h-\omega & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi\overline{S_H} \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h & 0 \\ 0 & ac-ac\overline{I_M} & 0 & -ac\overline{I_H}-\mu_m \end{bmatrix}$$

พิจารณาเมทริกซ์จาโคเบียน ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อไวรัส นั่นคือ $\bar{E} = E_0 = (1,0,0,0)$ ได้ดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\tau-r-\mu_h & -\tau-r & -\tau-r & -(1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & -v-\mu_h-\omega & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h & 0 \\ 0 & ac & 0 & -\mu_m \end{bmatrix}$$

ทำให้สมการลักษณะเฉพาะจาก $|J(E_0) - \lambda I| = 0$ ดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{vmatrix} -\tau-r-\mu_h-\lambda & -\tau-r & -\tau-r & -(1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & -v-\mu_h-\omega-\lambda & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h-\lambda & 0 \\ 0 & ac & 0 & -\mu_m-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

ทำให้ได้สมการลักษณะเฉพาะ ดังสมการดังนี้

$$(\lambda+\tau+r+\mu_h)(\lambda+\gamma+\mu_h)[\lambda^2+(v+\mu_h+\omega+\mu_m)\lambda+(v+\mu_h+\omega)\mu_m-(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset]=0$$

ในการพิจารณาเสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีค่าลักษณะเฉพาะ λ ในพจน์ของสมการลักษณะเฉพาะมีเชื้อ จะเห็นได้ชัดว่ามีค่ารากลักษณะเฉพาะ λ ที่จากสมการข้างต้นที่มีส่วนจริงเป็นลบ 2 ค่า ดังนั้นจึงเหลือการพิจารณาค่ารากจาก $\lambda^2 + (v + \mu_h + \omega + \mu_m)\lambda + (v + \mu_h + \omega)\mu_m - (1 - \varepsilon)a^2bc\emptyset = 0$

โดยสามารถเขียนให้อยู่ในพจน์ของ R_0 ได้ดังสมการดังนี้

$$\lambda^2 + (v + \mu_h + \omega + \mu_m)\lambda + \mu_m(1 - R_0)(v + \mu_h + \omega) = 0$$

ดังนั้นรากของค่าลักษณะเฉพาะของสมการ คือ

$$\lambda = \frac{-(v+\mu_h+\omega+\mu_m) \pm \sqrt{(v+\mu_h+\omega+\mu_m)^2 - 4\mu_m(1-R_0)(v+\mu_h+\omega)}}{2} < 0$$

ทำให้ได้ว่าค่ารากลักษณะเฉพาะทุกค่าของ λ มี $Re(\lambda) < 0$ จึงสรุปได้ว่า ถ้า $R_0 < 1$ แล้วจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อ E_0 มีเสถียรภาพกำกับเฉพาะที่ (Barnett, & Cameron, 1985)

เมื่อพิจารณาเมทริกซ์จาโคเบียน ณ จุดสมดุลที่มีเชื้อไวรัส E_1 นั่นคือ แทนค่า $\bar{E} = E_1 = (S_H^*, I_H^*, H_H^*, I_M^*)$ ลงในเมทริกซ์จาโคเบียน ณ จุดสมดุลใดๆ ได้ดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -(1-\varepsilon)ab\phi I_M^* - (\tau+r) - \mu_h & -(\tau+r) & -(\tau+r) & -(1-\varepsilon)ab\phi S_H^* \\ (1-\varepsilon)ab\phi I_M^* & -v-\mu_h-\omega & 0 & (1-\varepsilon))ab\phi S_H^* \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h & 0 \\ 0 & ac - acI_M^* & 0 & -acI_H^* - \mu_m \end{bmatrix}$$

