ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกัน การแพร่ระบาดของโรคตาแดง

A Mathematical model for the Campaign Prevent on the Transmission of Patientswith Conjunctivitis

อนุวัตร จิรวัฒนพาณิช[1]

Anuwat Jirawattanapanit

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง วิเคราะห์ตัวแบบโดยใช้วิธีมาตรฐาน ศึกษาจุดสมดุล ศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุล หาคำตอบเชิงวิเคราะห์ ศึกษาอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (ε) ในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคำตอบเชิงตัวเลข

ผลการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พบว่า ณ จุดสมดุลไม่มีโรคเมื่ออัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง $\varepsilon=0.4$ มีค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) เท่ากับ 0.948488452 และ ณ จุดสมดุลที่มีโรคเมื่ออัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง $\varepsilon=0$ มีค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) เท่ากับ 1.224493327 และอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดเป็นปัจจัยที่มีผลต่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง และปฏิบัติตามสมมติฐานที่ตั้งไว้มากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนไม่มีการแพร่ระบาดของโรค

---

[1]อาจารย์โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต

คำสำคัญ : ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, โรคตาแดง, การควบคุมการแพร่ระบาดของโรค, การรณรงค์ให้ความรู้

Abstract

The objective of this research is to develop and evaluate stability of mathematical modeling for the Campaign Prevent on the Transmission of Patients with Conjunctivitis. The model is analyzed using standard methods, the Equilibrium Point, stability of the Equilibrium Points and analytic solutions. The rate of campaign to prevent the spread of conjunctivitis (ε) in mathematical modeling and numerical solutions is studied.

The analysis model found that the stability of Equilibrium Points when the rate of campaign to prevent the spread of conjunctivitis ε =0.4, have basic reproductive number R_0 =0.9484888452, and the rate of campaign to prevent the spread of conjunctivitis ε =0, the disease endemic equilibrium R_0 =1.224493327. The rate of campaign to prevent the spread of conjunctivitis. is the factor affecting to the mathematical modeling. If the risk of infection's population has campaign to prevent the spread of conjunctivitis and follow hypothesis increase then the spread of conjunctivitis decreased until no epidemic.

Keywords : Mathematical model, Conjunctivitis, Control the spread of disease, Education Campaign

บทนำ

คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทเกี่ยวข้องในการดำรงชีวิตของมนุษย์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในหลากหลาย โดยเฉพาะทางการแพทย์สามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์เพื่อจำลองการเกิดโรคและการรักษาโรคต่างๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลายๆด้าน อาทิ สภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดโรคต่างๆ การป้องกันโรค การทดสอบปริมาณยา เป็นต้น ปัจจุบันการเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ สิ่งแวดล้อมเป็นสาเหตุให้เกิดโรคที่ติดต่อได้ง่ายมีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วส่งผลต่อสุขภาพทำให้มนุษย์เสียชีวิตได้ง่ายดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาช่วยให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น [11]

โรคตาแดงเป็นอาการที่เยื่อบุตาขาวเปลี่ยนเป็นสีแดง ซึ่งเกิดจากการขยายตัวของเส้นเลือดใต้เยื่อบุตา (Conjunctiva) เนื่องจากการอักเสบ โรคตาแดงอาจจะเป็นแบบเฉียบพลัน หรือแบบเรื้อรัง โรคตาแดงสามารถพบได้ตลอดปี และจะระบาดได้เป็นช่วงๆ โดยเฉพาะช่วงหน้าฝน ด้วยเหตุที่ฝนตกก่อให้เกิดความชื้นทำให้เชื้อไวรัสและเชื้อแบคทีเรียบางตัวเจริญเติบโตและก่อโรคขึ้นส่วนใหญ่โรคตาแดงเกิดจากการติดเชื้อไวรัส ซึ่งทำให้เยื่อบุตาอักเสบและติดต่อได้ง่าย พบได้ในทุกเพศ ทุกวัย แต่จะพบมากในเด็กเนื่องจากมีภูมิคุ้มกันน้อยร่วมกับการดูแลตนเอง หรือการป้องกันการติดเชื้อไม่ดีพอจึงทำให้เป็นโรคตาแดงได้ง่ายกว่าผู้ใหญ่

สาเหตุของโรคตาแดง เกิดจากการติดเชื้อไวรัสที่มีชื่อว่า **อะดิโนไวรัส** (Adenovirus) และส่วนน้อยเกิดจากเชื้อ **พิโคร์นาไวรัส** (Picornavirus) เป็นต้น ซึ่งเชื้อไวรัสข้างต้นทำให้อาการของโรคคล้ายคลึงกัน ดังนั้นในคนหนึ่งคนจึงเป็นโรคตาแดงชนิดนี้แล้วอาจเป็นได้อีกเมื่อโรคตาแดงระบาด การระบาดของโรคตาแดงส่วนใหญ่มักระบาดโดยการสัมผัสโดยตรงหรือสัมผัสถูกอุปกรณ์ สิ่งของเครื่องใช้ ได้แก่ แก้วน้ำ ภาชนะต่างๆ ผ้าเช็ดหน้า ผ้าเช็ดตัว สบู่ ขันน้ำ เป็นต้น ที่เปื้อนเชื้อจากมือของผู้ป่วยจากการขยี้ตาหรือการใช้คอนเท็กซ์เลนส์ น้ำยาล้างตา เป็นต้น บางชนิดอาจปนเปื้อนอยู่ในสระว่ายน้ำ เมื่อคนมาเล่นน้ำจะติดเชื้อได้ ซึ่งเชื้อโรคจะมีระยะฟักตัว 1-2 วัน

