การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องจำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

ณภัทร นาคะปฏิยุทธ[1*], สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย[2]

[1]นักศึกษา, หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต (หลักสูตร 5 ปี) คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

[2]อาจารย์ ดร., คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

*ผู้ประสานงาน: warapark.m@psu.ac.th

บทคัดย่อ

การคิดทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ตรวจสอบการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Cai, 2003, pp.720) การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพด้วยการสังเกตอย่างมีส่วนร่วม กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนบ้านป่าคลอกซึ่งเป็นโรงเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตั้งแต่ปีการศึกษา 2559 ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องจำนวนนับที่มากกว่า 100,000 จำนวน 9 แผน แบบบันทึกภาคสนาม กล้องบันทึกภาพนิ่งและวิดีทัศน์ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ โพรโตคอล ผลงานของนักเรียนและบันทึกภาคสนาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์โพรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์โดยใช้กรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012)

ผลการวิจัยพบว่า การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 8 ประเภท คือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต นักเรียนมีการระบุกลุ่มและหน่วยเพื่อใช้ในแก้สถานการณ์ปัญหา 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย นักเรียนใช้หน่วยการนับหรือหน่วยนับได้แก่ การนับทีละหนึ่ง การนับทีละสอง 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน นักเรียนใช้สัญลักษณ์ในการแสดงแทนความคิดโดยการใช้วงกลม แสดงแทนการจัดกลุ่มสิ่งของให้เป็นไปตามเงื่อนไขในการคำนวณ 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ นักเรียนเลือกใช้วิธีการบวก ลบ คูณและหารเพื่อแก้ปัญหา 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ นักเรียนแสดงขั้นตอนการจัดกลุ่มและขั้นตอนในการคิดคำนวณ 6) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน นักเรียนจะใช้สมบัติการดำเนินการ เช่นการบวกและการลบ และกฎของจำนวนนับที่เกี่ยวข้องมาอธิบายแนวคิดของตนเอง 7) แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ นักเรียนเขียนอธิบาย ประโยคทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา 8) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด นักเรียนใช้การพูดและเขียนเพื่ออธิบายแนวคิดของตนเองที่ใช้ในการแก้ปัญหา

คำสำคัญ : การคิดทางคณิตศาสตร์ วิธีการแบบเปิด การศึกษาชั้นเรียน

Students' mathematical thinking for counting number greater than 100000 in Classroom using Open Approach Innovation

Naphat Nakhapatiyut[1*], Sudatip Hancherngchai[2]

[1] Student, Bachelor of Education, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University,

[2] Instructor, Faculty of Education, Phuket Rajabhat University

*Corresponding author: warapark.m@psu.ac.th

Abstract

Mathematical thinking could be assessing students' strategies for problem-solving, examined their ideas, and mathematical reasoning (Cai, 2003, pp.720). The purpose of this research was to survey students' mathematical thinking in the classroom using the Open Approach. Qualitative research, participated observation, was used in this study. The target group was 35 students in grade 4, who learn at Paklok school which has implemented Lesson Study and Open Approach since 2017. Data were collected during the first semester of the 2020 academic year by recording the video, camera, and field-note. The data were analyzed by use protocol and descriptive analysis.

The results revealed that students' mathematical thinking in the classroom using Open Approach were 8 ideas included type 1: idea of sets; the students identified sets and unit to find the counting number. Type 2: the idea of units; the students identified units of sets, count by ones, count by two. Type 3: the idea of representation; the Students use symbols to represent their ideas by using circles. Show instead of grouping things according to the calculation conditions. Type 4: the idea of operation; the students used addition, subtraction, multiplication, and division to solve problems. Type 5: the idea of an algorithm; the students showed processes of calculations. Type 6: the idea of fundamental properties; the students were able to use operation properties such as addition, subtraction, And the law of numbers involved to explain their concept. Type 7: the idea of functional thinking; the students described mathematical sentences and mathematical relations to solve problems. Type 8: the idea of expression; the Students use speaking and writing to describe their own ideas for solving problems.

