



## ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในบริบทวิธีการแบบเปิด

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย<sup>1\*</sup>, จุฬาลักษณ์ ใจอ่อน<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>อาจารย์ ดร., หลักสูตรวิชาการศึกษาศาสตร์ วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

\*ผู้ประสานงาน: sudatip\_h@pkru.ac.th

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูในบริบทวิธีการแบบเปิด ดำเนินการวิจัยโดยใช้การวิจัยแบบผสมผสาน เก็บรวบรวมข้อมูลในระหว่างการดำเนินโครงการเพิ่มศักยภาพครูให้มีสมรรถนะยุคใหม่สำหรับการเรียนรู้ศตวรรษที่ 21 ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี กลุ่มเป้าหมายเป็นครุคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 130 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดและแบบสังเกตการแก้ปัญหา ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์คือผลงานการแก้ปัญหาของครู วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและการบรรยายเชิงวิเคราะห์

ผลการวิจัยพบว่า ในบริบทวิธีการแบบเปิด ครูแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ครบทั้ง 3 ด้าน โดยด้านที่ 1 การคิดเชิงสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์และการใช้หลักการ ข้อเท็จจริง และด้านที่ 2 กระบวนการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ครูแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 100 ในทุกสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด สำหรับด้านที่ 3 การตีความ การประยุกต์และประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์พบว่า ครูแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ปัญหาที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 100 สถานการณ์ปัญหาที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 76.93 สถานการณ์ปัญหาที่ 4 คิดเป็นร้อยละ 6.67 และ สถานการณ์ปัญหาที่ 5 คิดเป็นร้อยละ 35.71 ขณะที่สถานการณ์ปัญหาที่ 3 และ 6 ไม่พบความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในด้านนี้

**คำสำคัญ:** ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ วิธีการแบบเปิด สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด



## Teachers' mathematical literacy in Open Approach context

Sudatip Hancherngchai<sup>1\*</sup>, Julaluk Jai-on<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Lecturer, Mathematics Department, Faculty of Education,  
Rajabhat Phuket University,

\*Corresponding author: sudatip\_h@pkru.ac.th

### Abstract

The purpose of this research to study teachers' mathematical literacy in the open approach context. The research conducted enhances teachers' capacity for learning in science, mathematics, and technology in the 21st-century project. Mix methods were employed for collecting and analyzing data. The target group was 130 mathematics teachers in junior high school. Research tools included 6 open-ended problems, field notes, and teachers' written works were used as research data. The data were analyzed by content analysis and descriptive analysis.

The result showed that: teachers' mathematical literacy in open approach context including 1) formulating situations mathematically and employing mathematical concept, fact, procedures, and reasoning were 100 percent in every problem and 2) interpreting, applying, and evaluating mathematical outcomes in the problem I 100 percent, problem II 76.93 percent, problem IV 6.67 percent, and problem V 35.71 percent. In addition to problem III and VI missing mathematical literacy for interpreting, applying, and evaluating mathematical outcomes.

**Keywords:** Mathematical literacy, Open Approach, Open-ended problem



## บทนำ

ในศตวรรษที่ 21 ปัญหาที่เผชิญอยู่ในชีวิตประจำวันมีความยุ่งยากและสลับซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้เกิดความต้องการเกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาในแต่ละอาชีพเพิ่มมากขึ้น ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยที่ทำการศึกษาในยุคนี้ ไม่ได้ต้องการเพียงแต่ความรู้ด้านเนื้อหาเท่านั้น แต่มีความต้องการทักษะการคิดเชิงวิพากษ์ ทักษะการแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การสื่อสาร การสร้างสรรค์นวัตกรรม การทำงานร่วมกัน ความเป็นผู้นำและความรับผิดชอบ ความฉลาดรู้ด้านสารสนเทศและความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบหนึ่งที่สำคัญเพื่อสร้างทักษะในศตวรรษที่ 21 (Rizki & Priatna, 2019, p. 1)

ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นความท้าทายและทิศทางในการวิจัยด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ด้วยความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นทักษะและสมรรถนะที่ช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนปัญหาในโลกจริงไปสู่โลกคณิตศาสตร์ และสามารถแก้ไขปัญหานั้นได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Ahmad, Suherman, Maulana, 2018) องค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา หรือ OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ดำเนินโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Students Assessment: PISA) ได้ให้ความหมายความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561, น. 230) โดยประเทศไทยเข้าร่วมการประเมินในตั้งแต่ปี 2000 ผลการประเมินพบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของ OECD มาโดยตลอด