ระยะเวลาในการติดต่อไปยังผู้อื่นประมาณ 14 วัน **อาการ**ของโรคตาแดงจะมีอาการได้ตั้งแต่น้อยถึงมาก โดยมีอาการตาแดง หนังตาบวมเล็กน้อย ระคายเคืองตา น้ำตาไหล มีขี้ตาเล็กน้อย เจ็บคอ บางรายอาจมีไข้ มีต่อมน้ำเหลืองหน้าใบหูโตและกดเจ็บอ่อนเพลียร่วมด้วย บางรายอาจมีเลือดออกที่ตาขาว มักจะเริ่มเป็นที่ตาข้างหนึ่งก่อนแล้วจึงติดต่อมาอีกข้างหนึ่ง หรือมีการระบาดของโรคนี้ **อาการแทรกซ้อน** ส่วนมากมักจะหายได้เองภายใน 1-2 สัปดาห์ มีเพียงส่วนน้อยมากที่อาจทำให้กระจกตาอักเสบทำให้ตามัว ซึ่งอาจเป็นอยู่นานเป็นเดือนๆ แต่ในที่สุดจะหายได้เอง [3]

การรักษา เนื่องจากมีหลายสาเหตุที่ทำให้มีอาการตาแดง จึงควรไปพบแพทย์เพื่อวินิจฉัยว่าเกิดจากสาเหตุใด จะได้ให้การรักษาอย่างเหมาะสมต่อไป ผู้ที่เป็นโรคนี้ ควรหยุดเรียน หรือหยุดงานจนกว่าจะหายโดยพักผ่อนให้มากๆ โดยเฉพาะการใช้สายตา ไม่ควรทำงานดึก ควรนอนให้เพียงพอ ไม่จำเป็นต้องปิดตาไว้ตลอดเวลา ยกเว้นถ้ากระจกตาอักเสบ เคืองตามาก จึงปิดตาเป็นครั้งคราว ระหว่างที่มีระบาด ควรหาทางป้องกันโดยแนะนำให้คนทั่วไประวังการสัมผัสกับผู้ป่วย ควรล้างมือบ่อยๆ ด้วยสบู่ ห้ามใช้มือขยี้ตา อย่าคลุกคลีหรือนอนร่วมกับคนที่เป็นโรคนี้ และห้ามใช้ของใช้ร่วมกับผู้ป่วย ผู้ป่วยไม่ควรลงเล่นน้ำในสระ เพราะจะทำให้เกิดการแพร่กระจายเชื้อไวรัสลงไปในน้ำได้ ดังนั้นการป้องกันจึงเป็นวิธีที่ดีที่สุดจึงควรหลีกเลี่ยงการสัมผัสขี้ตา น้ำตาของผู้ป่วย ไม่ใช้ผ้าเช็ดหน้าหรือหมอนใบเดียวกันกับผู้ป่วยซึ่งอาจมีคราบน้ำตาหรือขี้ตาเปื้อนอยู่ ไม่ใช้ภาชนะหรือของใช้ร่วมกับเพื่อนที่ป่วยเป็นตาแดง การพูดคุยกันไม่ได้ทำให้เกิดการติดต่อ แต่ถ้าคนที่เป็นตาแดงและมีอาการหวัดร่วมด้วย ไอหรือจามใส่หน้าเราอาจทำให้เราติดหวัดซึ่งอาจมีอาการตาแดงร่วมด้วยได้ โรคตาแดงจากการติดเชื้อสามารถติดต่อกันได้ในระยะตั้งแต่เริ่มมีอาการจนกว่าจะหายเป็นปกติ โดยเฉลี่ยประมาณ 1-2 สัปดาห์ [3]

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคตาแดงทำให้ทราบถึงการแพร่ระบาดและผลลัพธ์ที่ได้จากตัวแบบช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจถึงปัจจัยที่สามารถควบคุมการแพร่ระบาดของโรคได้รวมทั้งมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการติดต่อของโรค จุดเด่นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือสามารถปรับเปลี่ยน

ลักษณะเฉพาะของโรคระบาดได้ สามารถเพิ่มตัวแปร ค่าพารามิเตอร์ต่างๆสำหรับการศึกษาวิจัย ซึ่งในขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูลตัวแบบจะแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของเครื่องมือ ช่วยให้เข้าใจวิวัฒนาการของการระบาดและผลของมาตรการควบคุมโรค ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษานี้จะเป็นประโยชน์อย่างสูงในการลดความเสี่ยงของการติดเชื้อโรคตาแดง ป้องกันและลดการแพร่เชื้อสำหรับการควบคุมโรคตาแดงต่อไป [6]

ปัจจุบันการเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ สิ่งแวดล้อมเป็นสาเหตุให้เกิดโรคที่ติดต่อได้ง่าย มีการแพร่ระบาดอย่างรวดเร็วส่งผลต่อสุขภาพทำให้มนุษย์ป่วยและเสียชีวิตได้ง่ายดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์มาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาช่วยให้มนุษย์มีคุณภาพชีวิตที่ดีขึ้น ผลการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นเครื่องมือช่วยทำความเข้าใจเกี่ยวกับสุขภาพหลายๆด้าน อาทิ สภาพแวดล้อมที่ทำให้เกิดโรคต่างๆ การป้องกันโรค เป็นต้น ดังนั้น ผู้วิจัยสามารถนำผลการวิจัยถ่ายทอดสู่แพทย์ บุคลากรทางการแพทย์และหน่วยงานด้านสาธารณสุขในระดับตำบล อำเภอ จังหวัดและภูมิภาค ที่เกี่ยวข้องกับการป้องกันโรคระบาด ทั้งภาครัฐและเอกชน รวมทั้งสถานศึกษาในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การประถมศึกษา และสำนักงานเขตพื้นที่มัธยมศึกษา สังกัดองค์การปกครองส่วนท้องถิ่น ซึ่งมีนักเรียนที่เป็นกลุ่มเสี่ยงติดเชื้อโรคตาแดง รวมทั้งประชาชนในเขตพื้นที่บริการของมหาวิทยาลัยราชภัฏภูเก็ต และหน่วยงานอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับการป้องกันโรคติดต่อ

จากการศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงบทบาทและประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีส่วนช่วยในการแก้วิกฤตการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นจากโรคภัยต่างๆ โดยจะจำลองประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ตัวเชื้อโรค ตัวพาหะนำโรค และผู้ติดเชื้อ โดยแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายลักษณะของการระบาดและการดำเนินของโรคโดยที่ผู้วิจัยไม่จำเป็นต้องไปศึกษากับมนุษย์โดยตรงซึ่งอาจเกิดอันตรายต่อชีวิตของผู้วิจัยและผู้ป่วยได้อีกทั้งยังช่วยลดงบประมาณสำหรับการเสริมมาตรการการรักษาและการป้องกันโรคตามความต้องการที่แท้จริงได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสมมากที่สุดด้วย [1]