Keyword: Mathematical thinking**,** Open Approach**,** Lesson Study

บทนำ

ปัจจุบันโรงเรียนในประเทศไทยยังไม่ได้เน้นกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ แต่ยังคงเน้นถึงความรู้ในเนื้อหาและยังคงใช้การสอนแบบเดิม โดยครูส่วนใหญ่ให้ความสำคัญเฉพาะผลลัพธ์หรือคำตอบของนักเรียน และไม่ได้ให้ความสำคัญกับกระบวนการหรือแนวคิดของนักเรียน ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ใช้การสอนที่โดยเน้นการบรรยาย สาธิต ยกตัวอย่าง อธิบายให้นักเรียนเข้าใจและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยครูจะใช้การทบทวนความรู้ของนักเรียนจากการทำใบความรู้หรือการทำแบบฝึกหัดและตรวจสอบคำตอบของนักเรียนว่ามีความรู้หรือไม่ การสอนแบบนี้เป็นเพียงการที่นักเรียนรับเอาข้อมูลเพื่อใช้ในการจำเท่านั้น ซึ่งจากลักษณะการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวนักเรียนจึงขาดสถานการณ์ที่จะส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การเปิดโอกาศให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองที่เน้นถึงการคิด (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2554 อ้างถึงใน สัมพันธ์ ถิ่นเวียงทอง และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2561) จากสภาพปัญหาดังกล่าวครูผู้สอนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องปรับเปลี่ยนวิธีสอนของตนเองให้เข้ากับยุคใหม่โดยให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนครูผู้สอนจึงต้องหาวิธีการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมีการสอนที่หลากหลายเน้นทักษะเพื่อให้นักเรียนตื่นตัวอยู่ตลอดเวลา และมีการเชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ในเนื้อหากับชีวิตจริง

การสอนที่เน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนครูผู้สอนจะต้องอาศัยรูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ของครูญี่ปุ่นมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยศักยภาพของตนเอง (สุลัดดา ลอยฟ้าและไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) และเป็นวิธีการสอนที่ให้ความสำคัญกับเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยเฉพาะความแตกต่างทางด้านการคิดเน้นศักยภาพการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดกว้างคิดหลากหลายและคิดสร้างสรรค์มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ตามบริบทของเนื้อหาทำให้เกิดแนวคิดของนักเรียนที่หลากหลาย ดังที่ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557) โดยมีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหาปลายเปิด ขั้นที่ 2 นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน ขั้นที่ 4 สรุปเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นของนักเรียน แนวคิดของนักเรียนแต่ละคนจะมีความแตกต่างกันเพราะนักเรียนแต่ละคนจะเห็นปัญหาได้แตกต่างกันทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างมากเพราะจะแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจพื้นฐานของนักเรียนดังนั้นการแสดงแนวคิดของนักเรียนในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2559) วิธีการแบบเปิดทำให้ผู้เรียนและผู้สอนได้พัฒนาความรู้ของตนเองซึ่งครูคือบุคคลที่สำคัญในการเตรียมตัวและพัฒนาตนเองเพื่อเตรียมบทเรียนที่มีคุณภาพในการทำชั้นเรียนคณิตศาสตร์ให้เป็นชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหา

การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่นักเรียนเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องในขณะที่พวกเขาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Banhar, 2007, pp.76) การตรวจสอบการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการประเมินทางด้านจิตวิทยาเชิงการรู้ โดยปัญหาปลายเปิดเป็นเครื่องมือในการประเมิน เมื่อนักเรียนตอบสนองต่อปัญหาปลายเปิดเราสามารถวิเคราะห์กระบวนการการคิดขั้นสูงของนักเรียน การแสดง

กระบวนการแก้ปัญหา และตัดสินใจด้วยผ่านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสะท้อนถึงระดับความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นั่นหมายความว่าเราสามารถประเมินวิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Cai, 2003, pp.720) การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนถูกดำเนินในวิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหา (Problem Solving Approach) เพื่อให้การสอนเนื้อหาและกระบวนการสนับสนุนให้นักเรียนเรียนรู้วิธีเรียน เช่น ความคิดรวบยอดและทักษะทางคณิตศาสตร์ การคิดและพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนานักเรียนให้เรียนรู้ด้วยตัวพวกเขาเองซึ่งครูใช้การคิดทางคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นวิธีการให้ได้มาซึ่งชนิดของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันของนักเรียนและครูจำเป็นต้องค้นหาแนวคิดของนักเรียนด้วยแนวคิดของนักเรียนเป็นกุญแจที่สำคัญต่อการเข้าถึงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเข้าใจและเชื่อมโยงทักษะที่จะทำให้เกิดการพัฒนาและเมื่อนักเรียนเกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์แล้วนักเรียนก็จะจดจำทักษะเหล่านั้นและสามารถนำกลับมาใช้ได้ในเวลาที่จำเป็น (นุจรินทร์ เอ็มชัยภูมิ, เอื้อจิตร พัฒนจักร และ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2558, 27)