พิจารณาสมการลักษณะเฉพาะจาก $|J(E_1) - \lambda I| = 0$ ดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{vmatrix} -(1-\varepsilon)ab\phi I_M^* - (\tau+r) - \mu_h - \lambda & -(\tau+r) & -(\tau+r) & -(1-\varepsilon)ab\phi S_H^* \\ (1-\varepsilon)ab\phi I_M^* & -v-\mu_h-\omega-\lambda & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi S_H^* \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h-\lambda & 0 \\ 0 & ac - acI_M^* & 0 & -acI_H^* - \mu_m - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

แทนค่า $S_H^* = \dfrac{\mu_h + (\tau+r)\left(1 - I_H^* - \frac{\omega I_H^*}{\gamma+\mu_h}\right)}{\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\phi I_H^*}{acI_H^*+\mu_m} + (\tau+r) + \mu_h}$ ลงในเมทริกซ์ข้างต้น จะได้ ดังเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} -(1-\varepsilon)ab\phi I_M^* - \tau - r - \mu_h - \lambda & -\tau-r & -\tau-r & -(1-\varepsilon)ab\phi\left(\dfrac{\mu_h + (\tau+r)\left(1 - I_H^* - \frac{\omega I_H^*}{\gamma+\mu_h}\right)}{\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\phi I_H^*}{acI_H^*+\mu_m} + (\tau+r) + \mu_h}\right) \\ (1-\varepsilon)ab\phi I_M^* & -v-\mu_h-\omega-\lambda & 0 & (1-\varepsilon)ab\phi\left(\dfrac{\mu_h + (\tau+r)\left(1 - I_H^* - \frac{\omega I_H^*}{\gamma+\mu_h}\right)}{\frac{(1-\varepsilon)a^2bc\phi I_H^*}{acI_H^*+\mu_m} + (\tau+r) + \mu_h}\right) \\ 0 & \omega & -\gamma-\mu_h-\lambda & 0 \\ 0 & ac - acI_M^* & 0 & -acI_H^* - \mu_m - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

และได้สมการลักษณะเฉพาะ ดังสมการ ดังนี้

$$0 = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 \qquad \text{โดยที่}$$

$$a_1 = \gamma + 3\mu_h + (1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^* + \tau + r + v + \omega + acI_H^* + \mu_m > 0$$

$$\begin{aligned} a_2 = {} & \big((1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^* + \tau + r + 2\mu_h + v + \omega + acI_H^* + \mu_m\big)(\gamma + \mu_h) \\ & + \big((1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^* + \tau + r + \mu_h\big)(v + \mu_h + \omega + acI_H^* + \mu_m) \\ & + (v + \mu_h + \omega)(acI_H^*) + (\tau + r)\big((1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^*\big) \\ & > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3 = {} & \big[\big((1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^* + \tau + r + \mu_h\big)(v + \mu_h + \omega + acI_H^* + \mu_m) + (v + \mu_h + \omega)(acI_H^*) \\ & + (\tau + r)\big((1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^*\big)\big](\gamma + \mu_h) \\ & + (1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^*(acI_H^* + \mu_m)(v + \mu_h + \omega + \tau + r) \\ & + (\tau + r + \mu_h)(v + \mu_h + \omega)(acI_H^*) + (\tau + r)\big((1-\varepsilon)ab\emptyset\omega I_M^*\big) \\ & > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 = {} & [(1-\varepsilon)ab\emptyset I_M^*(acI_H^* + \mu_m)(v + \mu_h + \omega + \tau + r) + (\tau + r + \mu_h)(v + \mu_h + \omega)(acI_H^*)] \\ & (\gamma + \mu_h) + (\tau + r)\big((1-\varepsilon)ab\emptyset\omega I_M^*\big)(acI_H^* + \mu_m) \\ & > 0 \end{aligned}$$