จากเหตุข้างต้นผู้วิจัยได้ตระหนักและเห็นประโยชน์ที่ได้รับจึงทำการวิจัยเรื่อง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงให้เป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการศึกษาในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับป้องกันและควบคุมโรคตาแดงที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

วัตถุประสงค์

1.เพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

2.เพื่อวิเคราะห์เสถียรภาพตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

วิธีการวิจัย

ผู้วิจัยจะศึกษาและพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1.**การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** ผู้วิจัยได้แบ่งประชากรออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อ กลุ่มประชากรที่มีภูมิคุ้มกัน ผู้วิจัยได้กำหนดตัวแปรดังนี้ $S(t)$ คือ จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ t เวลาใดๆ, $I(t)$ คือจำนวนประชากรที่ติดเชื้อ ณ t เวลาใดๆ, $R(t)$ คือจำนวนประชากรที่หายป่วยจากโรค ณ t เวลาใดๆ โดย $S(t) > 0$, $I(t) > 0$ และ $R(t) > 0$ เนื่องจากจำนวนประชากรรวมมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาคือ $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ ซึ่งเป็นค่าคงที่

2.**การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** ผู้วิจัยให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของตัวแบบ ฉะนั้นจำเป็นต้องดำเนินการโดยผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้อง

กับศาสตร์นี้โดยตรง ในงานวิจัยนี้จำเป็นต้องส่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ ได้แก่ 1) นักระบาดวิทยา และ 2) นักคณิตศาสตร์

3.การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน (Standards Method) โดยศึกษาจุดสมดุลและศึกษาเสถียรภาพของจุดสมดุลเพื่อหาเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของจุดสมดุลนั้น โดยใช้วิธี Next Generation Method และหาคำตอบเชิงตัวเลขโดยวิธี Numerical Analysis [9] ดังนี้

3.1 **การวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน** (Standards Method) เป็นวิธีการศึกษาหาค่าจุดสมดุลและค่าเสถียรภาพของระบบ ได้ดังนี้

3.1.1 **การหาขอบเขตของค่าคงที่** (Invariant Region) เป็นการหาขอบเขตของค่าคงที่และช่วงคำตอบที่เป็นจำนวนจริงบวก โดยการใช้เทคนิคการอินทิเกรตช่วยแสดงช่วงคำตอบของ $S(t)$, $I(t)$ และ $R(t)$ จะมีขอบเขตของค่าคงที่ (Invariant Region) อยู่ในช่วงจำนวนจริงบวก

3.1.2 **การหาจุดสมดุล** (Equilibrium Point) เป็นการหาจุดสมดุลโดยจัดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ $\frac{dS}{dt}=0$, $\frac{dI}{dt}=0$, $\frac{dR}{dt}=0$ จะได้ค่าจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) ในกรณีที่ไม่มีการติดเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $E_0(S,I,R)=E_0(N,0,0)$ และจะได้ค่าจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของเชื้อโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ในกรณีที่มีการระบาดของเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $I\neq 0$, จะได้ $E_1(S,I,R)=E_1(S^*,I^*,R^*)$

3.1.3 **การหาค่าระดับการติดเชื้อ** (Basic Reproductive Number : R_0) เป็นการหาค่ารัศมีที่โดดเด่นของการแพร่ระบาดของโรค (Spectral Radius) โดยใช้วิธีการ Next Generation Method ซึ่งได้จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้เมตริกซ์ ในรูป $\frac{\partial X}{\partial t}=F(X)-V(X)$ เพื่อหาค่า Spectral Radius (R_0)

จากเมตริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ ซึ่ง $F(X)$ และ $V(X)$ ได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial derivative) ดั้งนี้

$$X = \begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix},\ F = \left[\frac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right] \text{ และ } V = \left[\frac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$$

โดยพิจารณาค่า Spectral Radius (R_0) ดังนี้ 1) $R_0 > 1$ แสดงว่า โรคมีการระบาดเพิ่มขึ้น (Epidemic) 2) $R_0 = 1$ แสดงว่า โรคเริ่มเสถียร (Endemic) และ 3) $R_0 < 1$ แสดงว่า โรคไม่มีการระบาด [12]

3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพ (stability Analysis) เป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen value) เพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลสำหรับตรวจสอบว่าเป็น Local asymptotically stable ดังนี้

1) Local Asymptotically Stable **ณ จุด E_0 ของจุดสมดุลที่ไม่มีโรค** โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$, J_0 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_0 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าจะต้องมีส่วนจริงมีค่าเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$ [8]

2) Local Asymptotically Stable **ณ จุด E_1 ของจุดสมดุลที่มีโรค** โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$, J_1 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_1 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าจะต้องมีส่วนจริงมีค่าเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$ [8]

3.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis)

3.3.1 ผู้วิจัยดำเนินเก็บข้อมูลหาค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงซึ่งให้ผู้ช่วยวิจัยจำนวน 3 คนเก็บข้อมูลโดยการใช้แบบสอบถามและแบบสำรวจข้อมูล

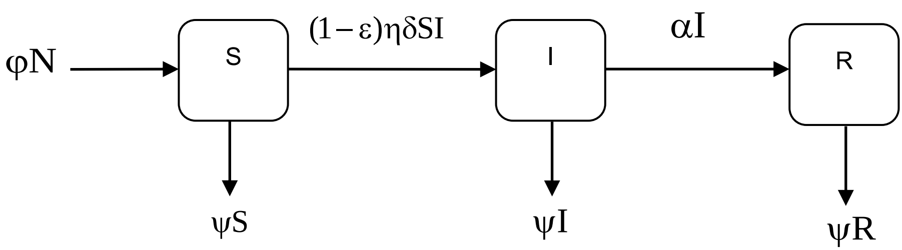
3.3.2 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 3 คนดำเนินเก็บข้อมูลหาค่าพารามิเตอร์ของปริมาณน้ำฝน อัตราการสัมผัสเชื้อ อัตราการมีภูมิคุ้มกัน อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์ อัตราการตายโดยธรรมชาติ และจำนวนประชากรโดยการให้ผู้ช่วยวิจัยจำนวน 3 คนเก็บข้อมูล