สภาพปัญหาดังกล่าวข้างต้นนี้ มีอาจกล่าวได้ว่าเป็นความบกพร่องหรือความไม่มีความสามารถของครู เนื่องจากการขาดระบบการพัฒนาวิชาชีพครูที่ชัดเจนของไทย และขาดการวิจัยในระดับปฏิบัติที่จะทำให้ครูเปลี่ยนแปลงชั้นเรียนไปในทิศทางที่หลักสูตรต้องการได้ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2557) เพราะฉะนั้น หลายประเทศกำลังเผชิญกับความท้าทายในการเตรียมการและสนับสนุนคุณภาพของครูให้สามารถสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Park, 2005) วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของครูญี่ปุ่น มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยศักยภาพของตนเอง (Nohda, 2000 อ้างถึงในสุดิดดา ลอยฟ้าและไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) ปัญหาที่ใช้ในวิธีการแบบเปิดเป็นปัญหาที่ไม่สมบูรณ์หรือปัญหาปลายเปิด โดยพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างโลกคณิตศาสตร์กับโลกจริงของผู้เรียน และมีแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งเป็นการเตรียมประสบการณ์ในการค้นหาสิ่งใหม่ๆ ในกระบวนการสอนนั้น วิธีการนี้สามารถรวมความรู้ ทักษะหรือวิธีการคิดของนักเรียนที่เรียนผ่านมาแล้ว (Becker & Shimada, 1997)

จากลักษณะเด่นของวิธีการแบบเปิดที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นกิจกรรมหลัก ด้วยปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีคำตอบหรือมีแนวทางในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย การพิจารณาคำตอบของปัญหาปลายเปิดไม่ใช่ตัดเฉพาะความถูกต้องของคำตอบ แต่พิจารณากระบวนการคิดและพัฒนาดำเนินการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในบริบทวิธีการแบบเปิด



## วัตถุประสงค์การวิจัย

ศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในบริบท  
วิธีการแบบเปิด

## กรอบแนวคิดการวิจัย/วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

วิธีการแบบเปิด (Open Approach) หมายถึง แนวทางการสอนที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด และมี  
มีชั้นการสอน 4 ชั้น ตามแนวคิดของ Inprasitha (2010)



ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตาม  
แนวคิดของ OECD (2021) ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้  
แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง ขั้นตอนวิธีการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 3) การ  
ตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์** หมายถึงความสามารถของบุคคลในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง  
ขั้นตอนวิธีการและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 3) การตีความ การประยุกต์ใช้และการประเมินผลลัพธ์  
ทางคณิตศาสตร์

2. **วิธีการแบบเปิด** หมายถึง แนวทางการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด และมีชั้นการสอน 4 ชั้น ได้แก่  
ขั้นนำเสนอปัญหาปลายเปิด ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ขั้นอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดของ  
นักเรียน และขั้นสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนทั้งชั้นเรียน

## วิธีดำเนินการวิจัย

### 1. กลุ่มเป้าหมาย

ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 130 คนที่เข้าร่วมโครงการเพิ่มศักยภาพ  
ครูให้มีสมรรถนะยุคใหม่สำหรับการเรียนรู้ศตวรรษที่ 21 ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี

### 2. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด หน่วยการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ได้แก่ ความหมายของ  
ฟังก์ชันกำลังสอง กราฟฟังก์ชันกำลังสอง และสมการฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 6 สถานการณ์ปัญหา โดย  
ผู้วิจัยได้ออกแบบสถานการณ์ปัญหาร่วมกับผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน และผู้เชี่ยวชาญด้าน  
คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 2 คน ในการออกแบบสถานการณ์ปัญหาผู้วิจัยและทีมวิจัยศึกษาหลักสูตรและ  
กรอบแนวคิดการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ตามที่ OECD กำหนด จากนั้นผู้วิจัยและทีมวิจัยมีการ  
ออกแบบและพัฒนาสถานการณ์ปัญหาโดยอาศัยหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่น ระดับชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 1-3 สำนักพิมพ์ Tokyo Shoseki





2.2 แบบสังเกตการแก้ปัญหา เป็นแบบสังเกตแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหของครู

2.3 แบบบันทึกการแก้ปัญหของครู เป็นแบบบันทึกที่ครูแต่ละคนได้เขียนอธิบายแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง

### 3. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยนี้ใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ โดยเน้นการสังเกตแนวคิดในการแก้ปัญหของครูที่เข้าร่วมโครงการ เพิ่มศักยภาพครูให้มีสมรรถนะยุคใหม่สำหรับการเรียนรู้ศตวรรษที่ 21 ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี เก็บรวบรวมข้อมูลในระหว่างการอบรมเชิงปฏิบัติการ โดยดำเนินการตามขั้นตอนเชิงปฏิบัติการตามแนวทางการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด 4 ขั้น ได้แก่ 1) ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเอง 3) ขั้นอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดที่เกิดขึ้น และ 4) ขั้นการสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดที่เกิดขึ้น และรวบรวมผลงานการแก้ปัญหของครูทั้ง 6 สถานการณ์ปัญหาเพื่อวิเคราะห์ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู

### 4. การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลใช้วิธีการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ โดยใช้กรอบการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และ 3) การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำเสนอผลการวิเคราะห์ด้วยการบรรยายเชิงวิเคราะห์

### ผลการวิจัย

ผลการวิจัยแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูกลุ่มเป้าหมายในการแก้ปัญหปลายเปิด จำนวน 6 ปัญหา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู

สถานการณ์ปัญหา ปลายเปิด	ร้อยละการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของครู (%)		
	การคิด สถานการณ์ของ ปัญหาในเชิง คณิตศาสตร์	การใช้หลักการ และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา	การตีความและ ประเมินผลลัพธ์ ทางคณิตศาสตร์
1) การล้อมรั้วแปลงดอกไม้	100	100	100
2) วิธีการนำเสนอความยาวด้านของ พื้นที่ 32 ตารางเมตร	100	100	76.93
3) ความแตกต่างของกราฟฟังก์ชัน เชิงเส้นกับฟังก์ชันกำลังสอง	100	100	N/A
4) ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุม ฉากที่มีพื้นที่ 20 ตารางหน่วย	100	100	6.67
5) ความยาวของด้านเท่ากันกับ $(x+4)^2$ ไหมหนะ	100	100	35.71
6) จัดกลุ่มกราฟ 12 กราฟ	100	100	N/A

จากตาราง 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูพบว่า ในการแก้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดจำนวน 6 ปัญหา ครูกลุ่มเป้าหมายมีความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ในด้านการคิดเชิง



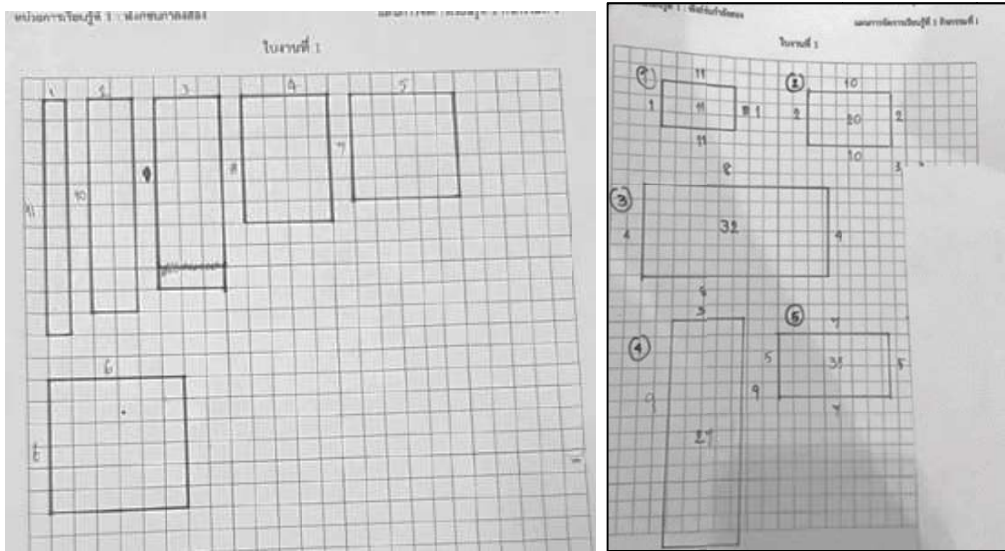
สถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์และการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ร้อยละ 100 ในทุกสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ขณะที่การรู้เรื่องด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ปัญหาที่ 1 พบร้อยละ 100 สถานการณ์ปัญหาที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 76.93 สถานการณ์ปัญหาที่ 4 คิดเป็นร้อยละ 6.67 สถานการณ์ปัญหาที่ 5 คิดเป็นร้อยละ 35.71 ขณะที่สถานการณ์ปัญหาที่ 3 และ 6 ไม่พบการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในด้านนี้