ดังนั้นในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดนั้นทำให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่หลากหลายในชั้นเรียน ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาโรงเรียนให้เป็นแหล่งเรียนรู้โดยเน้นพัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง จำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดโดยใช้ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ได้แบ่งแนวคิดออกเป็น 9 ประเภท โดยผู้วิจัยนำเสนอกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้

การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด

Inprasitha (2010; อ้างถึงใน วาสุกรี ใจจันทร์, 2555) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด
2. ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาปลายเปิด
3. ขั้นที่ 3 การอภิปรายวิธีแก้ปัญหาร่วมกัน
4. ขั้นที่ 4 การสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏขึ้นมาของนักเรียน

⇨

การคิดทางคณิตศาสตร์

Isoda & Katagiri (2012) ได้แบ่งแนวคิดออกเป็น 9 ประเภท

1. แนวคิดเกี่ยวกับเซต
2. แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย
3. แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน
4. แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ
5. แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ
6. แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ
7. แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน
8. แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ)
9. แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ได้แบ่งแนวคิดออกเป็น 9 ประเภท ดังนี้

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับเซต หมายถึงนักเรียนอธิบายเซตของสิ่งของต่างๆ เพื่อพิจารณาและแยกสิ่งของออกจากเซต และชี้แจงเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่รวมเข้าด้วยกัน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะใช้คำว่ากลุ่มแทนความหมายของคำว่าเซต

1.2 แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย หมายถึงนักเรียนอธิบายขนาดของสิ่งของและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการพิจารณาขนาดของตัวเลขการคำนวณ เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับการนับขนาดของตัวเลขเช่นการนับทีละ 1 การนับทีละ 2 เป็นต้น

1.3 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน หมายถึง นักเรียนใช้สัญลักษณ์ในการแสดงแทนความคิดโดยการใช้วงกลมแสดงแทนการจัดกลุ่มสิ่งของให้เป็นไปตามเงื่อนไขในการคำนวณหาจำนวนเมล็ดข้าวสาร และจำนวนของมะเขือเทศ

1.4 แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ หมายถึง นักเรียนใช้วิธีการการดำเนินการแก้ปัญหาในการทำกิจกรรมโดยใช้หลักการบวกและการลบ

1.5 แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ หมายถึง นักเรียนแสดงขั้นตอนการจัดกลุ่มของจำนวน ใช้การคำนวณโดยวิธีการบวก การคูณ ในการแก้ปัญหา

1.6 แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ หมายถึง นักเรียนประมาณผลลัพธ์ให้เป็นไปตามเงื่อนไขในการคำนวณ

1.7 แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน หมายถึง นักเรียนจะใช้สมบัติการบวก การลบ และกฎของจำนวนนับ ที่เกี่ยวข้องมาอธิบาย

1.8 แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ) หมายถึง นักเรียนเขียน อธิบาย ประโยคทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้

1.9 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด หมายถึง นักเรียนอธิบายวิธีการและเขียนสัญลักษณ์เพื่ออธิบายแนวคิดที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหา

2. วิธีการแบบเปิด หมายถึง แนวทางการสอนที่มีเป้าหมายเพื่อการส่งเสริมแนวทางในการคิดทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยใช้กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557) ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนสำคัญคือ

2.1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด หมายถึง ผู้วิจัยในฐานะครูผู้ สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน จากนั้นครูผู้สอนใช้การถามคำถามพร้อมทั้งให้ใบงานกับนักเรียน