3.3.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข เป็นการพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) และจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ที่ทำให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นเป็น Local Asymptotically Stable เพื่อนำค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณหาคำตอบเชิงตัวเลขโดยจำลองแบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ [5]

ผลการศึกษา

1. ผลการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

จากตัวแปรข้างต้นผู้วิจัยได้สร้างแผนภาพตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง ดังนี้



ภาพที่ 1 แผนภาพตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์การรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

จากภาพที่ 1 สามารถเปลี่ยนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น (Ordinary differential equation: ODE) ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = \varphi N - (1-\varepsilon)\eta\delta SI - \psi S \qquad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = (1-\varepsilon)\eta\delta SI - \alpha I - \psi I \qquad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I - \psi R \qquad (3)$$

โดยมีเงื่อนไขประชากรมนุษย์มีจำนวนคงที่ $N = S + I + R$ เมื่อกำหนดสัญลักษณ์พารามิเตอร์ ได้แก่ φ คือ อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์, η คือ อัตราการสัมผัสเชื้อ, ψ คือ อัตราการตายโดยธรรมชาติ, δ คือ ปริมาณน้ำฝน, α คือ อัตราการมีภูมิคุ้มกัน, ε คือ อัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง, N คือ จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด เนื่องจากค่าอนุพันธ์ของค่าคงที่จะมีค่าเป็นศูนย์ และค่าจำนวนของประชากรแต่ละกลุ่มจะมีค่าไม่เกิน N [2] โดยดำเนินการดังนี้

1.1. **การวิเคราะห์ตามแบบมาตรฐาน** (Standards Method)

จาก Rate of change = Rate inflow – Rate outflow

จะได้

$$F(X) = \varphi N - (1-\varepsilon)\eta\delta SI - \psi S + (1-\varepsilon)\eta\delta SI - \alpha I - \psi I + \alpha I - \psi R$$

ดังนั้น

$$\frac{dN}{dt} = \varphi N - \psi S - \psi I - \psi R$$

เมื่อ $S = N, I = 0, R = 0$

$$\frac{dN}{dt} = (\varphi - \psi)N$$

นั้นคือ N คงที่เมื่อ

1.1.1. **การหาขอบเขตของค่าคงที่** (Invariant Region) เป็นการหาช่วงคำตอบของตัวแปร $N(t),\ S(t),\ I(t)$ และ $R(t)$ ดังนี้

จาก $$\frac{dN}{dt} = \varphi N - \psi S - \psi I - \psi R$$

ดังนั้น $$\frac{dN}{dt} \le N(\varphi - \psi)$$

$$\frac{dN}{N(\varphi - \psi)} \le dt$$

$$\frac{1}{(\varphi - \psi)} \int \frac{dN}{N} \le \int dt$$

$$\ln N \le (\varphi - \psi)t + c$$

$$N \le e^{(\varphi - \psi)t + c}$$

จะได้ $$N(t) \le N_0 e^{(\varphi - \psi)t}$$

เมื่อ $t \to \infty, N \to (\varphi - \psi)$ ดังนั้น $0 \le N \le (\varphi - \psi)$

ดังนั้น เซตคำตอบของระบบมีขอบเขตเป็น

$$\Omega = \left\{ (S, I, R) \in R^{+} : N < \varphi - \psi \right\}$$

จากสมการที่ (1), (2) และ (3) จะได้ $S(t) \ge S_0 e^{-[(1-\varepsilon)\eta\delta I + \psi]t} > 0$, $I(t) \ge I_0 e^{-(\alpha+\psi)t} > 0$ และ $R(t) \ge R_0 e^{-\psi t} > 0$ ดังนั้น $N(t),\ S(t),\ I(t)$ และ $R(t)$ มีขอบเขตของค่าคงที่ (Invariant Region) อยู่ในช่วงจำนวนจริงบวก

1.1.2. **การหาจุดสมดุล** (Equilibrium Point) โดยจัดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้เท่ากับศูนย์ $\frac{dS}{dt} = 0$, $\frac{dI}{dt} = 0$, $\frac{dR}{dt} = 0$ [4] ได้ดังนี้

$$0=\varphi N-(1-\varepsilon)\eta\delta SI-\psi S \quad (4)$$

$$0=(1-\varepsilon)\eta\delta SI-\alpha I-\psi I \quad (5)$$

$$0=\alpha I-\psi R \quad (6)$$

จะได้

$$S^*=\frac{\varphi N}{(1-\varepsilon)\eta\delta I+\psi} \quad (7)$$

$$I^*=\frac{\varphi N}{(\alpha+\psi)}-\frac{\psi}{(1-\varepsilon)\eta\delta} \quad (8)$$

$$R^*=\frac{\alpha\varphi N}{\psi\alpha+\psi^2}-\frac{\alpha}{(1-\varepsilon)\eta\delta} \quad (9)$$

1.1.2.1. **การหาจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค** (Disease Free Equilibrium Point: E_0)

จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) ในกรณีที่ไม่มีการติดเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $I=0$, $S=N$ และ $R=0$ ดังนั้น ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรคจะได้ $E_0(S,I,R)=E_0(N,0,0)$

1.1.2.2. **การหาจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของเชื้อโรค** (Endemic Equilibrium Point: E_1)

จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้ค่าจุดสมดุลเกิดการแพร่ระบาดของเชื้อโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ในกรณีที่มีการระบาดของเชื้อโรค โดยกำหนดให้ $I\neq 0$ และ $I>0$

$$E_1(S^*,I^*,R^*)=(\frac{\varphi N}{(1-\varepsilon)\eta\delta I+\psi},\ \frac{\varphi N}{(\alpha+\psi)}-\frac{\psi}{(1-\varepsilon)\eta\delta},\ \frac{\alpha\varphi N}{\psi\alpha+\psi^2}-\frac{\alpha}{(1-\varepsilon)\eta\delta})$$