## 2. ผลการวิเคราะห์ความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูในการแก้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด

### 2.1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ครูใช้การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม เช่น ในสถานการณ์ปัญหาล้อมรั้วแปลงดอกไม้ เริ่มต้นด้วยการสำรวจครุกลุ่มเป้าหมาย โดยให้ตอบคำถามว่า “มีเชือกยาว 24 เมตร ล้อมรั้วแปลงดอกไม้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะมีขนาดพื้นที่เท่ากันหรือไม่” ผลการสำรวจพบว่า ครุกลุ่มเป้าหมายตอบทั้งมีขนาดพื้นที่เท่ากันและไม่เท่า จากนั้นมีการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาดังนี้ “ซึ่งเชือกที่มีความยาว 24 เมตรเท่ากัน เพื่อล้อมรั้วแปลงดอกไม้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก อยากทราบว่าแปลงดอกไม้ที่มีเส้นรอบรูปยาวเท่ากันทั้งสองแปลงนี้จะมีพื้นที่เท่ากันหรือไม่” จากนั้นครุกลุ่มเป้าหมายได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งพบว่า ครุกลุ่มเป้าหมายอ่านสถานการณ์ปัญหาจากนั้นลงมือแก้ปัญหาโดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวรอบรูป 24 เมตร และมีขนาดพื้นที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งแสดงวิธีการคำนวณหาพื้นที่ ดังภาพประกอบ 1

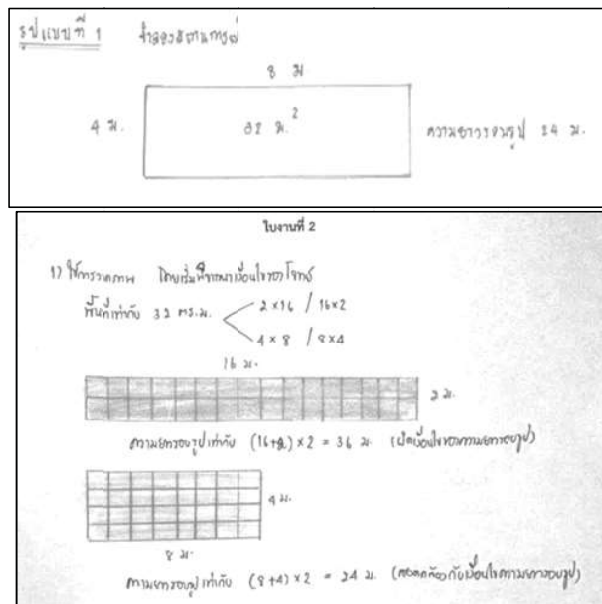
**ภาพประกอบ 1** ผลงานแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู: การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 1



สถานการณ์ปัญหาวิธีการนำเสนอความยาวด้านที่มีพื้นที่ 32 ตารางเมตร ต้องการให้ครุกลุ่มเป้าหมายแสดงวิธีการนำเสนอความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้หลากหลายวิธี โดยมีการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาดังนี้ “ถ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีเส้นรอบรูปยาว 24 เมตร และมีพื้นที่ 32 ตารางเมตร ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะเป็นอย่างไร ให้หาวิธีการนำเสนอความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้แตกต่างกันหลายวิธีที่สุด” ในการแก้ปัญหาครุกลุ่มเป้าหมายมีการจำลองสถานการณ์โดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดนั่นคือ ความยาวรอบรูป 24 เมตร และมีพื้นที่ 32 ตารางเมตร



ภาพประกอบ 2 ผลงานแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู: การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 2



จากภาพประกอบ 1 และภาพประกอบ 2 แสดงให้เห็นว่าครูแสดงการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ โดยครูใช้การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

## 2.2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ผลการวิเคราะห์ด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาคือ ครูมียุทธวิธีในการแก้ปัญหามากมาย มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น ในสถานการณ์ปัญหาวิธีการนำเสนอความยาวด้านที่มีพื้นที่ 32 ตารางเมตร มีวัตถุประสงค์ให้ครูกลุ่มเป้าหมายแสดงวิธีการนำเสนอความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้หลากหลายวิธี โดยมีการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาดังนี้ “ถ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีเส้นรอบรูปยาว 24 เมตร และมีพื้นที่ 32 ตารางเมตร ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะเป็นอย่างไร ให้หาวิธีการนำเสนอความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากให้ได้แตกต่างกันหลายวิธีที่สุด” ในการแก้ปัญหาคูกรูกลุ่มเป้าหมายมีวิธีการแก้ปัญหาในการนำเสนอความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่ 32 ตารางเมตร และความยาวรอบรูป 24 เมตร ดังนี้ (1) การวาดรูปแสดงความยาวด้าน (2) การใช้ตารางเพื่อหาความยาวรอบรูปและพื้นที่ (3) การแก้สมการเพื่อแสดงความยาวของด้าน และ (4) การแยกตัวประกอบ