2.2 นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา หมายถึง นักเรียนใช้ความรู้ ความสามารถของตนเองในแก้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด โดยการเขียนลงในใบงาน และอภิปรายแนวคิด กับสมาชิกภายใน

กลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่สังเกต และจดบันทึกแนวคิดของนักเรียนโดยไม่ไปรบกวนการคิดหรือชี้นำแนวคิดนักเรียน

2.3 การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดทั้งชั้นเรียน หมายถึง นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดของตนเองผ่านใบงานโดยครูผู้สอนจัดเรียงลำดับจากแนวคิดโดย ทั่วไป จนถึงแนวคิดที่เกิดขึ้นได้ยาก พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนชั้นเรียนซักถามและเสนอแนะถึงแนวคิดที่ เกิดขึ้น

2.4 การสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นของนักเรียน หมายถึง ครูผู้สอนและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดในชั้นเรียน แม้ว่าจะมีบางแนวคิดที่ยังไม่ถูกต้องหรืออาจจะยังไม่สมบูรณ์ ครูผู้สอนจะพิจารณาในมุมบวกและปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพด้วยการสังเกตอย่างมีส่วนร่วม ซึ่งผู้วิจัยผู้ช่วยวิจัยและผู้เชี่ยวชาญได้ดำเนินการตามกระบวนการศึกษาชั้นเรียน ได้แก่ 1) การวางแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน 2) การสังเกตชั้นเรียนร่วมกัน และ 3) การสะท้อนผลการสังเกตชั้นเรียนร่วมกัน

1. ขอบเขตของการวิจัย

1.1 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยดำเนินการคัดเลือกโดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน ซึ่งเป็นโรงเรียนที่นำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดไปใช้ในโรงเรียนตั้งแต่ปีการศึกษา 2559

1.2 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องจำนวนที่ไม่เกิน 100,000 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องจำนวนที่ไม่เกิน 100,000 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 9 แผน และเป็นแผนที่ออกแบบตามแนวทางการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด 4 ขั้นตามกรอบแนวคิดของ Inprasitha (2010) คือ 1) ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) ขั้นการอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดของนักเรียน และ 4) ขั้นสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนทั้งชั้น

2.2 เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบบันทึกภาคสนาม ใช้บันทึกพฤติกรรมและแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างการจัดการเรียนการสอน

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครูผู้สอนตามขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดและผู้ช่วยวิจัย จำนวน 1 คน ทำหน้าที่จดบันทึกพฤติกรรมและวิธีคิดของนักเรียน และผู้ช่วยวิจัย จำนวน 1 คน ทำหน้าที่บันทึกภาพนิ่ง

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ซึ่งเป็นการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 9 ประเภท ประกอบด้วย 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ 6) แนวคิดเกี่ยวกับการประมาณ 7) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน 8) แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ (ตรวจสอบ) และ 9) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด

ผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์ข้อมูลแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012) ผู้วิจัยนำเสนอโดยเรียงลำดับตามประเภทของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่พบจากการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอในรูปแบบการบรรยายเชิงวิเคราะห์และผลงานของนักเรียนโดยมีรายละเอียดดังนี้

1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การนับเมล็ดข้าวสาร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหา 1 สถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 1: มีเมล็ดข้าวสารอยู่เท่าไหร

คำสั่ง: ให้นักเรียนหาจำนวนเมล็ดข้าวสาร และเขียนวิธีการนับ

1.1 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่1 แนวคิดเกี่ยวกับเซต

1.2 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่2 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน

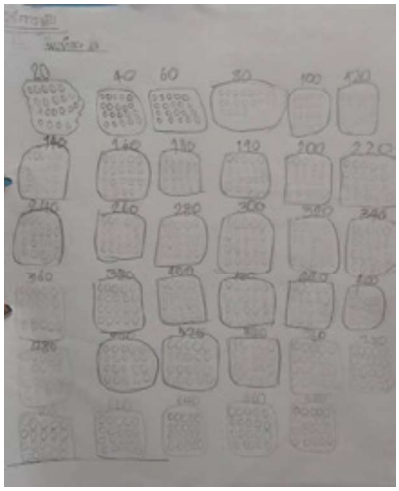
หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดดังภาพต่อไปนี้