1.1.3. **การหาค่าระดับการติดเชื้อ** (Basic Reproductive Number : R_0)

การหาค่ารัศมีที่โดดเด่นของการแพร่ระบาดของโรค (Spectral Radius) โดยใช้วิธีการ Next Generation Method ซึ่งได้จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้เมตริกซ์ในรูป $\frac{\partial X}{\partial t}=F(X)-V(X)$ เพื่อหาค่า Spectral Radius (R_0) จากเมตริกซ์ $P(FV^{-1})$ ซึ่ง $F(X)$ และ $V(X)$ ได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial derivative) ดังนี้

$$X=\begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix},\ F(X)=\begin{bmatrix} 0 \\ (1-\varepsilon)\eta\delta SI \\ 0 \end{bmatrix},\ V(X)=\begin{bmatrix} -\varphi N+(1-\varepsilon)\eta\delta SI+\psi S \\ \alpha I+\psi I \\ -\alpha I+\psi R \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $F=\left[\dfrac{\partial F_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$ และ $V=\left[\dfrac{\partial V_i(E_0)}{\partial X_i}\right]$

จะได้ $F(E)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (1-\varepsilon)\eta\delta I & (1-\varepsilon)\eta\delta S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

และ $V(E)=\begin{bmatrix} (1-\varepsilon)\eta\delta I+\psi & (1-\varepsilon)\eta\delta S & 0 \\ 0 & \alpha+\psi & 0 \\ 0 & -\alpha & \psi \end{bmatrix}$

ดังนั้น ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค $E_0(S,I,R)=E_0(N,0,0)$

จะได้ $F(E_0)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-\varepsilon)\eta\delta N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ และ

$V(E_0)=\begin{bmatrix} \psi & (1-\varepsilon)\eta\delta N & 0 \\ 0 & \alpha+\psi & 0 \\ 0 & -\alpha & \psi \end{bmatrix}$

การหาค่ารัศมีที่โดดเด่นของการแพร่ระบาดของโรค Spectral Radius (R_0) จากเมตริกซ์ $\rho(FV^{-1})$ (van den Driessche and Watmough, 2002) จากบทนิยาม Spectral Radius (R_0) จากเมตริกซ์ FV^{-1}

คือ $\rho(FV^{-1})=\max\left\{0,\ 0,\ \dfrac{(1-\varepsilon)\eta\delta N}{(\alpha+\psi)}\right\}$ ดังนั้น

$$\rho[FV^{-1}(E_0)]=\frac{(1-\varepsilon)\eta\delta N}{(\alpha+\psi)}$$

จะได้ค่าระดับการติดเชื้อ คือ $R_0 = \dfrac{(1-\varepsilon)\eta\delta N}{(\alpha+\psi)}$

2.ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

การวิเคราะห์เสถียรภาพเป็นการหาค่าลักษณะเฉพาะ (Eigen Value) เพื่ออธิบายคำตอบของสมการเกี่ยวกับค่าความสมดุลจากเมตริกซ์

$$J = \begin{bmatrix} -(1-\varepsilon)\eta\delta I - \psi & -(1-\varepsilon)\eta\delta S & 0 \\ (1-\varepsilon)\eta\delta I & (1-\varepsilon)\eta\delta S - \alpha - \psi & 0 \\ 0 & \alpha & -\psi \end{bmatrix},$$

$$J_0 = \begin{bmatrix} -\psi & -(1-\varepsilon)\eta\delta N & 0 \\ 0 & (1-\varepsilon)\eta\delta N - \alpha - \psi & 0 \\ 0 & \alpha & -\psi \end{bmatrix} \text{และ}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} -(1-\varepsilon)\eta\delta I^* - \psi & -(1-\varepsilon)\eta\delta S^* & 0 \\ (1-\varepsilon)\eta\delta I^* & (1-\varepsilon)\eta\delta S^* - \alpha - \psi & 0 \\ 0 & \alpha & -\psi \end{bmatrix}$$

สำหรับการตรวจสอบว่าเป็น Local Asymptotically Stable มี 2 กรณี ได้แก่

1) Local Asymptotically Stable **ณ จุด** E_0 **ของจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค** โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่ไม่มีโรค (E_0) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_0 - \lambda I) = 0$, J_0 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_0 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt จึงส่งผลให้ค่า $R_0 < 1$ ดังนี้

$$\det(J_0 - \lambda I) = (\psi+\lambda)(\psi+\lambda)[(1-\varepsilon)\eta\delta N - \alpha - \psi - \lambda]$$

จะได้ $\quad 0 = \psi + \lambda \, , 0 = \psi + \lambda \, , 0 = [(1-\varepsilon)\eta\delta N - \alpha - \psi - \lambda]$

ดังนั้น $\lambda_1 = -\psi$, $\lambda_2 = -\psi$, $\lambda_3 = (1-\varepsilon)\eta\delta N - \alpha - \psi$ โดย $(1-\varepsilon)\eta\delta N - \alpha - \psi < 0$

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ λ_1 =-0.0000189, λ_2 = -0.0000189 และ λ_3 =-0.0190673 ซึ่งทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด E_0 = (100, 0, 0) ดังนั้น จุดสมดุลไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local Asymptotically

2) Local Asymptotically Stable **ณ จุด** E_1 **ของจุดสมดุลที่มีเชื้อโรค** โดยการตรวจสอบค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ สภาวะที่มีการแพร่ระบาดของโรค (E_1) ซึ่งจะได้สมการลักษณะเฉพาะจาก $\det(J_1 - \lambda I) = 0$, J_1 คือจาโคเบียนเมตริกซ์ ณ จุด E_1 โดยมีข้อกำหนดว่า λ ทุกค่าส่วนจริงต้องเป็นลบซึ่งจะสอดคล้องตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwizt ซึ่งจะส่งผลให้ค่า $R_0 > 1$ ดังนี้