ภาพประกอบ 3 ผลงานแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู: การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 2

2) หาผลคูณของด้านที่ได้ ~~32~~ 32    หาผลบวกไม้ 12 (2ด้าน)

$r \cdot l^2$

ก	ด	บ	32
ง	ช	ค	32

ด้าน ก 11 12

1. แยกตัวประกอบ

```

    32
   /  \
  8    4
 /  \  /  \
4   2 2   2
/  \
2  2
    
```

วิธี (2x2x2)(2x2) = 8x4  
 (2x2x2x2)(2) = 16x2  
 8x4 = 32    และ ให้เป็นความยาวของรูป 24  
 16x2 = 32    แต่ ความยาว ของรูปไม่ได้ 24

รูปแบบที่ 2    9 ไม้

ไม้ ด้านกว้าง = x    ม.  
 ด้านยาว = y    ม.

จะได้ สี่เหลี่ยม ;  $xy = 32$  ——— ①

ความยาวรอบรูป ;  $2x + 2y = 24$  ——— ②

นำ ① มาจัดใหม่  $y = \frac{32}{x}$  ——— ③

นำ ③ ไปแทน ②

จะได้  $2x + 2\left(\frac{32}{x}\right) = 24$

$$2x^2 + 64 = 24x$$

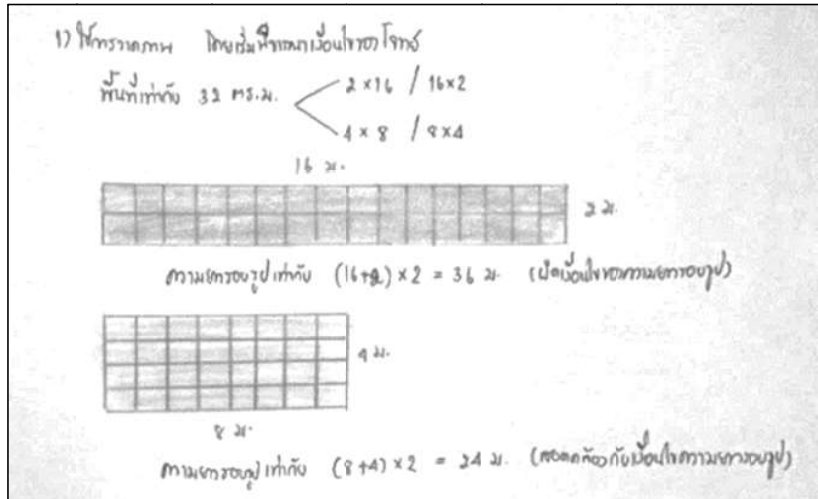
$$2x^2 - 24x + 64 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x - 8)(x - 4) = 0$$

$x : 8, 4$

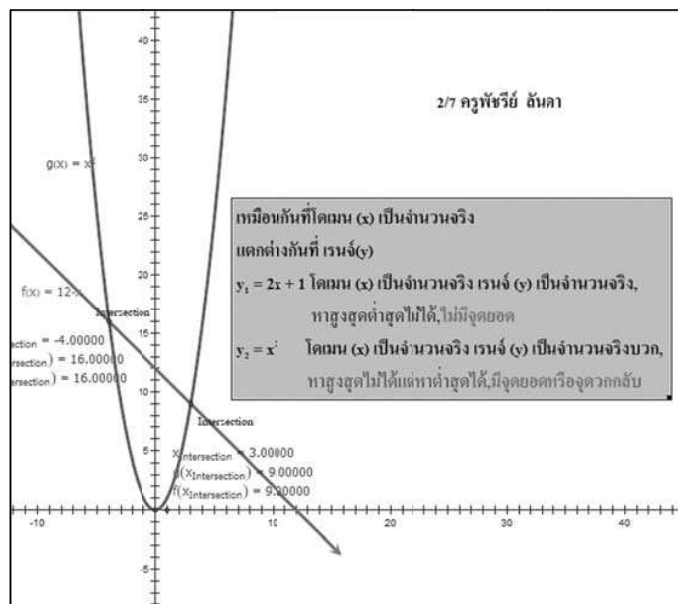
ดังนั้น ไม้ ด้านกว้าง 4 ม.  
 ด้านยาว 8 ม.