ภาพประกอบ 2 แนวคิดเกี่ยวกับเซตและแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับเซตและแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนโดยแนวคิดเกี่ยวกับเซตนักเรียนใช้การวาดรูปวงกลมเพื่อการระบุกลุ่มตามเงื่อนไข คือ วงกลม 1 วง เท่ากับ

จำนวนเมล็ดข้าวสาร 20 เมล็ด แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนนักเรียนใช้สัญลักษณ์ในการแสดงแทนความคิด คือ การใช้วงกลมแสดงแทนการจัดกลุ่มเมล็ดข้าวสารให้เป็นไปตามเงื่อนไขสถานการณ์ปัญหาในการคำนวณหาจำนวนเมล็ดข้าวสาร

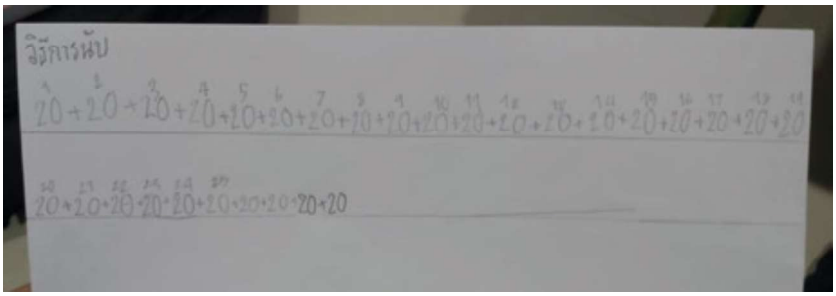
1.3 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่3 แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดดังภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 *แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย*

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับหน่วยโดยนักเรียนใช้หน่วยการนับหรือหน่วยนับจากสถานการณ์ปัญหาที่ครูได้ใช้ถาม “ ให้นักเรียนเขียนวิธีการนับ ” นักเรียนใช้หน่วยการนับ คือ การนับทีละ 20

1.4 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่4 แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดดังภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 4 *แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ*

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการโดยนักเรียนระบุวิธีการแก้ปัญหาโดยดำเนินการหาจำนวนเมล็ดข้าวสารด้วยวิธีการบวก เมื่อนักเรียนจัดกลุ่มเมล็ดข้าวสารกลุ่มละ 20 เรียบร้อยแล้ว นักเรียนก็นำแต่ละกลุ่มมาบวกกัน

1.5 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่5 แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดดังภาพต่อไปนี้

ภาพประกอบ 5 *แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ*

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการโดยนักเรียนใช้วิธีการนับเป็นกลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มละ 20 ดังนั้นแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการนักเรียนใช้วิธีการนับเมล็ดข้าวสารเป็นกลุ่ม หลังจากนั้น จึงใช้วิธีการบวกเพื่อหาจำนวนเมล็ดข้าวสารว่ามีจำนวนเท่าใด

1.6 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่6 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดโดยนักเรียนอธิบายวิธีการและเขียนสัญลักษณ์เพื่ออธิบายแนวคิดที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้การพูด การเขียน การวาดรูป เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นนักเรียนวาดรูปวงกลมเพื่อจัดกลุ่มเมล็ดข้าวสาร นักเรียนเขียนวิธีการนับเมล็ดข้าวสาร นักเรียนอธิบายการคำนวณหาจำนวนเมล็ดข้าวสารด้วยวิธีการบวก

2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์ของค่าประจำหลัก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหา 1 สถานการณ์ ดังนี้

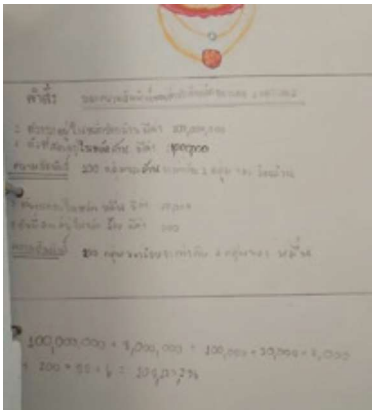
สถานการณ์ปัญหาที่ 1: จากระยะห่างของดวงดาว 101,823,296 กิโลเมตร

คำสั่ง: ให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ค่าประจำหลักของเลข 1 และ เลข 2 พร้อมเขียนตัวเลขแสดงจำนวนในรูปการกระจาย