จาก $S^* = \dfrac{\varphi N}{(1-\varepsilon)\eta\delta I^* + \psi}$, $I^* = \dfrac{\varphi N}{(\alpha + \psi)} - \dfrac{\psi}{(1-\varepsilon)\eta\delta}$ และ

$$R^* = \frac{\alpha\varphi N}{\psi\alpha + \psi^2} - \frac{\alpha}{(1-\varepsilon)\eta\delta}$$

ดังนั้น $\lambda_1 = -\psi$, $\lambda_2 = \dfrac{-a + \sqrt{a^2 - 4ab}}{2}$, $\lambda_3 = \dfrac{-a - \sqrt{a^2 - 4ab}}{2}$

โดยที่ $a = (-(1-\varepsilon)\eta\delta I^* + \psi) + (-(1-\varepsilon)\eta\delta S^* + \alpha + \psi)$ และ $a > 0$

$$b = \left[(-(1-\varepsilon)\eta\delta I^* + \psi)(-(1-\varepsilon)\eta\delta S^* + \alpha + \psi)\right] + (1-\varepsilon)^2\eta^2\delta^2 I^* S^*$$

และ $b > 0$

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีเชื้อโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ λ_1 =-0.0000189, λ_2 = -1.88872 และ λ_3 =-1.802295676 ซึ่งทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด

$$E_1 = \left(\frac{\varphi N}{(1-\varepsilon)\eta\delta I + \psi},\ \frac{\varphi N}{(\alpha + \psi)} - \frac{\psi}{(1-\varepsilon)\eta\delta},\ \frac{\alpha\varphi N}{\psi\alpha + \psi^2} - \frac{\alpha}{(1-\varepsilon)\eta\delta}\right)$$

ดังนั้น จุดสมดุลมีโรค E_1 จะเป็น Local Asymptotically

3.ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคตาแดง โดยพิจารณาหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ทำให้จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค (Disease Free Equilibrium Point: E_0) และจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรค (Endemic Equilibrium Point: E_1) ที่ทำให้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นเป็น Local Asymptotically Stableซึ่งมีค่าตามตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจข้อมูลเกี่ยวกับการแพร่ระบาดของโรคตาแดง [3]

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
จำนวนประชากรของมนุษย์ทั้งหมด	N	100	คน
อัตราการเกิดใหม่ของประชากรมนุษย์	φ	3.068×10^{-3}	ต่อวัน
อัตราการตายโดยธรรมชาติ	ψ	1.89×10^{-5}	ต่อวัน
อัตราการสัมผัสเชื้อ	η	7.1429×10^{-2}	ต่อวัน
อัตราการมีภูมิคุ้มกัน	α	4.762×10^{-2}	ต่อวัน
ปริมาณน้ำฝน	δ	1×10^{-2}	ต่อวัน
อัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง	ε	0 - 1	

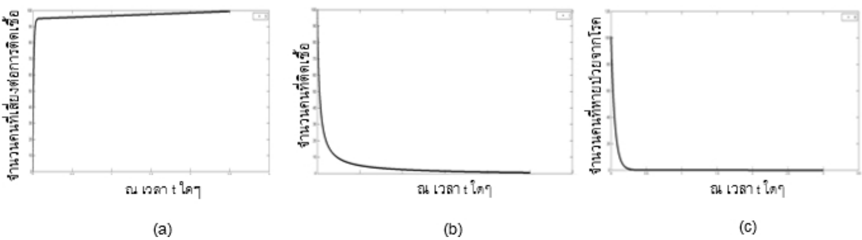
ผู้วิจัยได้ศึกษาอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงแล้วหาค่าระดับการติดเชื้อ (Basic Reproductive Number: R_0) พบความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงกับค่าระดับการติดเชื้อได้ดังตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงกับค่าระดับการติดเชื้อ

อัตราการรณรงค์ป้องกัน (ε)	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
ค่าระดับการติดเชื้อ (R_0)	1.22449 3327	1.16165 6368	1.09522 0126	1.02448 4619	0.94848 8452	0.86584 7535	0.77443 7578	0.67068 2616	0.54761 0063	0.38721 8789	0

จากตารางที่ 2 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) มีค่า $R_0 < 1$ เมื่ออัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง ε >0.4 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดของโรคและค่า $R_0 > 1$ ในทางตรงข้ามเมื่ออัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง ε <0.3 วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีโรคจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค

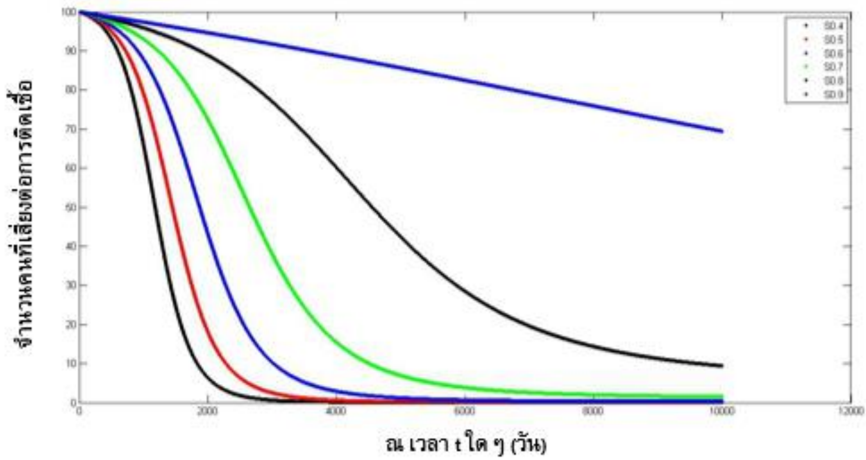
เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ λ_1=-0.0000189, λ_2= -0.0000189 และ λ_3=-0.0190673 ซึ่งค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบทุกค่าจึงทำให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด E_0 = (100, 0, 0) ดังนั้น จุดสมดุลไม่มีโรค E_0 จะเป็น Local Asymptotically [5] ดังภาพที่ 2 ดังนี้



ภาพที่ 2 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากร (a) ประชากรกลุ่มเสี่ยง ณ เวลา t ใดๆ, (b) ประชากรกลุ่มติดเชื้อ