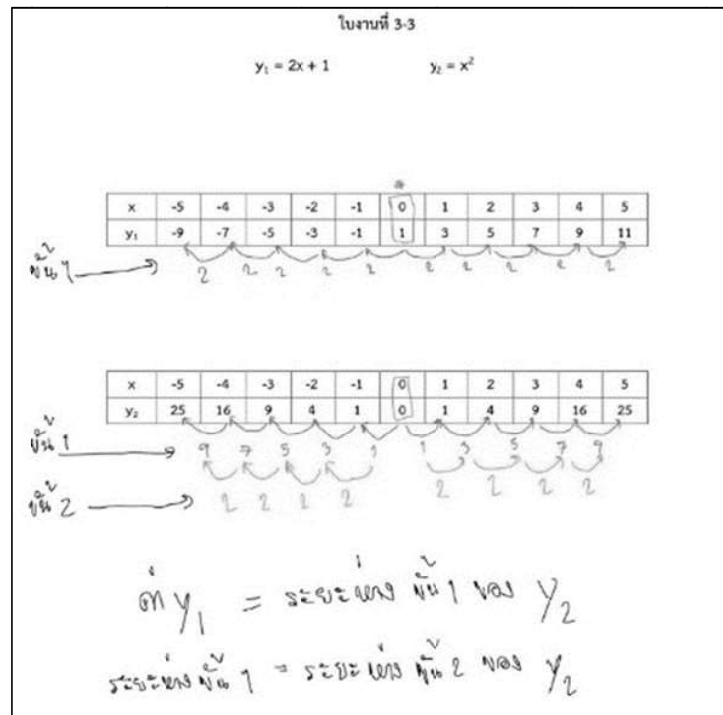
จากภาพประกอบ 3 แสดงให้เห็นว่าครูแสดงการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา โดยครูมียุทธวิธีในการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย ทั้งการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การกำหนดตัวแปรแทนความกว้างหรือความยาว การแยกตัวประกอบ การเขียนตารางแสดงความสัมพันธ์ความกว้าง ความยาวและพื้นที่ เป็นต้น

ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ 3 ความแตกต่างของกราฟ  $y_1 = 2x+1$  และ  $y_2 = x^2$  ครูกลุ่มเป้าหมายมีวิธีการแก้ปัญหาในการนำข้อเท็จจริงจากการสังเกตลักษณะของกราฟมาใช้ในการแก้ปัญหา ดังที่ครูกลุ่มเป้าหมายได้อธิบายและแสดงเหตุผลความสัมพันธ์ของค่า  $x$  และ  $y$  การอธิบายและแสดงเหตุผลโดยใช้ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

**ภาพประกอบ 4** ผลงานแสดงความรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู: การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 3







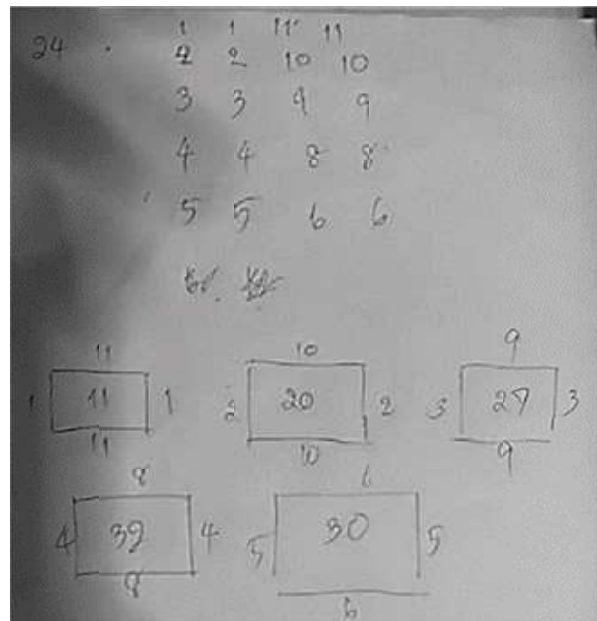
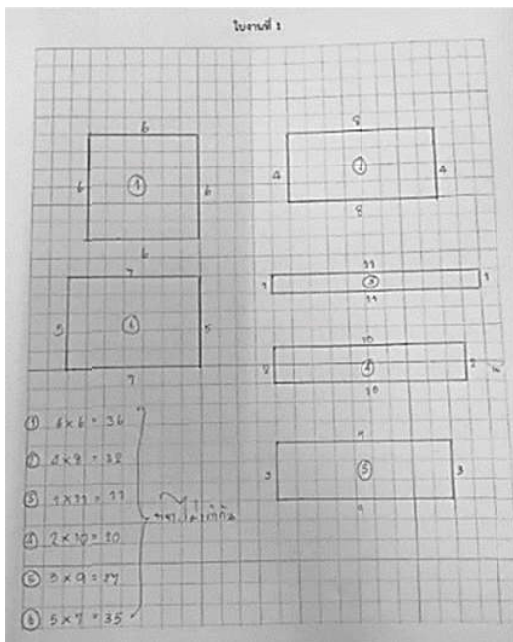
### 2.3 การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า ครูตรวจสอบและประเมินผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาของตนเองกลับไปสถานการณ์ในโลกจริง เช่น ในสถานการณ์ปัญหาล้อมรั้วแปลงดอกไม้ ครูกลุ่มเป้าหมายมีตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาของตนเองทั้งการวาดรูป การใช้สูตรคำนวณหาพื้นที่ การใช้ตารางนำเสนอข้อมูลความกว้าง ความยาวและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และพิจารณาความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีการแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบว่าความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 24 เมตร ทำให้เกิดพื้นที่ขนาดไม่เท่ากัน