2.1 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่7 แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน

2.2 แนวคิดทางคณิตศาสตร์แนวคิดที่8 แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ

หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์ด้วยตนเอง นักเรียนได้แสดงแนวคิดดังภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 6 *แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานและแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำ*

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานและแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำโดยแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานเป็นสมบัติของค่าประจำหลักซึ่งเลขโดดที่อยู่ในแต่ละหลักจะมีค่าตามค่าประจำหลักนั้น จากกิจกรรมนี้จะเห็นว่าหนึ่งตัวแรกอยู่ในหลักร้อยล้าน มีค่า 100,000,000 หนึ่งตัวที่สองอยู่ในหลัก ล้าน มีค่า 1,000,000 โดยสองตัวแรกอยู่ในหลักหมื่น มีค่า 20,000 สองตัวที่สองอยู่ในหลักร้อย มีค่า 200 และแนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำเกิดจากการที่นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของค่าประจำหลักนั้นได้จากกิจกรรมนี้นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนั้นได้ คือ 100 กลุ่ม ของ 1,000,000 จะได้ 100,000,000 และ 100 กลุ่ม ของ 200 จะได้ 20,000

สรุปผลและอภิปรายผล

1. สรุปผลการวิจัย

จากการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง จำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดตามกรอบแนวคิดของ Isoda & Katagiri (2012)โดยผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยดังต่อไปนี้

1.1 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเซตนักเรียนอธิบายเซตของสิ่งของต่างๆ เพื่อพิจารณาและแยกสิ่งของออกจากเซต และชี้แจงเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่รวมเข้าด้วยกัน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จะใช้คำว่ากลุ่มแทนความหมายของคำว่าเซต

1.2 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับหน่วยนักเรียนอธิบายขนาดของสิ่งของและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการพิจารณาขนาดของตัวเลขการคำนวณ เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับการนับขนาดของตัวเลขเช่นการนับทีละ 1 การนับทีละ 2 เป็นต้น

1.3 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแสดงแทนนักเรียนใช้สัญลักษณ์ในการแสดงแทนความคิดโดยการใช้วงกลมแสดงแทนการจัดกลุ่มสิ่งของให้เป็นไปตามเงื่อนไขในการคำนวณหาจำนวนเมล็ดข้าวสารและจำนวนของมะเขือเทศ

1.4 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการนักเรียนใช้วิธีการการดำเนินการแก้ปัญหาในการทำกิจกรรมโดยใช้หลักการบวกและการลบ

1.5 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการนักเรียนแสดงขั้นตอนการจัดกลุ่มของจำนวนใช้การคำนวณโดยวิธีการบวกในการแก้ปัญหา

1.6 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานนักเรียนจะใช้สมบัติการบวก การลบ กฎของจำนวนนับและค่าประจำหลัก ที่เกี่ยวข้องมาอธิบาย

1.7 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำนักเรียนเขียน อธิบาย ประโยคทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้

1.8 แนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแสดงความคิดนักเรียนอธิบายวิธีการและเขียนสัญลักษณ์เพื่ออธิบายแนวคิดที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหา

ตาราง 1 *สรุปแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด*

แผนการจัดการเรียนรู้	แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน								
	เซต	หน่วย	การแสดงแทน	การดำเนินการ	ขั้นตอนวิธีการ	การประมาณ	สมบัติพื้นฐาน	การคิดเชิงการกระทำ	การแสดงความคิด
1	50%	100%	50%	16.67%	16.67%	-	-	-	100%
2	-	-	6.45%	-	-	-	15.63%	-	100%
3	33.33%	100%	100%	26.67%	6.67%	-	-	-	100%
4	-	-	-	-	-	-	53.33%	3.33%	100%
5	-	-	67.65%	67.65%	67.65%	-	26.47%	67.65%	100%
6	-	-	100%	100%	-	-	100%	-	100%
7	-	-	100%	-	-	-	100%	-	100%
8	-	-	100%	100%	100%	-	-	100%	100%
9	-	-	97.14%	97.14%	97.14%	-	-	97.14%	100%