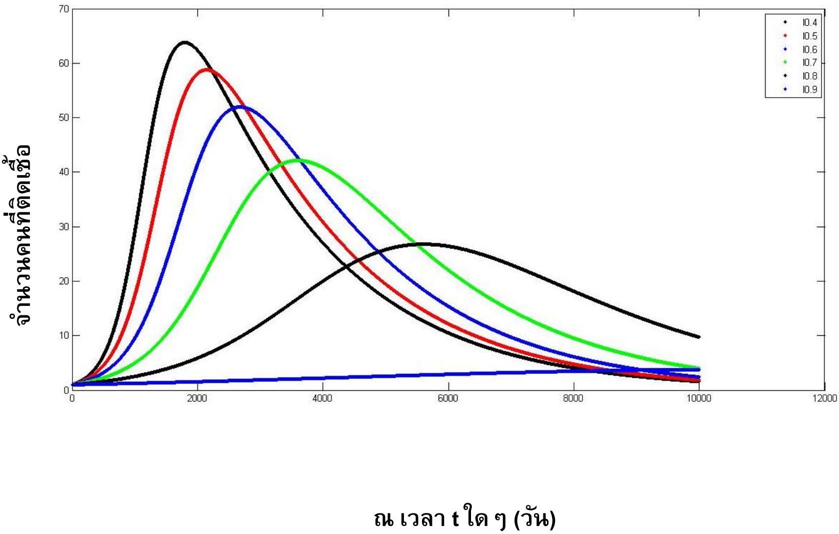
ณ เวลา t ใดๆ และ(c) ประชากรกลุ่มที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใดๆ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่ไม่มีเชื้อ

เมื่อพิจารณาเสถียรภาพของระบบ ณ จุดสมดุลที่มีเชื้อโรค จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะจากสมการ $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ โดยที่ a=0.071736517, b=-0.00000870034 จะได้ว่า $\lambda = \dfrac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4ab}}{2}$ จะพบว่าค่าลักษณะเฉพาะ λ_1=-0.0000189, λ_2= -0.0000086993 และ λ_3=-0.0717452163 ซึ่งค่าลักษณะเฉพาะทุกค่ามีส่วนจริงเป็นค่าลบและสอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Huewitz ส่งผลให้คำตอบจะลู่เข้าสู่จุด $E_1(S^*, I^*, R^*)$ ดังนั้น จุดสมดุลที่มีเชื้อโรค $E_1(S^*, I^*, R^*)$ จะเป็น Local Asymptotically [5] ตามลำดับดังภาพที่ 3, 4 และ 5 ดังนี้



ภาพที่ 3 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ε =0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีเชื้อโรค

จากภาพที่ 3 เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (ε) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงให้มากขึ้นจะพบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยง (S) ณ เวลา t ใดๆ จะค่อยๆลดลงและเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ซึ่งถ้าประชากรมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้จำนวนของประชากรกลุ่มเสี่ยงลดลงอย่างช้าๆ ซึ่งหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มเสี่ยงเปลี่ยนไปเป็นกลุ่มติดเชื้อจะใช้เวลานานขึ้นจนการแพร่ระบาดของโรคตาแดงลดลง



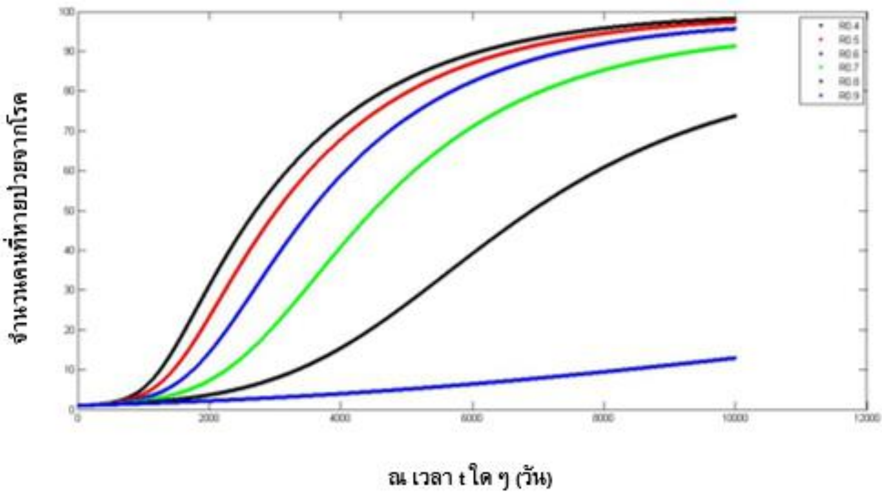
ภาพที่ 4 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ε =0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีเชื้อโรค

จากภาพที่ 4 เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (ε) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงให้มากขึ้นจะพบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อ (I) ณ เวลา t ใดๆ จะลดลงอย่างเห็นได้ชัด และยังพบว่าจุดสูงสุดของประชากรกลุ่มติดเชื้อ

เปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนซึ่งถ้าประชากรมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้จุดสูงสุดของประชากรกลุ่มติดเชื้อลดลงและการแพร่ระบาดของโรคจะลดลงด้วยเช่นกัน [10] ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงกับจำนวนประชากรที่ติดเชื้อ ณ จุดสูงสุดของกราฟ

อัตราการรณรงค์ป้องกัน (ε)	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
จำนวนคนติดเชื้อ (I) ณ จุดสูงสุดของกราฟ(คน)	63.78	58.76	51.96	42.14	26.78	3.78



ภาพที่ 5 อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนประชากรกลุ่มที่หายป่วยจากโรค ณ เวลา t ใดๆ เมื่อค่า ε =0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ ณ เสถียรภาพของจุดสมดุลที่มีเชื้อโรค

จากภาพที่ 5 เมื่อเพิ่มอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (ε) ลงในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันโรคตาแดง จะส่งผลให้จำนวนประชากรกลุ่มติดเชื้อเปลี่ยนไปเป็นกลุ่มที่หายป่วยจากโรครวดเร็วขึ้น เนื่องจากจำนวนคนติดเชื้อน้อยลงจึงส่งผลให้เกิดการแพร่ระบาดลดลง

จากการศึกษาพบว่าอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคตาแดง โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้นและถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