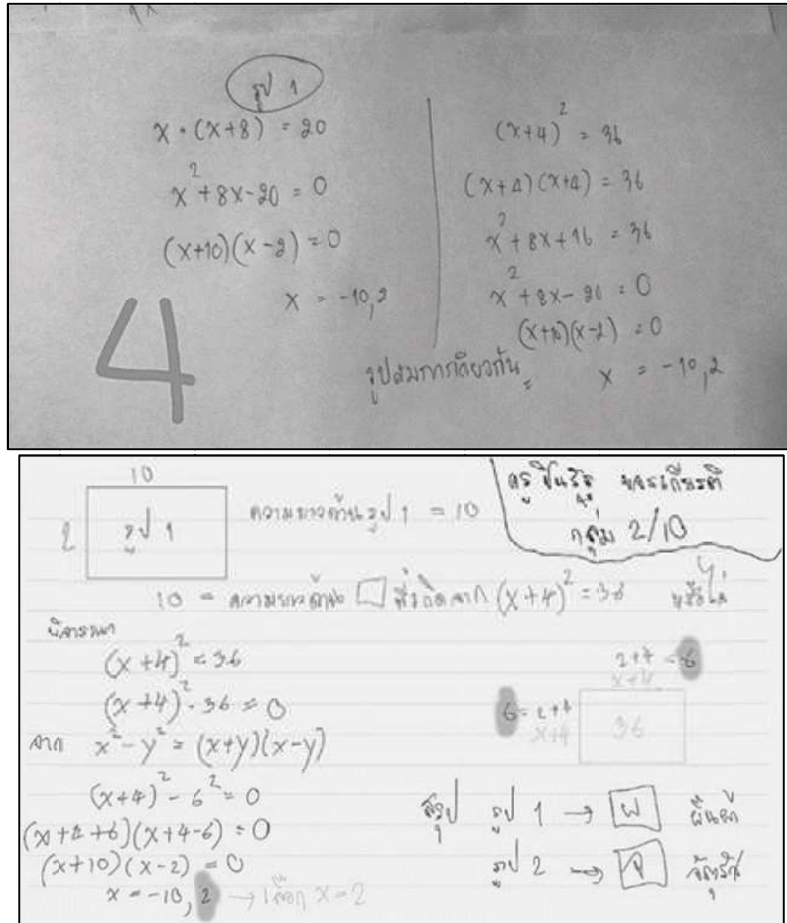
ภาพประกอบ 5 ผลงานแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู: การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 1