อภิปรายผล

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องจำนวนนับที่มากกว่า 100,000 ในชั้นเรียนที่ใช้นวัตกรรมการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผลการวิจัยพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ถึง แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 นักเรียนมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 8 ประเภท 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซตคิดเป็นร้อยละ 22.22% 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วยคิดเป็นร้อยละ 22.22% 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนคิดเป็นร้อยละ 88.89% 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการคิดเป็นร้อยละ 66.67% 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการคิดเป็นร้อยละ 55.56% 6) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐานคิดเป็นร้อยละ 55.56% 7) แนวคิดเกี่ยวกับการคิดเชิงการกระทำคิดเป็นร้อยละ 44.44% 8) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิดคิดเป็นร้อยละ 100 ซึ่งแตกต่างจาก จตุพร นาสินสร้อย (2558) ได้ทำการวิจัยการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องการคูณในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 8 คนโรงเรียนคูคำพิทยาสรรค์ ผลการวิจัยพบว่าในบริบทชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองและเรียนรู้ร่วมกันกับเพื่อนในชั้นเรียนทำให้นักเรียนมีการแสดงแนวคิดที่หลากหลายโดยพบแนวคิดเรื่องการคูณ 7 ประเภทคือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ 6) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน 7) แนวคิดเกี่ยวกับการคิดถึงการกระทำ และแตกต่างจาก กิตติศักดิ์ ใจอ่อน (2562) ได้ทำการวิจัยการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องพื้นที่โดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 28 คนโรงเรียนวัดทุ่งแย้ อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่จำนวน 6 แผน ผลการวิจัยพบว่า การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องพื้นที่นักเรียนมีการคิดทางคณิตศาสตร์ 7 ประเภทคือ 1) แนวคิดเกี่ยวกับเซต 2) แนวคิดเกี่ยวกับหน่วย 3) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทน 4) แนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการ 5) แนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ 6) แนวคิดเกี่ยวกับสมบัติพื้นฐาน 7) แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงความคิด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

จากการศึกษาค้นคว้าข้อมูลในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และการศึกษาค้นคว้าในครั้งต่อไป ดังนี้

1.1 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ แต่เปลี่ยนกลุ่มตัวอย่าง เนื้อหาละระดับชั้นอื่นๆ ต่อไป

1.2 นักวิจัยสามารถนำผลการวิจัยไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดกระบวนการคิด ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนโดยใช้วิธีการแบบเปิดเพราะจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองทำให้ได้เกิดแนวคิดที่แปลกใหม่ในการแก้ปัญหา และสามารถอธิบายถึงกระบวนการต่างๆ จะทำให้นักเรียนได้เห็นข้อบกพร่องและแก้ปัญหาได้

2.2 การวิจัยครั้งนี้มีขอบเขตเนื้อหาเรื่องจำนวนนับไม่เกิน 1000 ควรทำการวิจัยเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาอื่นๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างพีชคณิตและเรขาคณิต ด้วยวิธีการแบบเปิดเป็นหนึ่งวิธีที่สามารถช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์และครูควรสอนโดยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดข้อสงสัย รู้สึกอยากแก้ปัญหากับสถานการณ์ต่างๆ เพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา

เอกสารอ้างอิง

รุ่งทิวา นาบำรุง. (2550). *วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี* (ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

แพรไหม สามารถ. (2555). *การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต,จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

สุดาทิพย์ หาญเชิงชัย. (2559). *การศึกษาหลักสูตรผลิตครูคณิตศาสตร์ของคณะครุศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).

จตุพร นาสินสร้อย, นฤมล ช่างศรี และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2558). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องการคูณในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.* ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น

กิตติศักดิ์ ใจอ่อนและกตัญญุตา บางโท. (2563). การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องพื้นที่โดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์,* 31(1), 28-37.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2557). *กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน.*ขอนแก่น: บริษัทเพ็ญพริ้นติ้ง จำกัด.

นฤมล อินทร์ประสิทธิ์. (2552). *การศึกษาชั้นเรียนนวัตกรรมเพื่อพัฒนาครูและนักเรียน.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, มหาวิทยาลัยขอนแก่น).

Isoda M, & Katagiri S. (2012). Mathematical thinking: how to develop it in the classroom. Singapore: World Scientific