จาก $a_i > 0$ สำหรับ $i = 1,2,3,4$ และสมมติฐาน $a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4 > 0$ ทำให้ได้ว่า $a_1a_2 - a_3 > \frac{a_1^2a_4}{a_3} > 0$ เพราะฉะนั้น $a_1a_2 - a_3 > 0$ และจาก $a_4 > 0$ และสมมติฐาน $a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4 > 0$ ทำให้ได้ว่า $a_4(a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4) > 0$ ซึ่งสอดคล้องกันกับ Routh-Huewitz สำหรับ $n = 4$ ดังนั้นค่ารากลักษณะเฉพาะทุกค่าของสมการที่ **(13)** มี $Re(\lambda) < 0$ จึงสรุปได้ว่า ถ้า $R_0 > 1$ และ $a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4 > 0$ แล้วจุดสมดุลที่มีเชื้อไวรัส E_1 มีเสถียรภาพกำกับเฉพาะที่ (Barnett, & Cameron,1985)

4.5 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

จากผลการศึกษาที่ได้รับ ได้วิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยจำลองเลียนแบบโรคมาลาเรียด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยหาคำตอบเชิงตัวเลข เพื่อยืนยันผลการศึกษาที่ได้รับและกำหนดค่าพารามิเตอร์ของการจำลองตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ รายละเอียดแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้ที่มีผลต่อตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ของโรคมาลาเรีย

Parameters	Description	values	references
μ_h	the birth and death rate of human	0.26/day	(Nirwani, Badshah, & Khandelwal, 2015; Laxminarayan, 2004)
μ_m	the birth and death rate of mosquito	0.22/day	(Nirwani, Badshah, & Khandelwal, 2015; Laxminarayan, 2004)
a	the average bitten rate on man by a single mosquito	0.29/day	(Ishikawa et al., 2003; Laxminarayan, 2004 as cited in Nyang'era, 2013)
b	the proportion of bites on man that produce an infection	0.50	(Laxminarayan, 2004)
c	the probability that a mosquito becomes infectious	0.75	(Ishikawa et al., 2003; Laxminarayan, 2004 as cited in Nyang'era, 2013)
τ	the lose immunity rate caused by the vaccine effectiveness for the first time	0.037/day	assumption
v	the recovery rate of self-immunity of non-hospitalized humans	0.0035/day	assumption
r	the lose immunity rate of hospitalized humans	0.002/day	assumption
γ	the recovery rate of hospitalized humans	0.51/day	assumption
ω	the hospitalized rate	0.65/day	assumption
$\emptyset$	the ratio of human and mosquito population	10	assumption
ε	Effective Malaria Prevention Education Campaign	0.1-1.0	assumption

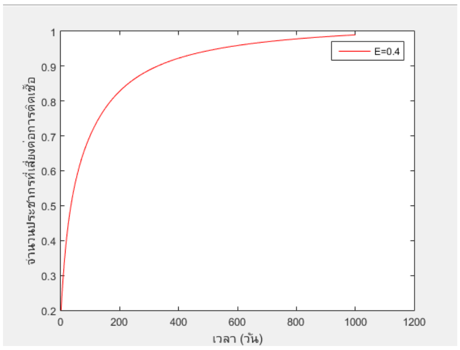
ผู้วิจัยได้ศึกษาอัตราการรณรงค์ให้ความรู้แล้วหาค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number : R_0) พบความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ให้ความรู้กับค่าระดับการติดเชื้อได้ดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ให้ความรู้กับค่าระดับการติดเชื้อ

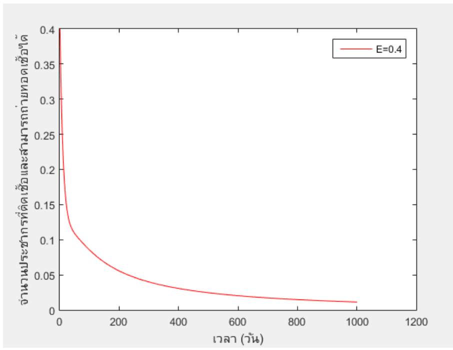
อัตราการรณรงค์ให้ความรู้ (ε)	**0.0**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**
ค่าระดับการติดเชื้อ (R_0)	1.569	1.412	1.255	1.099	0.942	0.785	0.628	0.471	0.314	0.157	0