สรุปและอภิปรายผล

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วยประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรที่ติดเชื้อ และประชากรที่หายป่วยจากโรคซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาค่าพารามิเตอร์อัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดง (ε) เป็นปัจจัยสำคัญในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน และวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับตรวจสอบการแพร่ระบาดของโรคตาแดง

ผู้วิจัยได้พิจารณาจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่เกิดการแพร่ระบาดของโรคโดยการวิเคราะห์จุดสมดุลและเสถียรภาพของจุดสมดุลด้วยวิธีการวิเคราะห์วิธีมาตรฐาน พบว่าขอบเขตของค่าคงที่ (Invariant Region) มีขอบเขตของ $N(t)$, $S(t)$, $I(t)$ และ $R(t)$ อยู่ในช่วงจำนวนจริงบวก จึงส่งผลให้ค่าเสถียรภาพของระบบ Local Asymptotical Stable ที่ได้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz เพื่อให้สามารถหาค่าระดับการติดเชื้อ (R_0) ซึ่งมีความจำเป็นภายใต้เงื่อนไขเพื่อให้ Local Asymptotically stability of Equilibrium State ที่มีความเสถียร

ในส่วนของจุดสมดุลที่ไม่มีโรคและจุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค [8] จากการศึกษาพบค่าระดับการติดเชื้อ คือ $R_0 = \frac{(1-\varepsilon)\eta\delta N}{(\alpha+\psi)}$ และสามารถพิจารณาค่าระดับการติดเชื้อ(R_0)โดยพิจารณาได้ว่าค่า $R_0 < 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลจะไม่มีโรคจึงไม่เกิดการแพร่ระบาดของโรคและค่า $R_0 > 1$ วิเคราะห์ได้ว่า ณ จุดสมดุลมีการติดเชื้อจึงเกิดการแพร่ระบาดของโรค [6]

จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขพบว่าจุดสมดุลทั้งสองเป็น Local Asymptotical Stable ณ จุดสมดุลที่ไม่มีโรค เมื่อ ε =0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 และ 0.9 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ R_0 =0.948488452, 0.865847535, 0.774437578, 0.670682616, 0.547610063 และ0.387218789 ตามลำดับ และ ณ จุดสมดุลที่มีการแพร่ระบาดของโรค เมื่อ ε =0.1, 0.2 และ 0.3 พบว่าค่าระดับการติดเชื้อ R_0 =1.161656368, 1.095220126 และ1.024484619 ตามลำดับ

จากการวิจัยพบว่าอัตราการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคตาแดง โดยพบว่าถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงน้อยจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคเพิ่มขึ้น และถ้าประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคตาแดงมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนมากขึ้นจะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของโรคตาแดงและจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อมีความรู้เกี่ยวกับการป้องกันโรคตาแดงเป็นจำนวนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 40 ของประชากรทั้งหมด จะส่งผลให้การแพร่ระบาดของโรคลดลงจนกระทั่งไม่มีการแพร่ระบาดของเชื้อ

ดังนั้นสามารถนำผลจากการวิจัยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการรณรงค์ป้องกันการแพร่ระบาดของโรคตาแดงนำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรคเพื่อลดจำนวนผู้ป่วยและใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการให้กับหน่วยงานที่เฝ้าระวังของสำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข รวมทั้งนำเสนอข้อมูลต่อหน่วยงานด้านสาธารณสุขดำเนินการหามาตรการควบคุมและป้องกันโรคตาแดงโดยการรณรงค์ให้ความรู้ให้กับประชาชนทั่วไปที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้

จากการศึกษาในครั้งนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโรคชนิดอื่นที่มีลักษณะการแพร่กระจายจากการสัมผัสและแพร่ระบาดคล้ายกับโรคตาแดงได้รวมทั้งศึกษาองค์ประกอบอื่นๆที่มีผลต่อการควบคุมการแพร่ระบาดของโรคตาแดงโดยการเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่นๆได้แก่ การกักกันผู้ติดเชื้อ อุณหภูมิ สภาพภูมิอากาศ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

Anderson, R.M., and May, R.M.. 1991. **Infectious diseases of humans: dynamics and control.** Oxford: Oxford University Press.

Biophysics Group. 2009. **Mathematics Model of Transmission**. Faculty of science, Mahidol University.

Bureau of Epidemiology.2016.**Conjunctivitis** Available from URL: http://rnnvw.boe.moph.go.th/facConjunctivitis, 13 August 2016. (In Thai)

Diekmann, O., Heesterbeek, J.A.P., Roberts, M.G.. 2010. **The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models**. J. R. Soc. Interface 7, 873–885.

Fred Brauer, Pauline den Driessche and Jianhong Wu (Eds.). 2008. **Mathematical Epidemiology**. Vancouver, B.C. V6T 1Z2, Canada: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Jantrapron Sukawat and Surapol Naowarat. 2014. **Effect of Rainfall on the transmission Model of Conjunctivitis.** Advanced in Environmental Biology, 8(14): 99-104. (In Thai)

Kribs-Zaleta, C.M. and Valesco-Hernández, J.X.. 2000. **A simple vaccination model with multiple endemic states.** Mathematical Biosciences,164 (2): 183–201.

Kermack, W. O. and McKendrick, A. G.. 1927. **A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics.** Proc. Roy. Soc. Lond. A 115: 700-721.

Naowarat, S., Tawarat, W., & Tang, I.M.. 2011. **Control of the Transmission of Chikungunya Fever Epidemic Through the use of Adulticid.** Science Publication, 6: 558-565. (In Thai)

Sukunya Sresurijan. 2016. **Formulate a mathematical model.** Available from URL:http://elearning.nsru.ac.th/web_elearning/math_model/introduction.html, 13 August 2016. (In Thai)

Teerawat Nakaboot. 2 003. **mathematical model.** Nakhon Pathom: Nakhon Pathom Rajabhat University. (In Thai)

Van den Driessche, P., Watmough, J.. 2002. **Reproduction number and sub-threshold endemic equilibriums for compartmental models of disease transmission.** Math. Biosci. 180(1-2), 29–48.