สถานการณ์ปัญหาที่ 5 ความยาวของด้านเท่ากันกับ  $(x+4)^2$  ไหมนะ มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เห็นวิธีการในการอธิบายว่าความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของสถานการณ์ปัญหาที่ 4 “รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 1 มีพื้นที่ 20 ตารางหน่วย และมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 8 หน่วย จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้” เท่ากับความยาวด้านที่เกิดจากสมการ  $(x+4)^2$  หรือไม่ ดังสถานการณ์ปัญหานี้ “ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 1 ยาวเท่ากับความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เกิดจากสมการ  $(x+4)^2 = 36$  หรือไม่ เพราะเหตุใด” จากนั้นครูกลุ่มเป้าหมายได้ดำเนินการแก้ปัญหา ในการระหว่างการแก้ปัญหาครูกลุ่มเป้าหมายมีการตีความผลลัพธ์ของตนเองโดยการวาดรูปเพื่อเปรียบเทียบความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีการอธิบายและแสดงเหตุผลว่ามีความยาวเท่ากันเนื่องจากรูปแบบสมการเหมือนกัน และมีการอธิบายเหตุผลว่ามีความยาวไม่เท่ากันเนื่องจากรูปที่ 1 เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ในขณะที่รูปที่เกิดจากสมการ  $(x+4)^2 = 36$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทำให้ครูกลุ่มเป้าหมายมีการตีความกลับไปยังสถานการณ์ปัญหาในการให้ความหมายของตัวแปรที่ตนเองกำหนดในสถานการณ์ปัญหาที่ 4 กับสถานการณ์ปัญหาที่ 5 มีความแตกต่างกัน



ภาพประกอบ 6 ผลงานแสดงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์: การตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์  
ในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่ 5



จากภาพประกอบ 6 แสดงให้เห็นว่าครูแสดงการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูพิจารณากรณีที่เกิดจากสมการ  $(x+4)^2 = 36$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในขณะที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแรกเกิดจากสมการ  $(x+10)(x-2) = 0$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำให้ครูมีการประเมินผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาของตนเองว่าความยาวด้านที่เกิดจากสมการทั้งสองนั้นมีความยาวไม่เท่ากัน

อภิปรายผล

จากการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปได้ว่า ครูกลุ่มเป้าหมายได้แก้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด จำนวน 6 สถานการณ์ปัญหา ครูกลุ่มเป้าหมายมีวิธีการแก้ปัญหาที่แสดงถึงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูในบริบทวิธีการแบบเปิดทั้งสามส่วน ได้แก่ การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยนี้ได้แสดงถึงความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูในบริบทวิธีการแบบเปิด ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้คิดอย่างหลากหลายวิธี มีการอภิปรายและตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง สอดคล้องกับงานของ Seangpun (2020) ได้วิเคราะห์หาพฤติกรรมเรื่องการคูณของนักเรียนในชั้นเรียนที่สอน



ด้วยวิธีการแบบเปิด พบว่าวิธีการแบบเปิดส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการอภิปรายเสนอแนวคิดของตนเอง มีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์อย่างลูกศรเพื่อแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการคูณ และงานวิจัยของจรรยา สุนทรหาญ อาพันธ์ชนิต เจนจิต และคงรัฐ นวลแปง (2018) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

งานวิจัยนี้อยู่ภายใต้การอบรมเชิงปฏิบัติการในโครงการเพิ่มศักยภาพครูให้มีสมรรถนะยุคใหม่ สำหรับการเรียนรู้ศตวรรษที่ 21 ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นการอบรมให้กับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นผ่านระบบออนไลน์ การนำผลวิจัยไปใช้จึงอยู่ภายใต้บริบทของการอบรมเชิงปฏิบัติการเพื่อการพัฒนาวิชาชีพครูโดยใช้วิธีการแบบเปิดเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครูในโครงการ

### 2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่จัดการเรียนการสอนด้วยนวัตกรรมวิธีการแบบเปิดในส่วนหลังจากครูได้รับการอบรมเชิงปฏิบัติการ

2.2 ควรศึกษาความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของครู โดยใช้กรอบแนวคิดความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย

## เอกสารอ้างอิง

- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่านและคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: บริษัท ซัคเซสพับลิเคชั่น จำกัด.
- จรรยา สุนทรหาญ, อาพันธ์ชนิต เจนจิตและคงรัฐ นวลแปง. (2563). ผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 22(3), 38-48.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2557). *กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน*. ขอนแก่น: บริษัทเพ็ญพรินดี จำกัด.
- สุลัดดา ลอยฟ้าและไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education*, 1(1), 1-15.
- Becker, J.P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics*. Virginia: NCTM.
- Rizki, L.M. & Priatna, N. (2019). Mathematical literacy as the 21<sup>st</sup> century skill. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4), 1-5.
- Saengpun, J. (2020). Multiplicative discourse for making patterns in multiplication table in an open approach classroom teaching: a semiotic analysis. *Journal of Education Naresuan University*, 20(3), 1-11.