จากกตารางที่ 2 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) มีค่า $R_0 < 1$ เมื่ออัตราการรณรงค์ให้ความรู้ ε > 0.4 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดของโรคและมีค่า $R_0 > 1$ เมื่ออัตราการรณรงค์ให้ความรู้ ε < 0.3 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีโรคจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค

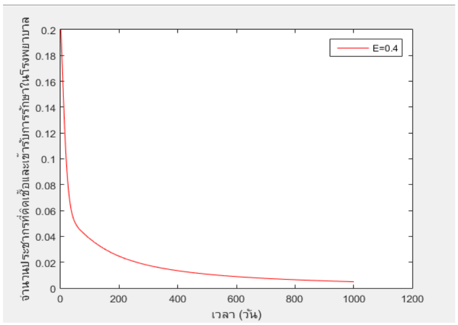
เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลไม่มีโรค จะต้องมีค่าลักษณะเฉพาะ λ ทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local asymptotically ดังรูปต่อไปนี้



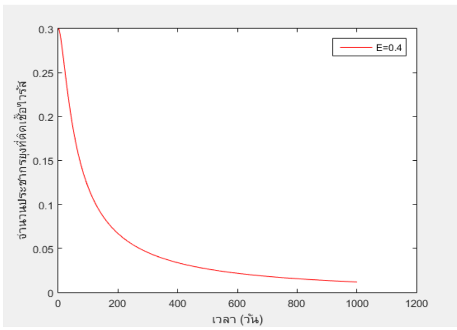
(a)



(b)



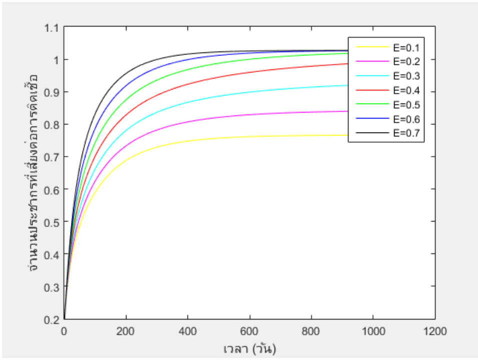
(c)



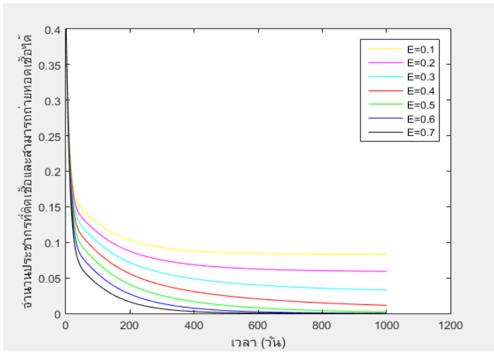
(d)

รูปที่ 3 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (a) กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S), (b) กลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I), (c) กลุ่มติดเชื้อและเข้ารับการรักษาในโรงพยาบาล (H) และ (d) กลุ่มประชากรยุงที่ติดเชื้อ (I_m) ณ เวลา t ใดๆ เมื่อ **ε** = 0.4 ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค

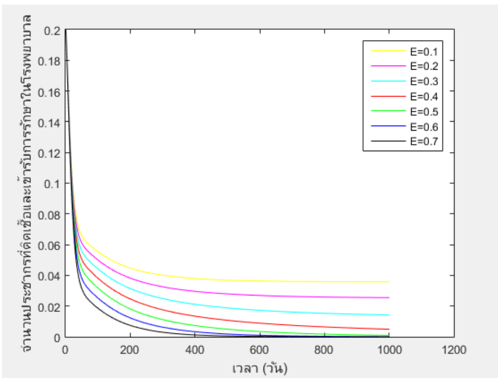
เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะจากสมการ $0 = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4$ โดยที่ $a_3(a_1a_2 - a_3) - a_1^2a_4 > 0$ นั่นคือสมการ $0 = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4$ สอดคล้องกับเงื่อนไข Routh-Hurwitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลที่มีโรคและจะเป็น Local Asymptotically เมื่อแทนค่า **ε** = 0.1, 0.2, 0.3 , 0.4, 0.5, 0.6 และ 0.7 ดังรูป



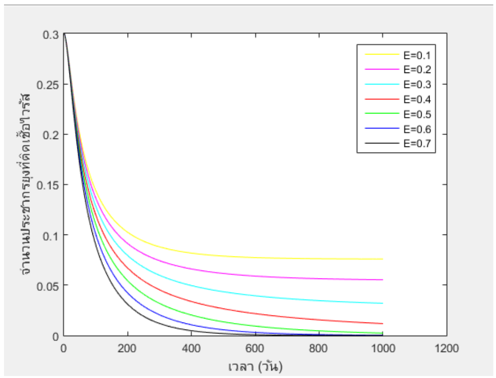
(a)



(b)



(c)



(d)

รูปที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (a) กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S), (b) กลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I), (c) กลุ่มติดเชื้อและเข้ารับการรักษาในโรงพยาบาล (H) และ (d) กลุ่มประชากรยุงที่ติดเชื้อ (I_m) ณ เวลา t ใดๆ เมื่อ **ε** = 0.1, 0.2, 0.3 , 0.4, 0.5, 0.6 และ 0.7 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีโรค

ผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค โดยการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพของจุดสมดุลด้วยวิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน ซึ่งค่าเสถียรภาพของระบบ Local Asymptotically State ที่ได้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz เพื่อให้สามารถหาค่าพารามิเตอร์ R_0 ซึ่งมีความจำเป็นภายใต้เงื่อนไข เพื่อให้ Local Asymptotically Stability of Equilibrium State ที่มีเสถียรภาพในส่วนของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีโรค โดยที่ $R_0 = \frac{(1-\varepsilon)a^2bc\emptyset}{(v+\mu_h+\omega)(\mu_m)}$

จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลข พบว่า จุดสมดุลทั้งสองเป็น Local Asymptotically State โดยพบว่า ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค เมื่อ ε = 0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,09 และ 1.0 จะได้ค่าระดับการติดเชื้อ R_0= 0.9416 ,0.7846 ,0.6277 ,0.4708 ,0.3139 ,0.1569 และ 0 ตามลำดับ และ ณ จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค เมื่อ ε =0.1 ,0.2 และ 0.3 จะได้ค่าระดับการติดเชื้อ R_0= 1.4123 ,1.2554 และ 1.0985 ตามลำดับ

จากการศึกษาพบว่าอัตราการรณรงค์ให้ความรู้เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ SIHR สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรีย โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสียงต่อการติดเชื้อมาลาเรียมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคมาลาเลียเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรียและจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคมาลาเรียเป็นจำนวนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 40 ของประชากรทั้งหมด จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้อ

5. ข้อเสนอแนะ

1. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโรคชนิดอื่นที่มีลักษณะการแพร่ระบาดคล้ายกับโรคมาลาเรียได้

2. สามารถวิจัยและศึกษาองค์ประกอบอื่น ๆ ที่มีผลต่อการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคมาลาเรียโดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ ได้แก่ การฉีดวัคซีนป้องกันโรคเป็นต้น

6. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณดร. บัณฑิตย์ อันยงค์ ที่ได้ให้คำปรึกษาและข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัยและขอบคุณคณาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต ที่ให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะในการดำเนินการจัดทำวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

7. บรรณานุกรม

กรมควบคุมโรค. (2563). *โรคมาลาเรีย.* [Online]. http://www.thaihealth.or.th, (21 เมษายน 2563).

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.* นครปฐม: สถาบันราชภัฏ นครปฐม.